

ОБ АКУСТИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ  
ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОРОХА

С. С. Новиков, Ю. С. Рязанцев, В. Е. Тульских  
(Москва)

Возникновение акустической неустойчивости горения в ракетных двигателях твердого топлива связано с возможностью усиления звуковых волн при отражении от горячей поверхности твердого топлива. Предложено несколько экспериментальных методов измерения акустической проводимости поверхности горения твердых топлив и в литературе приводятся значения этой величины для целого ряда твердых топлив в широком диапазоне частот (например, [1-3]).

Задача о теоретическом определении величины акустической проводимости сводится к исследованию перестройки физико-химических процессов в зоне горения под действием гармонических возмущений давления и вычислению величины акустического возмущения скорости оттока газа из зоны горения. Расчету акустической проводимости поверхности горения твердого топлива посвящено значительное число работ (например, [4-7]). В этих работах акустическая проводимость находится с использованием моделей горения твердого топлива, содержащих несколько констант, например, таких, как энергии активации химических реакций. Выбирая эти характеристики зоны горения твердого топлива, можно получить удовлетворительное соответствие экспериментальных и теоретических данных. Однако такое сопоставление теории и эксперимента не позволяет сделать определенный вывод о справедливости использованных моделей нестационарного горения твердого топлива, так что вопрос об области применимости этих моделей остается нерешенным.

В работах [8,9] предложена модель нестационарного горения твердых топлив, основанная на использовании стационарных зависимостей скорости горения и температуры поверхности твердого топлива от давления и начальной температуры. Указанные зависимости были определены экспериментально для баллистического пороха в работе [10]. Это дает возможность в случае баллистического пороха получить аналитическую формулу и численные значения акустической проводимости, опирающиеся на вполне определенные экспериментальные значения всех параметров, фигурирующих в исходных уравнениях. Ниже приводятся результаты такого расчета, полученные с использованием основных предположений и уравнений работы [9].

**1. Уравнения.** Система уравнений для определения акустической проводимости горячей поверхности твердого топлива состоит из пяти уравнений для возмущений температуры горячей поверхности  $\delta T_s$ , скорости горения твердого топлива  $\delta U$ , градиента температуры на поверхности горения внутри конденсированной фазы  $\delta \varphi$ , возмущения скорости оттока газов от горячей поверхности  $\delta u$  и возмущения давления  $\delta p$ .

Три из этих уравнений выражают весьма общие свойства зоны горения твердого топлива и не зависят от конкретных предположений о связи скорости горения и температуры поверхности с условиями в зоне горения. Это уравнение, описывающее перестройку теплового слоя в конденсированной фазе, уравнение баланса тепловой энергии в безынерционной части зоны горения и уравнение баланса массы на горячей поверхности. В соответствии с результатами работы [6] запишем эти уравнения в виде

$$\frac{\delta \varphi}{\varphi} - \frac{\beta_1}{2} \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} + \frac{i(\beta_1 - 2)}{2\Omega} \frac{\delta U}{U} = 0 \quad \left( \beta_1 = 1 + \sqrt{1 + 4i\Omega}, \Omega = \frac{\omega \tau}{U^2} \right) \quad (1.1)$$

$$\frac{\delta \varphi}{\varphi} - \frac{\delta T_s}{T_s - T_0} - \frac{\delta U}{U} + \frac{1}{\tau} \frac{\delta T_2}{T_2} = 0 \quad \left( \varphi = \frac{U}{\kappa} (T_s - T_0) \right) \quad (1.2)$$

$$\frac{\delta u}{u} - \frac{\delta U}{U} + \frac{\delta p}{p} - \frac{\delta T_2}{T_2} = 0 \quad \left( \tau = \frac{c_1(T_s - T_0)}{c_2 T_2} \right) \quad (1.3)$$

Здесь  $T_s$ ,  $T_0$ ,  $T_2$ ,  $U$ ,  $u$ ,  $p$  — стационарные значения температуры на поверхности твердого топлива, начальной температуры, температуры горения, скорости горения, скорости оттока газа и давления соответственно;  $c_1$  — теплоемкость конденсированной фазы;  $c_2$  — теплоемкость газа;  $\kappa$  — температуропроводность конденсированной фазы;  $\omega$  — частота колебаний. Следует отметить, что уравнение (1.3) записано в предположении, что в продуктах сгорания распространяются волны двух типов — акустические и энтропийные. На необходимость учета последних было указано в работе [11]. Недавно наличие энтропийных волн было установлено экспериментально.

