

Поскольку при $\alpha=0,5$ рассчитанная и измеренная температуры практически совпадают, видимо, в этом случае горючее успевает сгорать полностью, в то время как при $\alpha=1,5$ и $1,0$ сказывается кинетика горения и не все горючее успевает догорать.

Поступила в редакцию
23/VII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Ф. Похил, В. М. Мальцев, В. М. Зайцев. Методы исследования процессов горения и детонации. М., «Наука», 1969.
2. Е. Л. Давидчук, В. М. Мальцев. ФГВ, 1974, 10, 5.
3. G. L. Pellet, W. R. Cofe. *Dyn. Mass. Spectrometry*, 1971, 2, 217.
4. Р. В. М. Джейкобс, Х. М. Уайтехид. Механизм, кинетика и катализ термического разложения и горения перхлората аммония. Под ред. О. П. Коробейничева. Новосибирск, «Наука», 1970.
5. S. H. Inam, W. H. Rosser, H. Wise. *J. Phys. Chem.*, 1963, 67, 5.
6. J. V. Levy. *J. Phys. Chem.*, 1962, 66, 6.
7. G. S. Pearson. *Advan. Inorg. Chem.*, 1966, 8, 1.
8. H. J. Schumacher. *J. Phys. Chem. (Frankfurt)*, 1957, 13, 2.
9. I. P. Fischer. *Trans. Faraday Soc.*, 1968, 64, 547.
10. E. T. McHale, G. von Elbe. *J. Phys. Chem.*, 1968, 72, 6.
11. В. М. Мальцев, А. Г. Стасенко, В. А. Селезнев. ФГВ, 1973, 9, 2.
12. J. V. Davies, P. W. M. Jacobs, A. Russell—Jones. *Trans. Faraday Soc.*, 1967, 63, 535.
13. M. A. A. Clyne. Tenth Symposium (International) on Combustion. The Comb. Inst., Pittsburg Pa, 1965.
14. W. G. Parker, H. G. Wolfhard. Forth Symposium (International) on Combustion. The Williams and Wilkins Co., Baltimore, Md. 1953.
15. A. D. Baer, N. W. Ryan, E. B. Schultz. *AIAA J.* 1971, 9, 5.
16. I. A. Steinz, P. L. Stang, M. Summerfield. AIAA 4-th Propulsion Joint Specialist Conf., 1968, AIAA Preprint 68—658.

УДК 536.46+532.51

О ВИХРЕВОЙ СТРУКТУРЕ БЫСТРОРАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ПОЖАРОВ

Ю. А. Гостинцев, С. С. Новиков, Л. А. Суханов

(Москва)

На основании рассмотрения уравнений гидродинамики установлено, что в первом приближении явления, происходящие в быстрых степных или верховых лесных пожарах, описываются критерием Фруда, связывающим характерные величины скорости распространения и размера вихревой зоны перед фронтом.

Предложена математическая модель, позволяющая аналитически исследовать кинематическую структуру течения вблизи быстро продвигающейся зоны горения. Показано, что перед фронтом выгорающего вещества движется пара вихрей с противоположным знаком циркуляций. Существование вихревого течения обуславливает смену направления движения воздуха, что создает предпосылки для гашения быстрого пожара встречным огнем. Исследована устойчивость предложенной модели к малым перемещениям вихревой области относительно фронта пожара.

Скорость распространения пожаров по степи или по кроне лесного массива может достигать 10—30 км/час [1]. Ряд наблюдаемых при этом явлений (смена направления ветра перед движущимся фронтом, возможность тушения пожара встречным огнем, сильные гидродинамические эффекты вблизи очага и т. п.) можно объяснить на основе представлений о вихревой гидродинамической структуре пожаров [2].

Механизм возникновения такой структуры поясним на примере сильно нагретой конвективной струи газобразных продуктов над неподвижным очагом горения. Взаимодействие горячей струи с окружающей атмосферой обеспечивает интенсивное поступление в нее холодного воздуха. По мере удаления от источника восходящая струя расширяется, замедляется и охлаждается. Это в соответствии с уравнением баланса массы должно привести к образованию вихревых течений в атмосфере. При этом существование градиентов давления и температуры вблизи конвективной струи способствует усилению, а силы вязкости — диссипации возникших вихрей.

