

РАБОТА Я. Б. ЗЕЛЬДОВИЧА

УДК 539.63

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТАХ

В УДАРНЫХ ВОЛНАХ

И АНАЛОГИЧНЫЕ РАБОТЫ АМЕРИКАНСКИХ УЧЕНЫХ

Э. Б. Ройс, Р. Н. Килер*, А. С. Митчел**

Post Office Box 86, Wofford Heights, California 93285-0086 USA;
* Kaman Diversified Technologies Corporation, 1111 Jefferson Davis Highway,
Arlington, Virginia 22202 USA;
**2040 Stewart Street, Walnut Creek, California 94596 USA

Для обоснования результатов своих коллег Я. Б. Зельдович развил физическую модель отклика ударно-сжатых диэлектриков, которая была использована для объяснения самых ранних экспериментов. Аналогичная работа, представляющая собой расширение и дополнение идей, развитых Зельдовичем, была проведена независимо в Соединенных Штатах. Эта ранее неопубликованная работа и будет представлена здесь. Полученные результаты успешно применялись для интерпретации измерений электропроводности в ударно-сжатых диэлектрических и ионных жидкостях.

Предисловие

В начале 1963 г. группа ученых Национальной лаборатории Сандиа (США) столкнулась с трудностями в интерпретации результатов, полученных ими при измерении эффектов поляризации в ударно-сжатых диэлектриках [1]. (Некоторые физические модели явлений поляризации были развиты несколько позже советскими учеными [2] и еще позже американскими исследователями. Последние учитывали молекулярные явления в ударном фронте, но анализируя эти процессы, они не могли количественно описать электрический отклик, наблюдаемый в эксперименте.) Мой коллега, д-р Эдвин Ройс, который тогда присоединился ко мне в Ливерморе, заинтересовался этой проблемой и выдвинул некоторые аргументы, проясняющие ее. Они были опубликованы в отчетах «Технические заметки Ливерморской лаборатории» [3–5]. Я понимал, что они должны быть опубликованы в открытой печати, но Эдвин Ройс был очень занят. Когда его неопубликованная работа была нами дополнена описанием систем с конечной проводимостью за фронтом ударной волны, я стал настаивать на публикации, поскольку то, что мы проделали, частично основывалось на его более ранних заметках. И снова последовал отказ, аргументированный тем, что его работа «... была лишь тривиальным упражнением в использовании уравнений Максвелла». В данной ситуации Артур Митчел и я выразили ему благодарность за содействие в нашей собственной работе [6].

Примерно в это же время в Советском Союзе А. Г. Иванов с сотрудниками проводили эксперименты с ударно-сжатыми диэлектриками [7] и оказались перед теми же трудностями, которые возникли и в группе, работавшей в Национальной лаборатории Сандиа. Академик Я. Б. Зельдович заинтересовался этой проблемой и так же, как и Ройс, объяснил полученные результаты [8]. Когда эта статья появилась в ЖЭТФ, я показал ее Ройсу, но опять-таки из-за занятости, он не дал дальнейшего развития этой теме. Сейчас после столь большого периода времени д-р Ройс разрешил мне представить его неопубликованную работу и сравнить ее с опубликованной работой Зельдовича. Ройс является основным автором нашей статьи и ответствен за большую часть представленных в ней результатов.

Р. Н. Килер

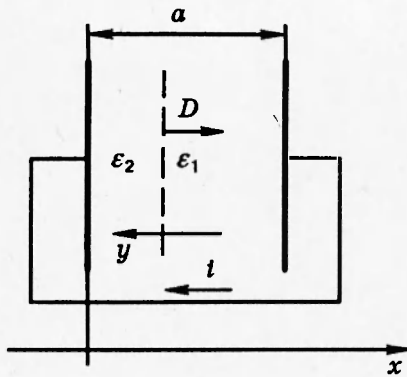


Рис. 1. Схема экспериментов в работе [7]:

штриховая линия — фронт ударной волны; ϵ_1 и ϵ_2 — диэлектрические проницаемости вещества до и после фронта УВ; a — первоначальная толщина диэлектрика; D — скорость фронта УВ; x — неподвижная ось координат; y — ось координат, связанная с фронтом УВ; i — ток в контуре

Электромагнитный отклик ударно-сжатого материала исследовался в течение многих лет, главным образом в Соединенных Штатах. Однако в Советском Союзе ученые также проводили исследование этого явления, в основном в группе А. Г. Иванова (ударно-волновые эксперименты с NaCl различных кристаллических ориентаций при давлениях до 276 кбар). Измерения осуществлялись по схеме, показанной на рис. 1. Это обычный контур с закороченным конденсатором, образованным основной пластиной и проводящей поверхностью верхней части образца. При этом обе поверхности параллельны ударному фронту. При прохождении ударного фронта в отсутствие внешнего электродвижущего источника во внешней цепи возникает электрический ток.

Некоторые типичные результаты работы [7] показаны на рис. 2. Заметим, что поляризация обратима при всех, кроме самых высоких, значениях давления, где, как было показано, происходит плавление NaCl. Это явление наблюдалось также в сегнето- и пьезоэлектриках.

Первую попытку анализа предпринял Аллисон [9], предположив, что диэлектрик является изотропным изолятором, но становится проводящим после ударно-волнового сжатия, все еще оставаясь изотропным. Он предположил, что в результате ударно-волнового сжатия и асимметрии, которую оно создает, на ударном фронте возникает поверхностный заряд плотности σ . Никаких предположений относительно механизма генерации этого заряда на микроскопическом уровне не делается, но считается, что величина заряда остается постоянной при прохождении ударной волны (УВ) через образец. Следует отметить, что обычно попытки построить количественную микроскопическую модель, предсказывающую величину поверхностного заряда, были безрезультатными. Предполагая, что диэлектрик остается изолятором за ударным фронтом, Аллисон получил соотношение

$$i = \sigma \alpha T [\alpha T + (1 - \alpha) t]^{-2}, \quad (1)$$

где i — ток во внешнем контуре (см. рис. 1); t — время; σ — поверхностный заряд на ударном фронте; T — время, необходимое для прохождения ударной волны через слой диэлектрика; $\alpha = \epsilon_2 \delta / \epsilon_1$ — безразмерный коэффициент. Здесь ϵ — диэлектрическая проницаемость; δ — степень сжатия (индексы 1 и 2 относятся к условиям до и после ударного сжатия).