Таблица 1

	$\mu$	$k$	$\tau$	$r$	$v$	$T_0, ^\circ\text{C}$	$p, \text{мм}$	$U, \text{мм/сек}$
1	0.013	2.00	0.30	0.16	0.67	-100	1	0.28
2	0.023	1.88	0.24	0.24	0.67	0	1	0.60
3	0.028	2.24	0.21	0.51	0.67	50	1	1.0
4	0.17	0.57	0.23	0.26	0.67	-100	20	19
5	0.21	1.04	0.20	0.36	0.67	-50	20	21.5
6	0.32	1.38	0.18	0.47	0.67	0	20	26
7	0.36	1.99	0.17	0.60	0.67	50	20	35
8	0.32	2.34	0.15	0.70	0.67	100	20	49

Таблица 2

Значения  $10^3 R$ 

$z\text{ч}$	0	5	10	20	40	60	80	100
1	0.12	1.13	0.40	0.11	0.06	0.07	0.08	0.09
2	0.18	0.98	0.04	0.02	0.07	0.11	0.13	0.15
3	0.31	-8.10	-0.51	-0.09	0.07	0.14	0.18	0.20
4	0.39	0.19	0.10	0.11	0.22	0.32	0.40	0.45
5	0.46	0.17	-0.07	-0.14	0.21	0.48	0.64	0.75
6	0.56	0.30	-0.03	-0.27	0.53	1.14	1.44	1.61
7	0.75	0.60	0.27	0.70	-1.79	1.68	3.16	3.54
8	1.08	1.02	0.86	0.33	-1.67	-5.40	-4.06	1.87

При выводе еще двух уравнений для возмущений  $\delta T_s$ ,  $\delta U$ ,  $\delta \varphi$  и  $\delta p$  воспользуемся основным предположением теории, развитой в работах [8,9]. В [8,9] при ряде допущений, совпадающих с допущениями, принятыми в работе [6], постулируется, что стационарные зависимости скорости горения и температуры горячей поверхности от давления и градиента температуры на поверхности твердого топлива,  $U(p, \varphi)$  и  $T_s(p, \varphi)$ , остаются справедливыми и в нестационарных условиях. При этом вид зависимостей  $U(p, \varphi)$  и  $T_s(p, \varphi)$  определяется путем исключения начальной температуры  $T_0$  из определенных в стационарных условиях зависимостей скорости горения и температуры поверхности от давления и начальной температуры,  $U(p, T_0)$  и  $T_s(p, T_0)$ , при помощи соотношения

$$\varphi = (T_s - T_0) U / \kappa$$

Исходя из этой гипотезы, можно получить уравнения

$$\frac{\delta T_s}{T_s - T_0} - \frac{\mu(k-1) - vr}{k+r-1} \frac{\delta p}{p} - \frac{r}{r+k-1} \frac{\delta \varphi}{\varphi} = 0 \quad (1.4)$$

$$\frac{\delta U}{U} - \frac{v(r-1) - \mu k}{k+r-1} \frac{\delta p}{p} - \frac{k}{k+r-1} \frac{\delta \varphi}{\varphi} = 0 \quad (1.5)$$

Здесь

$$k = (T_s - T_0) \left( \frac{\partial \ln U}{\partial T_0} \right)_p, \quad v = \left( \frac{\partial \ln U}{\partial \ln p} \right)_{T_0}, \quad r = \left( \frac{\partial T_s}{\partial T_0} \right)_p$$

$$\mu = \frac{1}{T_s - T_0} \left( \frac{\partial T_s}{\partial \ln p} \right)_{T_0}$$

Параметры  $k$ ,  $v$ ,  $r$ ,  $\mu$  определяются по известной стационарной зависимости  $U(T_0, p)$  и  $T_s(T_0, p)$ . Уравнения (1.1) — (1.5) позволяют рассчитать акустическую проводимость поверхности горения твердого топлива.