Если зона горения перемещается, то продукты сгорания отделены от холодной атмосферы криволинейной поверхностью переднего фронта струи (рис. 1). Градиенты давления и температуры на фронте будут по-прежнему велики, а за ним (в области движения продуктов) — существенно меньше. Так как усиление вихря за счет градиентов давления и температуры в поле течения определяется величиной $\text{grad } T \cdot \text{grad } p$, то впереди распространяющегося очага горения условия для существования интенсивного вихревого движения сохраняются. В продуктах $\text{grad } T \cdot \text{grad } p \approx 0$ усиления вихря нет и циркуляция затухает из-за действия вязкости.

Таким образом, качественное рассмотрение явления показывает, что структура распространяющегося пожара характеризуется наличием вихревого движения перед его фронтом.

Будем приближенно описывать турбулентное движение уравнениями Навье — Стокса с эффективными значениями вязкости ($\nu + \nu_T$) и температуропроводности ($\kappa + \kappa_T$) в них.

После введения безразмерных переменных

$$\tilde{v} = \frac{\bar{v}}{u_0}, \quad \pi = p / (\rho_0 u_0^2), \quad \tilde{\rho} = \rho / \rho_0, \quad \vartheta = (T - T_0) / (T_g - T_0), \quad \tau = t u_0 / a$$

и параметров

$$\text{Re} = \frac{u_0 a}{\nu}, \quad \text{Fr} = \frac{u_0^2}{g a}, \quad \text{Ec} = \frac{u_0^2}{c_p (T_g - T_0)},$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\kappa}, \quad \varepsilon = \frac{\nu_T}{\nu}$$

эти уравнения примут вид

$$\frac{D\tilde{v}}{D\tau} = -\frac{\nabla\pi}{\tilde{\rho}} + (1 + \varepsilon) \frac{\nabla^2 \tilde{v}}{\text{Re}} + \frac{1 + \varepsilon}{3} \frac{\nabla(\nabla\tilde{v})}{\text{Re}} - \frac{\bar{k}}{\text{Fr}},$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tau} + \tilde{\rho} (\nabla\tilde{v}) + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \text{Ec} \tilde{v} (\nabla \frac{\pi}{\vartheta}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{D\vartheta}{D\tau} = \frac{\text{Ec}}{\tilde{\rho}} \frac{D\pi}{D\tau} + \frac{1 + \varepsilon}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \nabla^2 \vartheta + \frac{\text{Ec}(1 + \varepsilon)}{\text{Re}} \tilde{\Phi}.$$

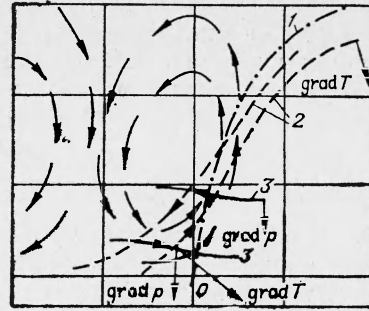


Рис. 1. Качественная картина течения около фронта быстрого пожара.

1 — граница струи; 2 — изотермы; 3 — изобары; — — — изобароизотермическая трубка.

Здесь \bar{k} — внешний к поверхности земли единичный вектор, $\tilde{\Phi}$ — безразмерная диссипативная функция [3]. Система (1) должна дополняться уравнением состояния, которое для случая атмосферных течений нагреваемого газа примем в виде [4]

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(\tilde{\Phi}). \quad (2)$$

При обезразмеривании уравнений (1) использованы характерные величины скорости распространения u_0 , масштаба вихревой области пожара a , температуры T_0 и плотности ρ_0 атмосферы и температуры T_g горения.

Применяя операцию rot к уравнению движения в (1), получим выражение, определяющее динамику вихревого течения

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{\Omega}}{D\tau} - (\bar{\Omega}\nabla)\tilde{v} + \bar{\Omega}(\nabla\tilde{v}) &= \text{Helm } \bar{\Omega}; \quad (\bar{\Omega} = \text{rot } \tilde{v}), \\ \text{Helm } \bar{\Omega} &= \frac{1}{\rho} \frac{d \ln \tilde{\rho}}{d\tilde{\Phi}} (\nabla\tilde{\Phi} \cdot \nabla\pi) + \frac{1+\varepsilon}{\text{Re}} \nabla^2 \bar{\Omega}. \end{aligned} \quad (3)$$

Первый член гельмгольца определяет усиление вихря за счет градиентов температуры и давления в поле течения, а второй — его затухание за счет вязкости.