В уравнении (1) конечное электрическое сопротивление не рассматривается. Я. Б. Зельдович [8], рассмотрев этот случай, показал, что конечное сопротивление за ударным фронтом может быть существенным, если время переноса заряда с ударного фронта очень мало в сравнении с временем прохождения УВ через образец. Когда это условие

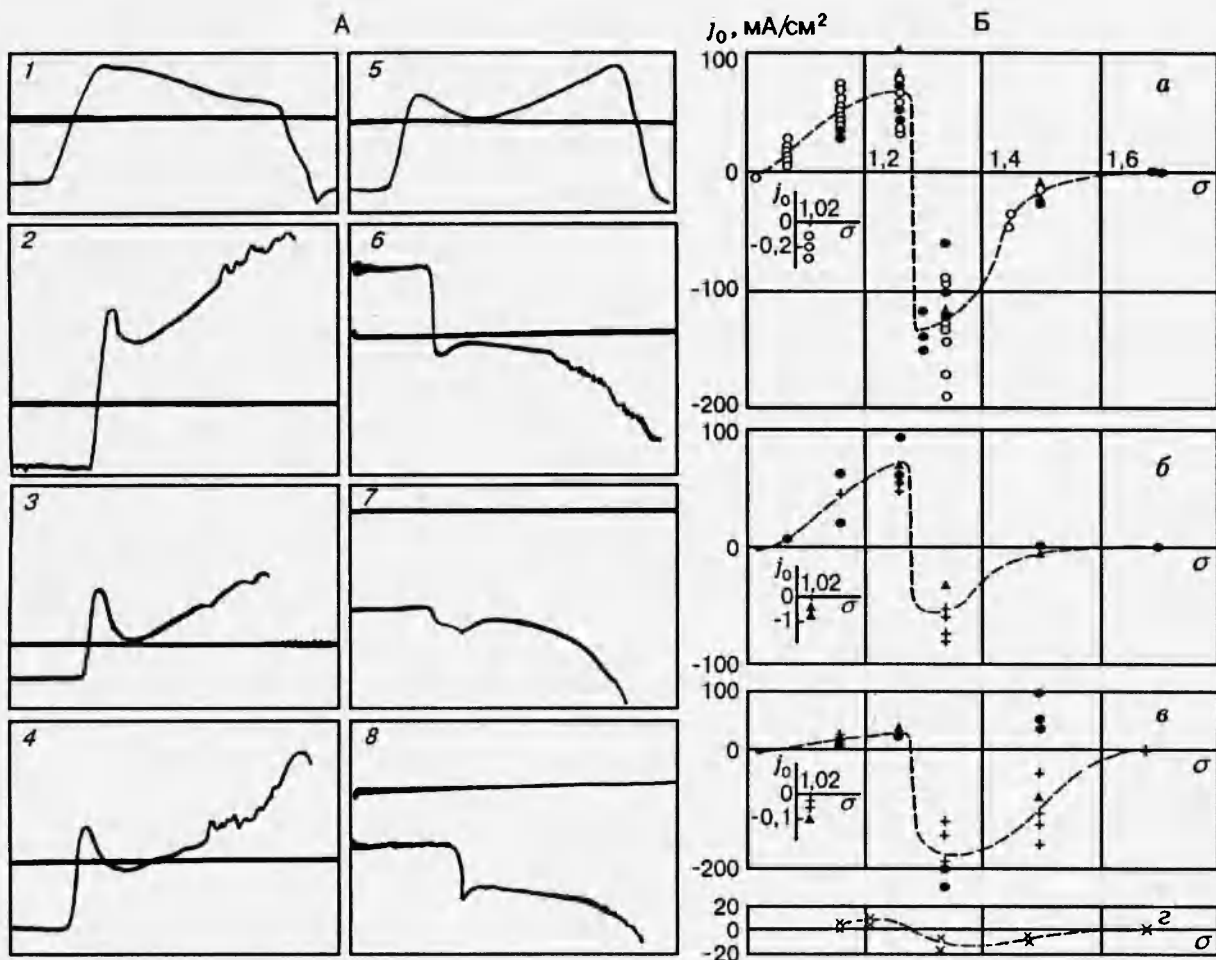


Рис. 2. Типичные осциллограммы (А) и зависимость начального скачка плотности поляризационного тока от σ при нагружении хлористого натрия (Б):

осциллограммы 1-7 получены при нагружении образцов в направлении [100], 8 — в направлении [110], осциллограмма 1 — $p = 20$ кбар ($\sigma = 1,07$, $l_0 = 0,31$ см), 2 — $p = 53$ кбар ($\sigma = 1,16$, $l_0 = 0,56$ см), 3-5 — $p = 100$ кбар ($\sigma = 1,26$, l_0 — соответственно 0,55, 0,4 и 0,2 см), 6 и 8 — $p = 153$ кбар ($\sigma = 1,34$, l_0 соответственно 0,8 и 0,35 см), 7 — $p = 276$ кбар ($\sigma = 1,5$, $l_0 = 0,47$ см), осциллограммы 1, 2, 7 получены в опытах, в которых $S = 3,14$ см², в остальных случаях $S = 1$ см²; а — зависимость начального скачка плотности поляризационного тока от σ при нагружении хлористого натрия в направлении [100], б — в направлении [110], в — в направлении [111], г — поликристаллических образцов, разные точки соответствуют четырем партиям монокристаллов, на графиках а-г величины j_0 для $\sigma = 1,02$ изображены в увеличенном масштабе

выполняется, за ударным фронтом образуется слой компенсирующего заряда с объемной плотностью ν . Связанное с этим процессом характеристическое время $\Theta = \rho\epsilon_2/4\pi$, где ρ и ϵ_2 относятся к условиям за ударным фронтом.

Я. Б. Зельдович использовал систему координат, связанную с ударным фронтом и движущуюся вместе с ним. При этих условиях ток во внешнем контуре задается соотношением $i = E/\rho + \nu D/\delta$.

Величины E и ν могут быть связаны между собой при использовании условия $i = 0$, когда $t = 0$. Тогда $\nu = -E\delta(D\rho)^{-1}$.

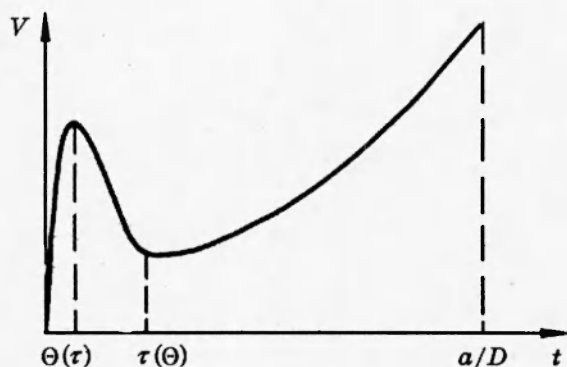


Рис. 3

Рис. 3. Примерный ход зависимости напряжения на сопротивлении нагрузки от времени. Величины Θ и τ , стоящие вне скобок, относятся к случаю $\Theta < \tau$, в скобках — к $\Theta > \tau$