**2. Акустическая проводимость.** По определению акустическая проводимость поверхности, записанная в безразмерном виде, равна

$$\zeta = -\rho c \frac{\delta u}{\delta p} \quad (2.1)$$

Здесь  $\delta u$ ,  $\delta p$  — акустические возмущения скорости и давления на рассматриваемой поверхности,  $\rho$  — плотность газа,  $c$  — скорость звука. Обычно акустическая проводимость имеет комплексное значение. Звуковая волна при отражении от поверхности усиливается, если действительная часть акустической проводимости этой поверхности  $\text{Re} \zeta$  имеет отрицательное значение ( $\text{Re} \zeta < 0$ ). Поэтому склонность твердого топлива к акустической неустойчивости горения обычно характеризуется величиной действительной части акустической проводимости. Из уравнений (1.1) — (1.5), учитывая определение (2.1), нетрудно найти явное выражение для акустической проводимости и далее, выделяя действительную часть, получить следующую формулу:

$$\text{Re} \left( \frac{c}{\gamma u} \zeta \right) = R = \frac{a_1 x^4 + b_1 x^3 + c_1 x^2 + d_1 x + l_1}{a_2 x^4 + b_2 x^3 + c_2 x^2 + d_2 x + l_2} \left( \gamma = \frac{c_p}{c_v} \right) \quad (2.2)$$

$$x = [1/2 + 1/2 (1 + 16\Omega^2)^{1/2}]^{1/2}, \quad a_1 = (\mu\tau + r + \mu k - rv) r / 2$$

$$b_1 = (\mu\tau + \mu k - \mu k\tau - 2kr - v\tau r - \mu k^2 + 2r - 2rv + vkr) / 2$$

$$c_1 = (k - 1) (v + v\tau - 1 + k) - a_1, \quad d_1 = 1 - k^2 - b_1 - v - v k\tau$$

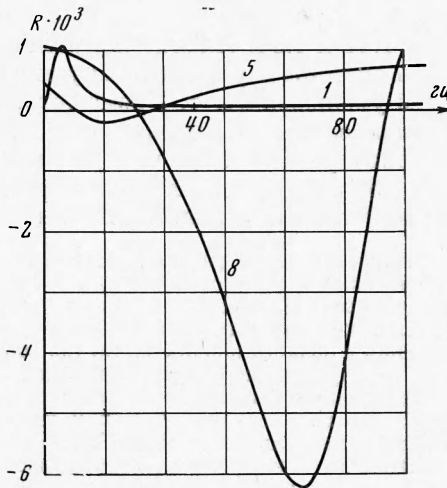
$$l_1 = v\tau + 2k - kv, \quad a_2 = r^2 / 2, \quad b_2 = r(1 - k)$$

$$c_2 = (1 - k)^2 - r^2 / 2, \quad d_2 = 1 - k^2 + rk - r, \quad l_2 = 2k$$

**3. Результаты расчета и обсуждение.** По формуле (2.2) был выполнен расчет величины действительной части акустической проводимости баллистического пороха для восьми различных стационарных режимов горения. Значения параметров  $k$ ,  $r$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ , а также величин  $T_0$ ,  $p$ ,  $U$  для каждого режима, определенные по экспериментальным данным работы [10], приводятся в табл. 1.

В табл. 2 представлены значения  $10^3 \cdot R$  в интервале частот 0, 100 гц для каждого из восьми рассмотренных режимов.

На графике показана зависимость действительной части акустической проводимости от частоты для режимов 1, 5, 8. Расчет выполнялся в интер-



вале частот значительно более широком (до  $10^4$  *гц*), чем интервал частот, представленный в табл. 2 и на графике. Данные для частот, больших 100 *гц* не приводятся, так как в этой области расчет всегда приводил к положительным значениям величины действительной части акустической проводимости. Заметное изменение величины  $R$  происходит лишь в интервале до частот порядка 100 *гц*.