Будем называть распространяющийся пожар быстрым, если число Рейнольдса, составленное по скорости его перемещения, размеру вихревой зоны и коэффициенту турбулентной вязкости, много больше единицы и числа Фруда, т. е.

$$\text{Re} = \text{Re}/(1+\varepsilon) \gg 1 \text{ и } \text{Re}_\tau \gg \text{Fr}.$$

Например, пожар с $u_0 = 5$ м/с, $a = 10$ м, $T_g = 1300$ К следует считать быстрым, так как приняв $\nu = 0,1$ см²/с, $\varepsilon = 10^4$ [8], получим для него $\text{Fr} = 0,25$, $\text{Re}_\tau = 5 \cdot 10^2$ ($\text{Pr} \sim 1,0$, $\text{Ec} = 3 \cdot 10^{-5}$). Приведенные оценки позволяют пренебречь в (1) членами, учитывающими влияние вязкости, теплопроводности динамической сжимаемости. Тогда вихревая структура быстро распространяющегося пожара в первом приближении определяется действием силы Архимеда и описывается критерием Фруда, а характерный масштаб вихря и скорость движения фронта связаны соотношением

$$a = u_0^2 / (\text{Fr} \cdot g). \quad (4)$$

Рассмотрим стационарный режим. В случае двумерного движения в плоскости $\{x, y\}$ отлична от нуля только одна составляющая вихря ($\Omega = \Omega_z$) вдоль оси, перпендикулярной плоскости (x, y) . В размерных переменных уравнения (1) — (3) в движущейся с фронтом горения системе координат примут вид

$$\begin{aligned} v_x \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v_y \frac{\partial \Omega}{\partial y} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} &= 0, \quad v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \\ \Omega &= \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}, \quad \rho = \rho(T), \quad v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \\ \frac{p}{\rho(\psi)} + \frac{v^2}{2} + gy &= F(\psi), \end{aligned} \quad (5)$$

где ψ — функция тока. Последнее выражение в (5) является интегралом Бернулли, который можно получить из уравнения движения в (1) при условии, что температура и плотность газа постоянны вдоль линии тока, как это видно из (5).

Исследуем кинематическую структуру вихревого движения вблизи фронта пожара. В первом приближении положим в (5) $\text{Helm}\Omega = -D(T, p)/D(x, y) = 0$, что в соответствии с теоремой Фридмана [5] означает выполнение условия сохранения вихревых линий и интенсивности вихревых трубок. Совместно с уравнением Бернулли отсюда следует условие динамической возможности рассматриваемого течения

$$p = p(\psi). \quad (6)$$

Уравнения (5), (6) запишутся в виде

$$\frac{D(\Omega, \psi)}{D(x, y)} = \frac{D(T, \psi)}{D(x, y)} - \frac{D(p, \psi)}{D(x, y)} = \frac{D(\rho, \psi)}{D(x, y)} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\Omega.$$

Таким образом, в пределах принятых допущений оказывается возможным независимое рассмотрение кинематики вихревого движения. Система (7) формально совпадает с уравнениями движения идеальной несжимаемой жидкости. Поэтому для предварительного выбора схемы стационарного течения около фронта пожара можно воспользоваться теорией комплексного потенциала точечных вихрей и источников в несжимаемой жидкости.

Будем использовать систему координат, движущуюся вместе с фронтом со скоростью u_0 . В такой системе отсчета стационарный очаг горения и вихревая область будут неподвижными, а поток воздуха набегаёт слева направо со скоростью u_0 . Зона горения моделируется линейным (вдоль оси, перпендикулярной плоскости движения) источником массы с мощностью m , помещенным в точке $x=y=0$, а вихревая область — точечными вихрями с циркуляцией $\pm\kappa$.

Для нахождения равновесной конфигурации вихрей в поле источника и равномерного потока рассмотрим произвольную четырехвихревую схему, представленную на рис. 2. Воспользовавшись методом отображения и выражениями комплексных потенциалов источника в потоке и точечных вихрей, запишем суммарный комплексный потенциал течения в виде [6]

$$w = -u_0 z - m \ln z + i\kappa \ln \frac{(z - z_1)(z - z_2')(z - z_3')(z - z_4)}{(z - z_1')(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4)}. \quad (8)$$

Здесь $z = x + iy$ — комплексная переменная, $z_1 = -a_1 + hi$, $z_1' = -a_1 - hi$, $z_2 = -a_2 + hi$, $z_2' = -a_2 - hi$, $z_3 = a_3 + hi$, $z_3' = a_3 - hi$, $z_4 = a_4 + hi$, $z_4' = a_4 - hi$ — координаты вихрей.