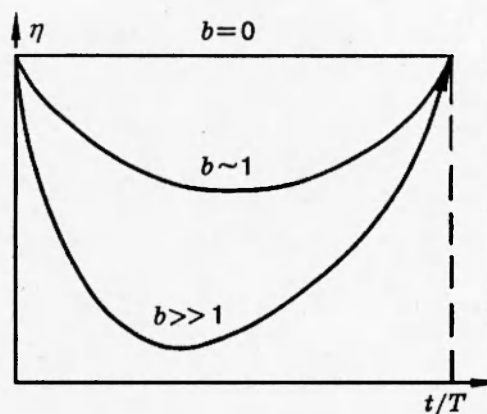


Рис. 4

Рис. 4. Графики зависимости относительной величины тока от времени при наличии проводимости за фронтом УВ

Применяя уравнение Пуассона $\epsilon_2 (dE/dy) = 4\pi\nu$, получаем

$$\frac{dE}{dy} = -\frac{4\pi\delta E}{D\rho\epsilon_2}. \quad (2)$$

Используя начальные условия $E_{y=0} = E_0 = 4\pi\sigma\epsilon_2^{-1}$ и интегрируя (2) от границы ударного фронта до бесконечности, получаем выражение для скачка потенциала μ , связанного со слоем y_0 за ударным фронтом:

$$\mu = \int_0^{\infty} E dy = E_0 y_0 = D\rho\sigma\delta^{-1}.$$

Если ρ мало, то μ существует на протяжении слоя размером $a - x$ в ударно-сжатом материале, который образует электрическое поле $E = \mu/(a - x)$, что, в свою очередь, дает электрический заряд $S = \epsilon_1 \mu [4\pi(a - x)]^{-1}$. Тогда ток в контуре

$$i = \frac{dS}{dt} = \frac{4\pi\epsilon_1\sigma\rho D^2}{\delta(a-x)^2}. \quad (3)$$

Следует отметить, что, хотя в этом выражении $i \rightarrow \infty$ при $x \rightarrow a$, на практике $\rho \neq 0$, так как внешний контур имеет сопротивление нагрузки R . Поскольку ограничение согласно (3) состоит в том, что разность потенциалов на слое сжатого за ударным фронтом вещества не может превосходить μ при $x \rightarrow a$, то

$$\frac{\rho a i}{\delta} \leq \frac{D\rho\sigma}{\delta} \quad (4)$$

и $i_{\max} = D\sigma/a$ или, другими словами, i_{\max} не может превосходить значения i , найденного без рассмотрения процессов проводимости и релаксации. Комбинируя (3) и (4), получаем

ограничение (3) в виде

$$a - x \geq \sqrt{\frac{aD\rho\epsilon_1}{4\pi\delta}} \approx \sqrt{ay_0}.$$

Тогда значение максимального напряжения $V_{\max} = i_{\max}R = D\sigma R/a$. Следует также рассмотреть начальные условия. При $t = 0$ ток тоже должен быть нулевым, и значение тока, задаваемое (3), не может возникнуть мгновенно. Итак, необходимо учитывать не только время релаксации Θ , связанное с уменьшением заряда на конденсаторе, но и время релаксации контура $\tau = RC$. Зельдович показал, что начальная форма кривой напряжение — время зависит от соотношения между τ и Θ . В случае, когда $\Theta < \tau$, $V(t)$ растет при $t < \Theta$, достигая максимального значения $V = \mu$ при $t \approx \Theta$, соответственно падая с ростом t до тех пор, пока полностью применимо уравнение (3). Однако если $\Theta > \tau$, то при $t < \tau$ напряжение $V(t)$ растет вплоть до $t \approx \tau$. Форма этих кривых показана на рис. 3. Максимальное значение $V(t)$ задается соотношением (3): $V_{\max} \approx Va^2D^{-2}\Theta^{-1}\tau^{-1}$.

Подробное изложение этого раздела позволило проследить, как Зельдович в высшей степени интуитивно получил аппроксимационное выражение для сложного физического явления. Действительно, кривая на рис. 3 характерна для данных, полученных в экспериментах такого типа. Затем Зельдович приступил к выводу более точного выражения путем интегрирования уравнения Пуассона и использования функции Грина, получив общее выражение

$$i = \frac{1}{b} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{b} \right) \exp \left(-t + \frac{t^2}{2b} \right) \int_0^t \exp \left(y - \frac{y^2}{2b} \right) dy \right], \quad (5)$$

где $b = a/D\Theta$, а время t переопределено как параметр t/Θ . Это выражение позволяет рассмотреть предельные случаи. Рассмотрим изменение параметра b . Так как $b \approx 1/\Theta \approx 1/\rho$, то, когда $b \ll 1$, проводимость мала, а в случае $b \gg 1$ проводимость высокая. Таким образом, влияние проводимости на ток может быть продемонстрировано явно, так как для этих двух предельных случаев выражение (5) упрощается. Для промежуточного асимптотического (по времени) случая, когда $t \gg 0$, а $b - t \gg 1$, Зельдович получил формулу

$$i = \frac{1}{b} [1 - I] = \frac{1}{(b-t)^2}, \quad (6)$$

где

$$I = \int_0^\infty \left[1 - \frac{bu^2}{2(b-t)^2} \right] \exp(-u) du = 1 - \frac{b}{(b-t)^2}, \quad u = (t-y)(1-t/b).$$

Кривые на рис. 4, полученные при одновременном использовании уравнения (6) и предельных значений (т. е. $t = 0$ и $t = a/D$) уравнения (5), демонстрируют изменения относительного тока $\eta = i/i_0$ от приведенного времени t/T . Результаты сравниваются далее с данными американских исследователей, которые представили точное решение для случая прохождения УВ через изолятор, ставший проводником [6]. В этих экспериментах к нагрузочному сопротивлению прикладывалось внешнее напряжение.

Столкнувшись с проблемой интерпретации электрических сигналов, полученных во время прохождения УВ через диэлектрик, сотрудники лаборатории Сандиа не смогли получить аппроксимационной зависимости для количественного объяснения многих из этих

эффектов. Феноменологическое приближение было получено Ройсом в Ливерморе в 1964–1965 гг. [3–5] и будет описано ниже.

Рассмотрим сначала простую проблему однородной поляризации пьезоэлектрического материала, например такого, как кристалл кварца, нагруженного в направлении X (или сегнетоэлектрического материала). На рис. 5 показана геометрия такого эксперимента с УВ, движущейся слева направо. Так как мы рассматриваем несколько другой подход, отличный от подхода Зельдовича, то будем использовать и другую терминологию. В нашем случае (в единицах МКС) u — массовая скорость за ударным фронтом, U — скорость ударного фронта, P — поляризация, t — время, Q — заряд, V — напряжение, ϵ — диэлектрическая проницаемость, I и R — ток и сопротивление во внешней цепи, x_0 — начальное расстояние (продольное) в диэлектрике, D и E — электрические векторы.

Определяющими соотношениями здесь являются $D = k\epsilon_0 E$, $D' = k'\epsilon_0 E' + P'$.