При дальнейшем увеличении частоты величина  $10^3 \cdot R$  стремится к некоторому постоянному значению, зависящему от режима горения. Так, например, для режимов 1, 5, 8 соответствующие значения  $10^3 \cdot R$  равны 0,18, 1,41 и 4,54. Анализ полученных результатов показывает, что склонность системы к усилению акустических колебаний возрастает с ростом  $\mu$ ,  $k$ ,  $r$  и уменьшением  $\tau$ . Кроме того, заметное влияние на акустическую неустойчивость системы оказывает давление. Из пяти режимов горения при давлении  $p = 20$  *атм* четыре имеют область неустойчивости в пределах (10 ÷ 80 *гц*). Для трех режимов горения при давлении  $p = 1$  *атм* усиление акустических колебаний обнаружено только в одном случае.

Из результатов расчета следует, что формула для акустической проводимости, полученная с использованием модели нестационарного горения [8,9] и экспериментальных данных [10], приводит либо к положительным значениям действительной части акустической проводимости горячей поверхности, либо указывает на возможность усиления в области низких частот (до 100 *гц*). Экспериментальные данные свидетельствуют об акустической неустойчивости горения в более широкой области частот. Для окончательного сопоставления теории и эксперимента необходимы более детальные сведения о параметрах  $\mu$ ,  $k$ ,  $r$ ,  $\tau$ ,  $\nu$ , так как сведения, которые могут быть получены из экспериментальных данных [10], не являются достаточно полными.

Отметим также, что несоответствие теории и эксперимента для нестационарных процессов с характерным временем, меньшим  $10^{-2}$  *сек*, можно, по-видимому, связать с неполнотой модели горения, положенной в основу расчета, в которой все процессы в реакционной зоне горения, включая химические реакции в конденсированной фазе, считаются квазистационарными.

Поступила 17 VI 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н о r t o n M. D. Use of the one-dimensional T-burner to study oscillatory combustion, AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 6.
2. P r i c e E. W. Experimental solid rocket combustion instability, Tenth Sympos. (Internat.) on Combustion, Cambridge, 1964, p. 1067, Combust. Inst., Pittsburgh, 1965.
3. Н о в и к о в С. С., Р я з а н ц е в Ю. С. Об одной модели неустойчивого горения. Докл. АН СССР, 1961, т. 140, № 2.
4. H a r t R. W., M c C l u r e F. T. Combustion instability: acoustic interaction with a burning propellant surface., J. Chem. Phys., 1959, vol. 30, No. 6. (Рус. перев.: Неустойчивость горения: взаимодействие акустических волн с поверхностью горения твердого ракетного топлива. Вопр. ракетн. техн., 1960, № 2.)
5. W i l l i a m s F. A. Response of a burning solid to small amplitude pressure oscillations. J. Appl. Phys., 1963, vol. 33, No. 11.
6. Н о в и к о в С. С., Р я з а н ц е в Ю. С. О взаимодействии акустических волн с горячей поверхностью конденсированных систем. ПМТФ, 1966, № 2.
7. В о л к о в В. П., М е д в е д е в Ю. И. О взаимодействии акустических волн с горячей поверхностью твердых топлив при повышенных частотах. ПМТФ, 1969, № 1.
8. Н о в о ж и л о в Б. В. Критерий устойчивости стационарного горения пороха. ПМТФ, 1965, № 4.
9. Н о в о ж и л о в Б. В. Горение пороха при гармонически меняющемся давлении. ПМТФ, 1965, № 6.
10. З е н и н А. А., Л е й п у н с к и й О. Н., М а р г о л и н А. Д., Н е ф е д о в а О. И., П о х и л П. Ф. Поле температур у поверхности горящего пороха и устойчивость горения. Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 3.
11. Н о в и к о в С. С., Р я з а н ц е в Ю. А. Акустическая проводимость жесткой горячей поверхности. ПМТФ, 1961, № 6.