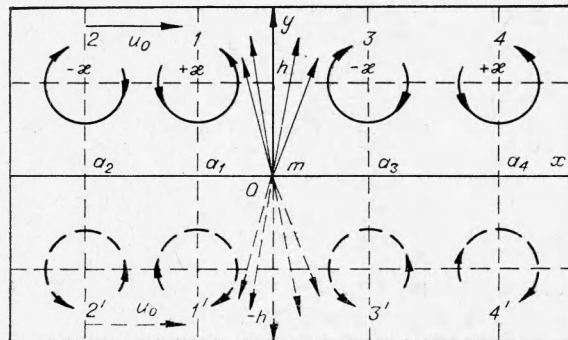


Рис. 2. Схема расположения точечных вихрей в поле равномерного потока u_0 и линейного источника массы с мощностью m .

Для комплексной скорости в произвольной точке z имеем

$$u_x - iv_y = -\frac{dw}{dz}. \quad (9)$$

На основании (8) и (9) найдем равновесное положение вихрей в принятой на рис. 2 схеме движения. Положение будет равновесным, если любой из k вихрей остается неподвижным, т. е.

$$u_k = -\operatorname{Re} \left[\frac{d}{dz} (w - w_k) \right] = 0, \quad v_k = \operatorname{Im} \left[\frac{d}{dz} (w - w_k) \right] = 0$$

(w_k — комплексный потенциал k -го вихря.)

Запишем условия равновесия первого и третьего вихрей

$$\tilde{u}_1 = 1 - \frac{m}{\kappa} \frac{A_1}{A_1^2 + H^2} + \frac{\Delta_1^2}{2H(\Delta_1^2 + 4H^2)} - \frac{2H}{\Sigma^2 + 4H^2} + \frac{2H}{(\Delta_2 + \Sigma)^2 + 4H^2} = 0, \quad (10)$$

$$\tilde{v}_1 = \frac{m}{\kappa} \frac{H}{A_1^2 + H^2} - \frac{4H^2}{\Delta_1(\Delta_1^2 + 4H^2)} + \frac{4H^2}{\Sigma(\Sigma^2 + 4H^2)} - \frac{4H^2}{(\Delta_2 + \Sigma)[(\Delta_2 + \Sigma)^2 + 4H^2]} = 0;$$

$$\tilde{u}_3 = 1 + \frac{m}{\kappa} \frac{A_3}{A_3^2 + H^2} - \frac{\Delta_2^2}{2H(\Delta_2^2 + 4H^2)} + \frac{2H}{\Sigma^2 + 4H^2} - \frac{2H}{(\Delta_1 + \Sigma)^2 + 4H^2} = 0, \quad (11)$$

$$\tilde{v}_3 = \frac{m}{\kappa} \frac{H}{A_3^2 + H^2} - \frac{4H^2}{\Delta_2(\Delta_2^2 + 4H^2)} + \frac{4H^2}{\Sigma(\Sigma^2 + 4H^2)} - \frac{4H^2}{(\Delta_1 + \Sigma)[(\Delta_1 + \Sigma)^2 + 4H^2]} = 0.$$

Здесь $\tilde{u}_{1,3} = u_{1,3}/u_0$, $\tilde{v}_{1,3} = v_{1,3}/u_0$, $A_{1,3} = a_{1,3}u_0/\kappa$, $H = hu_0/\kappa$, $\Delta_1 = u_0(a_2 - a_1)/\kappa$, $\Delta_2 = u_0(a_4 - a_3)/\kappa$, $\Sigma = A_1 + A_3$.

Исследуем предельные случаи, когда $\Sigma \rightarrow \infty$: Из (10), (11) для горизонтального и вертикального равновесия будем иметь

$$\frac{m}{\kappa} \frac{A_1}{A_1^2 + H^2} = 1 + \frac{\Delta_1^2}{2H(\Delta_1^2 + 4H^2)}, \quad (12)$$

$$\frac{m}{\kappa} \frac{H}{A_1^2 + H^2} = \frac{4H^2}{\Delta_1(\Delta_1^2 + 4H^2)};$$

$$\frac{m}{\kappa} \frac{A_3}{A_3^2 + H^2} = -1 + \frac{\Delta_2^2}{2H(\Delta_2^2 + 4H^2)}, \quad (13)$$

$$\frac{m}{\kappa} \frac{H}{A_3^2 + H^2} = \frac{4H^2}{\Delta_2(\Delta_2^2 + 4H^2)}.$$