Из теоремы Гаусса $D = D' = Q/A$ (где A — площадь диэлектрика), что приводит к выражениям

$$E = \frac{Q}{k\epsilon_0 A}, \quad (7)$$

$$E' = \frac{Q}{k'\epsilon_0 A} - \frac{P'}{k'\epsilon_0}. \quad (8)$$

В нашей феноменологической модели D и E связаны линейным соотношением. Нелинейный случай уже обсуждался в [10, 11]. Напряжение на сборке дается уравнением $V = IR = E(X_0 - Ut) + E'(U - u)t$, а с учетом (7) и (8)

$$IR = -\left(\frac{Q}{k\epsilon_0 A}\right)Ut + \left(\frac{Q}{k'\epsilon_0 A}\right)(U - u)t - \left(\frac{P'}{k'\epsilon_0}\right)(U - u)t + X_0\left(\frac{Q}{k\epsilon_0 A}\right). \quad (9)$$

Соотношение (9) и аналогичные формулы были получены ранее в неопубликованной работе [11]. Затем, так как $I = -dQ/dt$, (9) можно записать в виде

$$-\frac{dQ}{dt} = Q(\alpha t + \gamma) - \beta t, \quad (10)$$

определяя α , β и γ соотношениями

$$\alpha = -\frac{U}{k\epsilon_0 AR} + \frac{U - u}{k'\epsilon_0 AR}, \quad \beta = \frac{P'}{k'\epsilon_0 R}(U - u), \quad \gamma = \frac{X_0}{k\epsilon_0 AR}. \quad (11)$$

Решение (10) запишется в виде

$$Q = \beta \exp\left[-\frac{(\alpha t + \gamma)^2}{2\alpha}\right] \int_a^t \tau \exp\left[\frac{(\alpha\tau + \gamma)^2}{2\alpha}\right] d\tau,$$

а для тока во внешнем контуре решение имеет вид

$$I = -\beta \left\{ t - (\alpha t + \gamma) \exp\left[-\frac{(\alpha t + \gamma)^2}{2\alpha}\right] \int_a^t \tau \exp\left[\frac{(\alpha\tau + \gamma)^2}{2\alpha}\right] d\tau \right\}.$$

Константа a определяется из соотношений для начальных условий $I(t=0) = 0$, $Q(t=0) = 0$, следовательно, $a = 0$. Тогда

$$I = -\beta \left[t - (\alpha t + \gamma) \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha t^2 - \gamma t\right) \int_0^t \tau \exp\left(\frac{1}{2}\alpha\tau^2 + \gamma\tau\right) d\tau \right]. \quad (12)$$

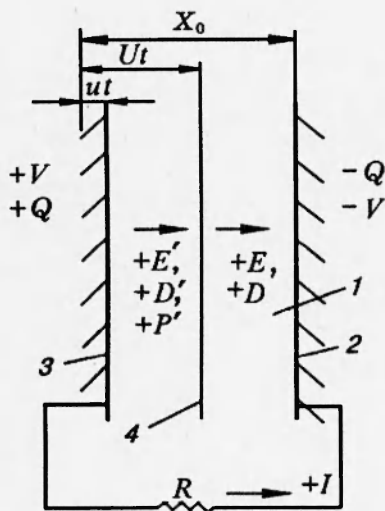


Рис. 5. Схема эксперимента:

1 — диэлектрик, 2 — электрод, 3 — электрод, движущийся с массовой скоростью u , 4 — УВ, движущаяся со скоростью U

В контуре на рис. 5 нагрузка омическая. Если шунт обладает емкостью, она просто суммируется с элементом C_0 , а если индуктивностью — то результат представляется дифференциальным уравнением второго порядка. Экспериментальные результаты демонстрируют «звон», типичный для таких систем [12–14]. В случае $\alpha < 0$ интеграл сводится к функции ошибок. Значения интеграла для $\alpha > 0$ затабулированы в работе [11].

Существуют также приближенные решения, которые могут быть рассмотрены так же, как и в случае уравнения (5) у Зельдовича. Введение величин α , β и γ привело к дальнейшему упрощению уравнения (9), они имеют также и определенный физический смысл. Например, α является разницей коэффициентов диэлектрической проницаемости между ударно-сжатым и исходным материалами. Когда α мало (Зельдовичем рассмотрен случай $\alpha = 0$), уравнение (12) приближенно принимает вид

$$I = -\frac{\beta}{\gamma} [1 - \exp(-\gamma t)]. \quad (13)$$

Параметр γ — это $1/RC_0$ для контура, где $C_0 = Ak\epsilon_0/X_0$ — емкость контура до прохождения УВ. В случае $\gamma t \gg 1$ (так называемое условие «короткозамкнутого» контура) постоянная времени этого контура меньше, чем времена, характерные для начальной или промежуточной стадий процесса, а ток во внешнем контуре будет приближаться к постоянному значению:

$$I = -\frac{\beta}{\gamma} = -\left(\frac{A}{t_0}\right) \frac{U - u}{U} \left(\frac{k}{k'}\right) \approx -P' \left(\frac{A}{t_0}\right). \quad (14)$$

Уравнение (14) использовалось при описании поведения кварца и других пьезоэлектрических материалов [15].

Другим предельным случаем является начальное поведение контура. В данном случае $\gamma t_0 \ll 1$, постоянная времени RC -контура много меньше времени переходного процесса и напряжение разомкнутого контура растет линейно:

$$V = -R\beta t = -P' \frac{U - u}{U} \left(\frac{X_0}{k'\epsilon_0}\right) \left(\frac{A}{t_0}\right) \approx -\left(\frac{P'}{C_0}\right) \left(\frac{A}{t_0}\right) t. \quad (15)$$

Теперь предположим, что мы находимся в области $|\alpha t^2| \ll 1$, $\alpha \neq 0$. Рассмотрим случай

короткозамкнутого контура. Для него ток

$$I = -\frac{\beta}{\gamma} \left[\left(1 - \frac{2\alpha t}{\gamma} \right) - \left(1 - \frac{2\alpha t^2}{2} \right) \exp(-\gamma t) \right].$$

Это выражение может быть упрощено, если пренебречь переходным членом, т. е.

$$I = -\frac{\beta}{\gamma} \left(1 - \frac{2\alpha t}{\gamma} \right) = -P' \left(\frac{A}{t_0} \right) \left[1 - \frac{2Ut}{X_0} \left(\frac{U-u}{U} \left(\frac{k}{k'} \right) - 1 \right) \right].$$

Если R близко к 0, то уравнение (10) будет иметь вид $Q(\alpha t + \gamma)R - \beta tR = 0$ или

$$Q = \frac{(\beta/\gamma)t}{[(\alpha t/\gamma) + 1]}$$

и, следовательно,

$$I = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{\beta/\gamma}{[(\alpha t/\gamma) + 1]^2} = -P' \left(\frac{A}{t_0} \right) \left[1 + \frac{Ut}{X_0} \left(\frac{U-u}{U} \left(\frac{k}{k'} \right) - 1 \right) \right]^{-2}. \quad (16)$$