Из записи (12) и (13) видно, что при $\Sigma \rightarrow \infty$ пара вихрей {1, 2} не взаимодействует с парой {3, 4}. В соответствии с определением Σ возможны следующие случаи: а) $A_3 \rightarrow \infty$, A_1 — конечно (перед фронтом находится пара вихрей {1, 2}, а в продуктах вихри {3, 4} отсутствуют); б) $A_1 \rightarrow \infty$, A_3 — конечно (существует только пара вихрей за фронтом); в) $A_1 \rightarrow \infty$,

$A_3 \rightarrow \infty$ (вблизи очага горения вихрей нет). На основании (12) и (13) при заданных $m/\kappa > 0$ можно показать, что в случае а) пара вихрей перед фронтом может находиться в равновесии при любых значениях параметров A_1, H, Δ_1 , тогда как вихри {3, 4}, удаленные на бесконечное расстояние от источника, стационарного положения не имеют. В случае б) пара вихрей {3, 4} в продуктах горения находится в равновесии только если $H = hu_0/\kappa < 1/2$ при $\Delta_2 > 2H[2H/(1-2H)]^{1/2}$, т. е. схема со стационарным расположением вихрей за фронтом в продуктах формально реализуется только при относительно низких скоростях распространения, больших интенсивностях циркуляции и значительных расстояниях ($a_4 - a_3$). При распространении быстрого пожара такие условия отсутствуют и существование установившегося интенсивного вихревого циркуляционного движения продуктов горения невозможно. В варианте в) совместного решения (12) и (13) нет.

Аналитическое решение (10), (11) для четырехвихревой схемы течения при конечных величинах Σ в общем случае получить затруднительно. На основании оценок верхних и нижних границ функций и графического анализа можно установить, однако, что стационарная конфигурация с четырьмя вихрями возможна только при выполнении необходимого условия $hu_0/\kappa < 1/2$.

Увеличение скорости u_0 приводит к разрушению такой конфигурации и вырождению ее в схему с одной парой вихрей {1, 2} перед фронтом. (Можно показать, что равновесие схемы течения с двумя вихрями 1 и 3, разделенными зоной горения, невозможно из-за их всплывания при взаимодействии с источником.) Таким образом, качественное рассмотрение динамики течения вблизи фронта движущегося пожара (характер распределения градиентов давления и температуры, определяющий усиление вихря) и анализ кинематики точечных вихрей приводят к одному и тому же результату: перед быстрораспространяющимся фронтом существует вихревое движение, образованное парой вихрей.

Рассмотрим решение общей кинематической задачи (7). Будем считать, что зона вихревого движения ограничена полуцилиндром радиуса a , расположенным на поверхности в начале координат, а зона горения представлена линейным источником массы с мощностью m , размещенным в точке $x = x_0, y = 0$ вне атмосферы вихря.

Из первого соотношения в (7) следует, что величина Ω постоянна вдоль каждой линии тока, т. е. $\Omega = \Omega(\psi)$. Полагая в первом приближении $\Omega = k^2\psi$ (однородное вихревое движение, см., например, [7]), где k — постоянная, которую следует находить из граничных условий, вместо (7) получим

$$(\Delta + k^2)\psi = 0. \quad (14)$$

Уравнение (12) описывает движение в вихревой области $r \leq a$. Вне вихря ($r \geq a$) течение потенциально и величина $k = 0$. Сшивку решений на границе областей ($r = a$) необходимо проводить по условиям непроницаемости границы и непрерывности на ней тангенциальной составляющей скорости [7]

$$\psi_+(\vartheta, r = a) = \psi_-(\vartheta, r = a), \quad \left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)_{a+} = \left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)_{a-}. \quad (15)$$

В (14), (15) использована полярная система координат r, ϑ (ϑ отсчитывается против часовой стрелки от $y = 0, x > 0$). Построим комплексный потенциал $w = \varphi + i\psi$ (φ — потенциал скорости, ψ — функция тока) невихревого течения, образованного равномерным потоком вдоль оси x со скоростью u_0 и линейным источником массы с мощностью m , расположенным вне вихря. Воспользовавшись теоремой об окружности

и выражением комплексного потенциала для течения без цилиндра [6], найдем

$$\omega = -u_0 z - u_0 \frac{a^2}{z} - m \ln(z - z_0) - m \ln\left(\frac{a^2}{z} - z_0\right), \quad (16)$$

где z_0 — комплексная координата источника. Составляющие скорости определяются в соответствии с (9) из выражения

$$-\frac{\partial \omega}{\partial z} = u - iv = u_0 - u_0 \frac{a^2}{z^2} + \frac{m}{z - z_0} - \frac{ma^2}{z(a^2 - zz_0)}. \quad (17)$$

Условие $d\omega/dz=0$ позволяет найти координаты точек торможения потока

$$z_{1,2} = \pm a, \\ z_{3,4} = \frac{1}{2z_0} \left\{ a^2 + z_0^2 - \frac{mz_0}{u_0} \pm \sqrt{\left(a^2 + z_0^2 - \frac{mz_0}{u_0} \right)^2 - 4a^2 z_0^2} \right\}. \quad (18)$$

Разделяя действительную и мнимую части в (16) при $z = r \exp i\vartheta$, получим потенциал и функцию тока течения вне области вихря

$$\varphi = \operatorname{Re} \omega = -u_0 \left(r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \vartheta - m \left\{ \ln \left[\left(r^2 + z_0^2 - 2rz_0 \cos \vartheta \right) \left(\frac{a^2}{r^2} - \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - 2 \frac{z_0 a^2}{r} \cos \vartheta + z_0^2 \right) \right]^{1/2} \right\}, \quad (19)$$

$$\psi = \operatorname{Im} \omega = -u_0 \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \vartheta - m \left\{ \operatorname{arctg} \frac{r \sin \vartheta}{r \cos \vartheta - z_0} - \right. \\ \left. - \operatorname{arctg} \frac{a^2 \sin \vartheta}{a^2 \cos \vartheta - z_0 r} \right\}.$$

Для сшивки потенциального течения с вихревым на границе цилиндрической области нужно знать ψ и $\partial\psi/\partial r$ при $r=a$. Из (19) имеем

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{a+} = -2u_0 \sin \vartheta + \frac{2mz_0 \sin \vartheta}{a^2 - 2az_0 \cos \vartheta + z_0^2} = F(\vartheta). \quad (20)$$

В предыдущих выкладках не было обусловлено положение источника относительно области вихря. Как и в кинематике точечных вихрей возможны два случая: протяженная вихревая область находится перед фронтом пожара либо за ним. Для конкретизации схемы течения найдем равновесное состояние системы источник—равномерный поток—вихревой цилиндр. Уравнение движения цилиндра с использованием теоремы Лагалли [6] можно записать в виде

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = m \left(-\frac{u_0}{x^2} + \frac{m}{x(x^2 - a^2)} \right), \quad (21)$$

где x — положение источника относительно начала координат (центра вихревой области). Система будет находиться в равновесии, если источник расположен в точке с координатой

$$x_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{u_0} + \sqrt{\left(\frac{m}{u_0} \right)^2 + 4a^2} \right), \quad (22)$$

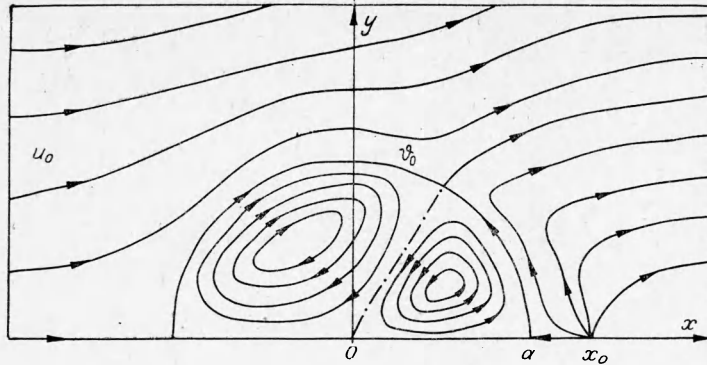


Рис. 3. Картина линий тока вблизи быстро распространяющегося пожара.

и рассматриваемая модель течения возможна, если зона вихрей движется перед фронтом пожара, но не за ним (рис. 3).