Уравнение (12) было численно проинтегрировано. Для удобства вводились следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \gamma' = \gamma'_{i_0} &= \frac{X_0}{k\varepsilon_0 AR} t_0, & \alpha' = \alpha t_0^2 &= -\frac{U}{k\varepsilon_0 AR} \left[1 - \left(\frac{k}{k'} \right) \left(\frac{U-u}{U} \right) \right] t_0^2 = \gamma' K, \\ K &= -\left[1 - \left(\frac{k}{k'} \right) \frac{U-u}{U} \right], & \beta' = \beta t_0 &= \frac{P'}{k'\varepsilon_0 R} (U-u)t_0 = \gamma' P' \frac{U-u}{U} \left(\frac{A}{t_0} \right) \left(\frac{k}{k'} \right). \end{aligned}$$

Пусть $x = t/t_0$. Тогда (12) принимает вид

$$\frac{I}{I_0 \gamma'} = x - (\alpha' x + \gamma') \exp \left(-\frac{1}{2} \alpha' u^2 - \gamma' x \right) \int_0^x u \exp \left(\frac{1}{2} \alpha' u^2 + \gamma' u \right) du, \quad (17)$$

где

$$-I_0 = \frac{\beta'}{\gamma'} = P' \frac{U-u}{U} \left(\frac{A}{t_0} \right) \left(\frac{k}{k'} \right).$$

Решение (12) для разных случаев показано на рис. 6 и представляется физически приемлемым. На рис. 6,а $\gamma' = 100$, что близко к режиму короткозамкнутого контура. Влияние ненулевого сопротивления шунта выражается в конечном нарастании сигнала. Так как постоянная времени контура растет при приближении к случаю разомкнутого контура по мере падения γ' , это нарастание начинает доминировать в сигнале. Рис. 6,б, где $\gamma' = 0,1$, представляет случай, близкий к открытому контуру, и при $K = 0$ ясно видно линейное нарастание сигнала, предсказываемое уравнением (15). Для короткозамкнутого контура ($K = 0$) и наблюдается постоянный ток, описываемый (14) и (16). Для промежуточных значений γ' уравнение (13) применимо, если $K = 0$. Решение этих уравнений для ненулевого K более сложно и здесь не рассматривается.

Следует отметить, что подход, который использовался в США, был в значительной степени таким же, что и у Зельдовича: построение приемлемой феноменологической модели с использованием анализа размерностей для определения параметров, имеющих физический смысл, с получением менее громоздких решений для предельных случаев поведения тока и напряжения. Зельдович затем оставил эти проблемы и вернулся к работе в области астрофизики, тогда как американские исследователи продолжали свою работу, добившись

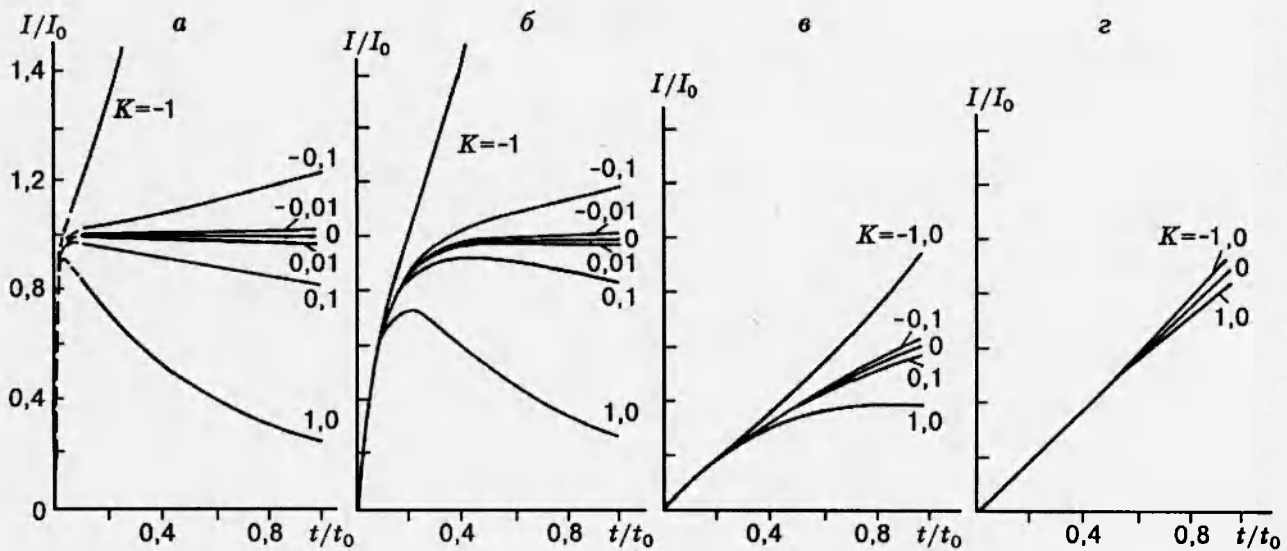


Рис. 6. Ток I/I_0 в зависимости от времени при различных значениях K ; для $\gamma' = 100$ (а), 10 (б), 1,0 (в), 0,1 (г)

в результате очень близкого согласия между теорией и экспериментом по крайней мере в одном случае [6].

Представленные выше простые выражения могут быть расширены, чтобы включить эффекты начальной поляризации P и приложенного внешнего поля V_0/X_0 . Продолжая вычисления, как и ранее, $E = Q/(k\epsilon_0 A) - P/(k\epsilon_0)$, $E' = Q/(k'\epsilon_0 A) - P'/(k'\epsilon_0)$,

$$IR + V_0 = E(X_0 - Ut) + E'(U - u)t = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \left[\frac{X_0}{k} - \frac{Ut}{k} + \frac{U - u}{k'} t \right] - \frac{P}{k\epsilon_0} (X_0 - Ut) - \frac{P'}{k'\epsilon_0} (U - u)t, \quad (18)$$

получим

$$\frac{dQ}{dt} = -I = -Q(\alpha t + \gamma) + \beta t + \beta\delta. \quad (19)$$

Параметры α , γ и β задаются выражениями

$$\alpha = -\frac{\gamma}{t_0} \left[1 - \left(\frac{k}{k'} \right) \frac{U - u}{U} \right], \quad \gamma = \frac{X_0}{k\epsilon_0 AR},$$

$$\beta = \left[P' - \left(\frac{k'}{k} \right) \frac{U}{U - u} P \right] (U - u)/(k'\epsilon_0 R), \quad \beta\delta = \frac{V_0}{R} + \frac{PX_0}{k\epsilon_0 R}.$$

Для этой системы начальные условия имеют вид $I(t=0) = 0$, $Q(t=0) = \beta\delta/\gamma$.