Исследуем устойчивость найденного положения равновесия. Наложим на координату x_0 малое возмущение. Линеаризуя уравнение (21), получаем

$$\frac{d^2 \delta x}{dt^2} = m \left\{ \frac{2u_0}{x_0^3} - m \frac{3x_0^2 - a^2}{x_0^2 (x_0^2 - a^2)^2} \right\} \delta x. \quad (23)$$

Будем искать решение (23) в виде $\delta x = \Delta \exp \Omega t$. Тогда режим устойчив, если $\text{Re} \Omega \leq 0$. Подставляя выражение для δx в (23) и используя (22), найдем

$$\Omega = j \frac{u_0}{x_0^2} \sqrt{x_0^2 + a^2} = j \frac{m \sqrt{x_0^2 + a^2}}{x_0 (x_0^2 - a^2)}, \quad \text{Re} \Omega = 0.$$

Решение устойчиво, но возможны малые нейтральные гармонические колебания вихря около положения равновесия. Частота колебаний уменьшается с ростом размера вихря.

Для построения потенциального движения вне области завихренности определим координату точки отрыва течения на цилиндре $r=a$. Из (20) при $v_\phi = 0$ следует

$$\left(u_0 - \frac{m x_0}{a^2 + x_0^2 - 2a x_0 \cos \vartheta} \right) \sin \vartheta = 0.$$

Откуда совместно с условием равновесия (22) имеем

$$\vartheta_0 = \arccos \frac{a}{x_0} = \arccos \frac{2a}{\frac{m}{u_0} \sqrt{\left(\frac{m}{u_0}\right)^2 + 4a^2}} \quad \text{при } r = a. \quad (24)$$

Угол ϑ при малых m/u_0 стремится к нулю, а с ростом $m/u_0 \rightarrow \infty$ $\vartheta_0 \rightarrow \pi/2$.

Запишем задачу (14) для вихревого движения внутри цилиндра. Область завихренности состоит из двух вихрей, расположенных в секторах $r=a$, $0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0$ и $r=a$, $\vartheta \leq \vartheta \leq \pi$.

Сектор $0 \leq r \leq a$, $0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0$.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \vartheta^2} + k^2 \psi = 0,$$

$$\psi(r=a, \vartheta) = 0, \quad \psi(r, \vartheta=0) = 0, \quad \psi(r, \vartheta_0) = 0, \quad (25)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{a+} = F(\vartheta), \quad \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{a+} = \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{a-}, \quad |\psi(r \rightarrow 0)| < M.$$

Сектор $0 \leq r \leq a$, $\vartheta_0 \leq \vartheta \leq \pi$. Задача формулируется аналогично (25), меняется лишь уравнение границы.

Общее решение для каждой из областей можно построить в виде ряда Фурье — Бесселя.

Для $0 \leq \vartheta \leq \vartheta_0$

$$\begin{aligned} \psi &= a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\mu_m^n I_{n\pi}(\mu_m^n)} \sin \frac{n\pi\vartheta}{\vartheta_0} I_{\frac{n\pi}{\vartheta_0}}(x), \quad x = \frac{\mu_m^n r}{a}, \\ v_{\vartheta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_n \sin \frac{n\pi\vartheta}{\vartheta_0}}{I_{\frac{n\pi}{\vartheta_0} - 1}(\mu_m^n)} I'_{\frac{n\pi}{\vartheta_0}}(x), \\ v_r &= -\frac{a\pi}{r\vartheta_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\alpha_n n \cos \frac{n\pi\vartheta}{\vartheta_0}}{\mu_m^n I_{\frac{n\pi}{\vartheta_0} - 1}(\mu_m^n)} I_{\frac{n\pi}{\vartheta_0}}(x), \end{aligned} \quad (26)$$

где $\alpha_n = \frac{2}{\vartheta_0} \int_0^{\vartheta_0} F(\vartheta) \sin \frac{n\pi}{\vartheta_0} \vartheta d\vartheta$; μ_m^n — корни уравнения $I_{\frac{n\pi}{\vartheta_0}}(\xi) = 0$.

Для $\vartheta_0 \leq \vartheta \leq \pi$

$$\begin{aligned} \psi &= a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{\nu_m^n I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0}}(\nu_m^n)} \sin \frac{n\pi(\pi - \vartheta)}{\pi - \vartheta_0} I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0}}(y), \quad y = \frac{\nu_m^n r}{a}, \\ v_{\vartheta} &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_n \sin \frac{n\pi(\pi - \vartheta)}{\pi - \vartheta_0}}{I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0} - 1}(\nu_m^n)} I'_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0}}(y), \\ v_r &= \frac{\pi a}{\pi - \vartheta_0} \frac{1}{r} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_n n \cos \frac{n\pi(\pi - \vartheta)}{\pi - \vartheta_0}}{\nu_m^n I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0} - 1}(\nu_m^n)} I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0}}(y), \end{aligned} \quad (27)$$

где $\beta_n = \frac{2}{\pi - \vartheta_0} \int_{\vartheta_0}^{\pi} F(\vartheta) \sin \frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0} (\pi - \vartheta) d\vartheta$; ν_m^n — корни уравнения $I_{\frac{n\pi}{\pi - \vartheta_0}}(\xi) = 0$.