Пусть теперь Q' и I' — решения уравнения (10) при условии $I'(0) = Q'(0) = 0$. Тогда, если

$$Q = \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\gamma} \right) Q' + \frac{\beta\delta}{\gamma},$$

то

$$\frac{dQ}{dt} = \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\gamma} \right) \frac{dQ'}{dt},$$

$$\frac{dQ}{dt} + Q(\alpha t + \gamma) = \left(1 - \frac{\alpha\delta}{\gamma}\right) \left[\frac{dQ'}{dt} + Q'(\alpha t + \gamma)\right] + \frac{\beta\delta}{\gamma}(\alpha t + \gamma) = \beta(t + \delta).$$

Теперь видно, что Q является решением уравнения (19), если используются соответствующие граничные условия. Анализ результатов показывает, что решение этой проблемы, т. е. приложение внешнего воздействия и(или) начальная поляризация, формально идентично решению, полученному ранее для невозмущенного материала, как это описывается уравнением (17). Для пояснения определим I_0 следующим образом:

$$-I_0 = -\frac{P - P'}{t_0} A \left(\frac{k}{k'}\right) \frac{U - u}{U} + \frac{V_0}{R} \left(\frac{RC}{t_0}\right) \left[1 - \left(\frac{k}{k'}\right) \frac{U - u}{U}\right]. \quad (20)$$

Даже в отсутствие каких-либо изменений поляризации все еще существует сигнал от возмущенного материала, вызванный изменением емкости в результате ударного сжатия контура и(или) изменением диэлектрической проницаемости. Этот сигнал имеет ту же форму, что и от микроскопически поляризованного образца.

Конечно, эффект увеличения проводимости не учитывался. Полученное здесь решение справедливо, если образец остается изолятором или исключительно хорошим проводником. В этом случае $u = U$, т. е. ударный фронт может рассматриваться как одна из пластин конденсатора. В (20) при $\rho = 0$ «поляризационный» сигнал исчезает, но большое изменение емкости ($K = -1$) усиливает действие приложенного напряжения. Это является основой конденсаторного метода, используемого при измерениях со свободной поверхностью [16]. Промежуточный случай будет обсуждаться ниже.

Исходное предположение в предшествующих выводах состоит в том, что имелась однородная поляризация впереди и позади ударной волны. Предположим, что имеет место различная поляризация в самом ударном фронте. Допустим, что существует УВ заданной толщины, имеющая поляризацию P_s , диэлектрическую константу k_s и поле E_s . Тогда уравнение (18) примет вид

$$\begin{aligned} IR + V_0 &= E(X_0 - Ut) + E'(U - u)t + (E_s - E')a = \\ &= \frac{Q}{\epsilon_0 A} \left[\frac{X_0 - Ut}{k} + \frac{(U - u)t}{k'} + \frac{a}{k_s} - \frac{a}{k'} \right] - \frac{P}{k\epsilon_0} (X_0 - Ut) - \frac{P'(U - u)t}{k\epsilon_0} - \frac{P_s a}{k_s \epsilon_0} + \frac{P' a}{k' \epsilon_0}. \end{aligned} \quad (21)$$

Уравнение (21) может быть упрощено группированием членов и определением двух новых параметров:

$$X'_0 = X_0 + a \left(\frac{k}{k_s} + \frac{k}{k'} \right), \quad V'_0 = V_0 + a \frac{P_s - P}{k_s \epsilon_0} + a \frac{P - P'}{k' \epsilon_0}.$$

Теперь можно записать вклад поляризации P_s в ток I_0 :

$$I'_0 = I_0 - \left[\frac{P_s - P}{k_s} + \frac{P - P'}{k'} \right] + \frac{Aa}{X_0} \frac{k}{t_0} \left[1 - \left(\frac{k}{k'}\right) \frac{U - u}{U} \right].$$

Никакого другого сигнала от поляризации, ограниченной областью ударного фронта, не будет, кроме сигнала от изменения емкости системы. Это происходит потому, что падение напряжения при интегрировании по ударному фронту постоянно. Этот сигнал сравним с сигналом от возмущенного образца. Поэтому влияние ударного фронта на сигнал поляризации совершенно аналогично воздействию внешнего поля за исключением тех моментов, когда УВ входит и выходит из образца. Так как интегрируемое напряжение в этом случае непостоянно, появляются большие переходные процессы.

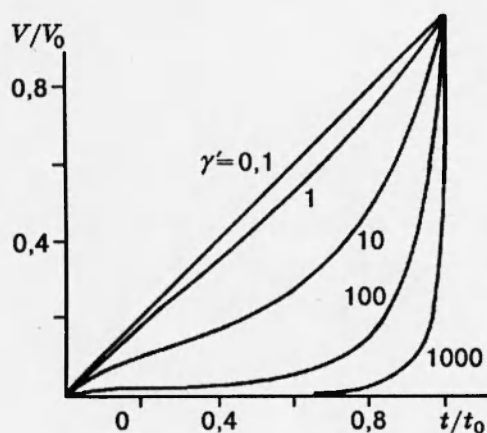


Рис. 7. Выходное напряжение в зависимости от времени

Данная феноменологическая теория дает качественное объяснение многих результатов. Например, кварц и турмалин ориентации Z использовались в качестве пьезоэлектрических датчиков в ударно-волновых экспериментах. При низких степенях сжатия $|K|$ мало. Тогда уравнение (9) дает решение для постоянного тока короткозамкнутого контура, протекающего в датчике во время прохождения ударной волны. Это является физически оправданным, так как полный заряд за время t_0 составляет $P'A$. Если предполагается, что поляризация P' прямо пропорциональна продольному напряжению, т. е. $P' = f\sigma_1$, ток будет прямо пропорционален разности напряжений на двух поверхностях (с $P = 0$). Если сопротивление нагрузки, например для кварцевого датчика, мало, то применимо уравнение (9). Если же регистрируется напряжение открытого контура, то сигнал линейно растет в соответствии с уравнением (10).

При высоких уровнях напряжений необходимо рассматривать сжатие самого датчика. Для представленных здесь значений параметров $K \neq 0$. При малых $|K|$ уравнение (11) предсказывает прямоугольную форму импульса тока короткозамкнутого контура, высота которого увеличивается линейно со временем на величину $[I(t = t_0) - I(t = 0)]/[I(t = 0)] = -2K$.

Если диэлектрическая восприимчивость $(k - 1)$ пропорциональна плотности ($k = 1 + c\rho$), то можно записать $K = [\rho(1 + c\rho)]/[\rho_0(1 + c\rho)] - 1$.

Если $k \gg 1$, то $K \approx -2\Delta\rho/\rho_0 = -2u/U$. Для кварца при 20 кбар $u/U = 0,023$. Это дает $\Delta I/I = +0,09$, что хорошо согласуется с экспериментально измеренным значением 0,08. Как показывает расчет, половина величины изменения тока — следствие движения поверхности датчика, а другая половина — изменения диэлектрической проницаемости. Это указывает на то, что предположение о линейной зависимости восприимчивости от плотности правильно лишь в пределах 25%, как это показано Кормером для многих материалов [17].