Уравнения (26) и (27) позволяют вычислить циркуляцию вихрей. Например, для правого сектора

$$\Gamma_1 = \int \bar{v} d\bar{S} = \int_0^a v_r(\vartheta = 0) dr + a \int_0^{\vartheta_0} v_{\vartheta}(r = a) d\vartheta + \int_a^0 v_r(\vartheta = \vartheta_0) dr.$$

Циркуляция $\dot{\Gamma}_1$ ближайшего к фронту пламени вихря положительна, а у другого — отрицательна и $\Gamma_2 = -\Gamma_1$. Центры вихрей определяются решениями (26) и (27) при $v_r = v_{\vartheta} = 0$. Полную кинематическую структуру движения при заданных значениях u_0 , a , m можно рассчитать на основании формул (19), (22), (24), (26), (27). На рис. 3 в движущейся системе координат приведена качественная картина расположения линий тока вблизи фронта быстрого пожара, построенная в соответствии с предложенной моделью.

По мере приближения фронта к наблюдателю направление движения воздуха внутри вихревой зоны в соответствии с рис. 3 будет меняться, образуя встречный поток воздуха. Если создать в этот момент искусственный очаг горения, то его фронт будет распространяться навстречу основному пожару. Такой способ гашения используется практически [1].

В общем случае величины u_0 , a , m должны определяться из решения общей динамической задачи о распространении фронта пожара, включающей в себя сведения о механизме горения, турбулентном обмене между вихревой зоной и зоной пламени и т. п. В настоящее время такая задача не сформулирована.

Привлекая дополнительные оценки, на основании полученных выше результатов можно приближенно оценивать характеристики быстрых пожаров, зная скорость их распространения. Так, например, приняв $u_0 \sim 10$ м/с и $Fg \sim 1,0$, из (4) найдем характерный масштаб вихря $a_0 \sim 10$ м. Рассмотрение баланса массы в слое выгорающего вещества за фронтом дает дополнительную связь для величины $m/u_0 \sim K(\nu\rho_0 + \eta\rho_s)/\rho_g$, где K , η и ρ_s — высота, пористость слоя и плотность горючего материала; ρ_0 и ρ_g — плотности воздуха и продуктов, ν — стехиометрический коэффициент. Отсюда для $K \sim 1$ м, $\eta \sim 10^{-2}$ следует $m/u_0 \sim 10$ м. Из (20) и (21) найдем $x_0 \sim 15$ м и $\eta_0 \sim 50^\circ$. Период малых нейтральных колебаний вихревой конфигурации перед фронтом пожара составляет ~ 7 с.

Поступила в редакцию
12/XII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Вопросы лесной пирологии. Сборник. Красноярск, 1972.
2. Ю. А. Гостинцев, С. С. Новиков, Л. А. Суханов. IV Всесоюзный симпозиум по горению и взрыву. Тезисы докладов. Черногоровка, 1974.
3. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1953.
4. А. С. Монин, А. М. Яглом. Статистическая гидромеханика. Т. 1. М., «Наука», 1965.
5. А. А. Фридман. Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости. ОНТИ, 1934.
6. Л. М. Милн-Томсон. Теоретическая гидродинамика. М., «Мир», 1964.
7. М. А. Лаврентьев, В. Б. Шабат. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., «Наука», 1973.
8. М. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. Теоретическая гидромеханика. Т. 1. М., 1963.

УДК 662.611.2

О ГОРЕНИИ 1,3-ДИАЗИДОПРОПАНОЛА-2

В. В. Сергеев, М. С. Кожух

(Москва)

Горение большинства взрывчатых веществ является сложным многостадийным процессом, что затрудняет его изучение. С этой точки зрения горение, основанное на экзотермическом разложении соединения представляется одним из наиболее простых видов. К числу таких веществ относятся производные азотистоводородной кислоты.

Некоторые азиды являются типичными иницирующими ВВ, другие же обладают способностью к устойчивому горению [1—4].