В общем случае интерпретация экспериментальных работ была ограничена невозможностью для первых исследователей использовать тщательно контролируруемую геометрию. Эти эффекты были изучены и после появления статьи [18] стали понятны и скоррелированы со статическими измерениями [19].

Проблема сегнетоэлектриков значительно более сложная. Поведение этих материалов в условиях статического нагружения использовалось для предсказания их отклика на ударно-волновое воздействие [17]. Из всех сегнетоэлектриков лучше исследован титанат

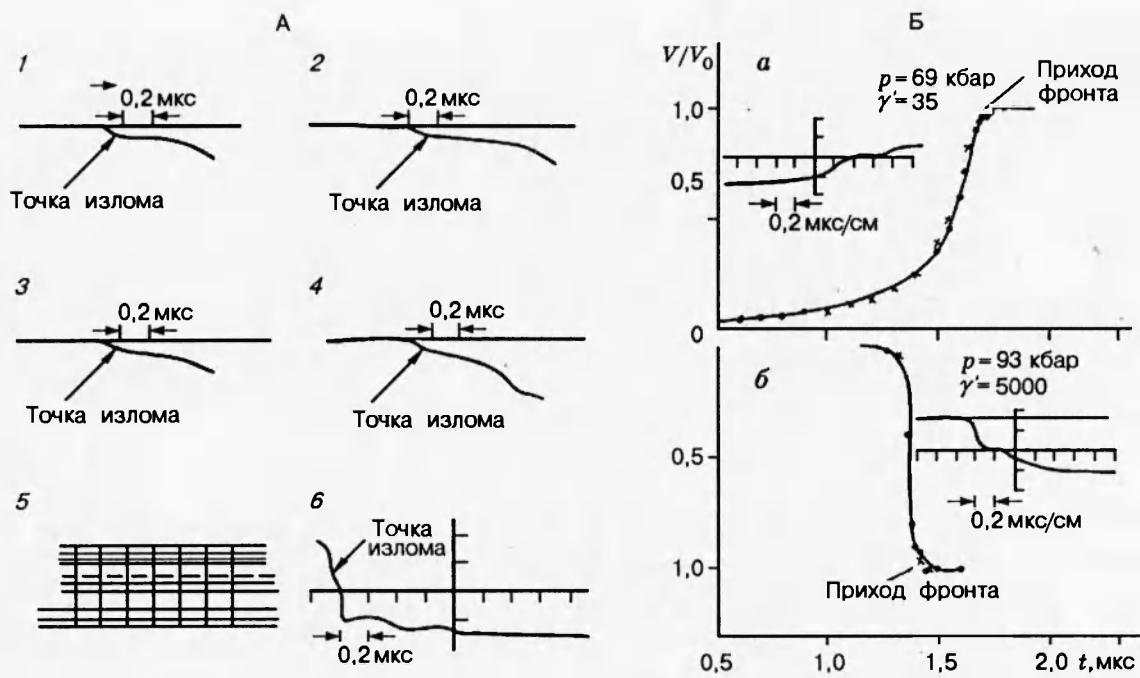


Рис. 8. Влияние рассогласования акустических импедансов образца и верхнего электрода (А) и емкостный эффект (Б):

1 — позолоченный люцитовый электрод, 2 — кальциевый электрод, 3 — магниевый электрод, 4 — алюминиевый электрод, 5 — калибровочная осциллограмма, 6 — медный электрод и малая скорость развертки; а — большое сопротивление образца, б — малое сопротивление образца (крестики — расчетные значения, точки и кривая — экспериментальные данные)

бария. В области выше температуры Кюри ($120\text{ }^{\circ}\text{C}$) титанат бария имеет кубическую кристаллическую структуру и обладает свойствами обычного диэлектрика. Ниже $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ осуществляется спонтанная тетрагональная деформация единичной ячейки на $\sim 0,1\text{ \AA}$. Этот переход является переходом первого порядка. Его температура измерялась в зависимости от внешнего возмущающего электрического поля и гидростатического давления. Электрическая поляризация связана с этим же эффектом.

Ударное сжатие производит двойной эффект: оно нагревает материал и одновременно снижает температуру Кюри. Так как температура Кюри падает на $5,8\text{ K/кбар}$, она должна быть примерно равна комнатной температуре при давлении в ударной волне 17 кбар . Нагрев в этом случае будет несущественным.

Эксперименты на некоторых сегнетоэлектрических керамиках показывают, что при давлениях до 100 кбар поляризация, очевидно, остается. Более того, необходимо учитывать нелинейные эффекты при объяснении рассматриваемых форм импульса тока. Когда был достигнут определенный прогресс в интерпретации этих трудных экспериментов, некоторые исследователи были склонны разделить взгляды Грэхема [20], давно являющегося лидером в этой области, состоящие в том, что «... в упругой области физические свойства, включая нелинейные вклады, могут быть охарактеризованы с точностью до второго порядка. Когда же вклады дефектов, возникающих от пластических деформаций, становятся заметными, модели первого порядка могут давать существенную ошибку».

Ситуация для пластиков и галоидов щелочных металлов несколько другая. Имеются

свидетельства, основанные на измерениях и обсуждаемых выше положениях, о том, что в пластиках поляризация во фронте ударной волны отсутствует. По-видимому, существует пороговый эффект, действующий здесь, при котором сжатие материала за ударным фронтом «блокирует» ориентацию диполей и препятствует их быстрой релаксации к случайной. Те же трудности в объяснении долгоживущей поляризации за ударным фронтом возникают и для галоидов щелочных металлов. При больших давлениях, когда эти соли обладают высокой проводимостью, массовая скорость и скорость ударного фронта равны с точки зрения емкостного эффекта. Используя выражение $C = \epsilon_0 A/X = \epsilon_0 A/(X_0 - Ut)$ и полагая $U = u$, приложение V_0 приводит к току $I(t) = I_0 \zeta(t, K = -1, \gamma')$, где $I_0 = V_0 C_0/t_0$. На рис. 7 $V = I(t)R$. Как заметил Кормер [17], эксперименты с этими материалами [21] не объяснялись правильно, так как Аренс и его сотрудники пользовались неправильными значениями γ' .

Для получения количественного понимания измерений проводимости в жидкостях были проведены эксперименты в четыреххлористом углероде, поскольку в жидкостях не заметны эффекты, обусловленные образованием дислокаций в результате ударно-волнового воздействия, и четыреххлористый углерод неполярный. Особое внимание было уделено геометрии эксперимента. Тогда, как и ранее, $V = IR + V_0 = E(X_0 - Ut) + E'(U - u)t$ и

$$-R \frac{dQ}{dt} + V_0 = \frac{Q}{k\epsilon_0 A} (X_0 - Ut) + \frac{Q'}{k'\epsilon_0 A} (U - u)t.$$

Эти выражения могут быть переписаны так:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{t_0} \cdot \frac{dQ}{dt'} &= \gamma'(1 - t') \frac{Q}{t_0} - \frac{V_0}{R} + \gamma' \left[\frac{k}{k'} \left(\frac{U - u}{U} \right) \right] \frac{Q't'}{t_0}, \\ -\frac{1}{t_0} \cdot \frac{dQ}{dt'} &= \gamma'(Kt' + 1) \frac{Q}{t_0} - \frac{V_0}{R} - \gamma'(K + 1)t' \frac{Q - Q'}{t_0}, \end{aligned} \quad (22)$$

где $t' = t/t_0$. В ударно-сжатой среде ток i течет к ударному фронту и на нижнем электроде $I - i = dQ'/dt$. Во внешнем контуре $I = -dQ/dt$, следовательно, $i = (d/dt)(Q - Q')$. Записывая это в терминах ударно-волновых параметров и используя $\lambda = X_0 \rho'/(RA)$, получаем

$$\frac{1}{t_0} \cdot \frac{d}{dt'} (Q - Q') - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{k}{k'} \left[\gamma' \frac{Q'}{t_0} \right]. \quad (23)$$

Комбинируя далее (22) и (23), имеем

$$\begin{aligned} -\frac{d^2 Q}{dt'^2} &= \left[\left(\frac{\gamma'}{\lambda} \right) \frac{k}{k'} - \gamma'(Kt' + 1) \right] \frac{dQ}{dt'} + \\ &+ \left[(2K + 1) + \left(\frac{\gamma'}{\lambda} \right) \frac{k}{k'} (2Kt' + t' + 1) \right] \gamma' Q - \left(\frac{\gamma'}{\lambda} \right) \frac{k}{k'} \left(\frac{V_0 t_0}{R} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

По форме — это уравнение $d^2 y/dx^2 + (a + bx)(dy/dx) + (c + dx)y + f = 0$, которое решалось численно. Решение уравнения (24) использовалось для сравнения с нашими экспериментами. Осциллограммы показаны на рис. 8.

Отметим прекрасное согласие между теорией и экспериментом в широком диапазоне проводимостей. Так как эти измерения были проделаны поперек ударного фронта, мы особенно тщательно отнеслись к тому, чтобы верхние электроды были близки по динамическому импедансу к ударно-сжатому четыреххлористому углероду. И, таким образом, эффекты отраженных ударных волн были не только поняты, но и минимизированы.

Эта работа была подготовлена для представления на конференции, посвященной памяти Я. Б. Зельдовича, сентябрь 10–15, 1994, Вороново, Россия.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Graham R. A.** Technique for studying piezoelectricity under transient high stress conditions // *Rev. Sci. Instr.* 1961. V. 32. P. 1308; Piezoelectric behavior of impacted quartz // *J. Appl. Phys.* 1961. V. 32, N 3. P. 555; Dielectric anomaly in quartz for high transient stress and field // *J. Appl. Phys.* 1962. V. 33, N 5. P. 1755–1758.
2. **Минеев В. Н., Иванов А. Г.** Э. д. с., возникающая при ударном сжатии вещества // *Успехи физ. наук.* 1976. Т. 119, вып. 1. С. 75.
3. **Royce E. B.** A phenomenological theory of the shape of shock-induced polarization signals from dielectrics with particular reference to the dielectric constant of the shocked material // *S-Div. Tech. Note. UCRL Livermore.* 1964. V. 79. Oct. 19.
4. **Royce E. B.** A review and interpretation of shock polarization experiments and measurement of the dielectric constant of shocked material // *S-Div. Tech. Note. UCRL Livermore.* 1964. V. 82. Nov. 23.
5. **Royce E. B.** Effect of finite resistivity on polarization signals // *S-Div. Tech. Note. UCRL Livermore.* 1965. V 89. Jan. 18.
6. **Mitchell A. C., Keeler R. N.** Technique for accurate measurement of the electrical conductivity of shocked fluids // *Rev. Sci. Instr.* 1968. V. 39, N 4. P. 513–522.
7. **Иванов А. Г., Новицкий Е. З., Минеев В. Н. и др.** Поляризация щелочно-галоидных кристаллов при ударном нагружении // *ЖЭТФ.* 1967. Т. 53, вып. 1(7). С. 41–48.
8. **Зельдович Я. Б.** ЭДС, возникающая при распространении ударной волны по диэлектрику // *ЖЭТФ.* 1967. Т. 53, вып. 1(7). С. 237–243.
9. **Allison F. E.** Shock-induced polarization in plastics. I. Theory // *J. Appl. Phys.* 1965. V. 36, N 7. P. 2111–2113.
10. **Anderson G. W.** Extensions to the theory of explosive-electric transducers // *Sandia Laboratory Report SCTM-244-57-51.* 1957. August.
11. **Brody P. S.** Strong shock waves in poled Barium Titanate ceramic elements // *Harry Diamond Laboratory Report DOFL-TR-869.* 1960. Oct.
12. **Brody P. S., Wittekindt R. H.** Ratio of the dielectric coefficient across a shock front in Barium Titanate // *Bull. Am. Phys. Soc.* 1961. V. 6. P. 42.
13. **Spencer W. J.** REAC calculations for explosive electric transducer problem // *Sandia Laboratory Report SCTM-227-57-51.* 1957. Sept.
14. **Wittekindt R. H.** Shape of the current output pulse from a thin ferroelectric cylinder under shock compression // *Harry Diamond Laboratory Report DOFL-NR-922.* 1961. May.
15. **Graham R. A., Neilson F. W., Benedick W. B.** Piezoelectric current from shock-loaded quartz. A submicrosecond stress gauge // *J. Appl. Phys.* 1965. V. 36, N 5. P. 1775–1783.
16. **Hughes D. S., Gourley L. E., Gourley M. F.** Shock-wave compression of iron and bismuth // *J. Appl. Phys.* 1961. V. 32, N 4. P. 624–629.
17. **Кормер С. Б.** Оптические исследования свойств ударно-сжатых конденсированных диэлектриков // *Успехи физ. наук.* 1968. Т. 94, вып. 4. С. 641–687.

18. **Graham R. A.** Solids under High Pressure Shock Compression. New York: Springer-Verl., 1993.
19. **Don Berlincourt, Helmut H. A.** Krueger domain processes in lead Titanate Zirconate and Barium Titanate ceramics // J. Appl. Phys. 1959. V. 30, N 11. P. 1804-1810.
20. **Graham R. S.** Bridgman's concern // High Pressure Science and Technology-1993 / Eds. S. C. Schmidt et al. New York: AIP Press, 1994. P. 3-12.
21. **Ahrens T. J. et al.** Electrical effects in shock waves; conductivity in CsI and KJ // Stanford Research Institute Report SRI-PGU-4100-FR. 1963. August.

Поступила в редакцию 28/II 1995 г.
