

ства 50 мм, статическая составляющая сопротивления песка 0,62 МПа. На рис. 4 дана зависимость относительной (по отношению к статической составляющей) силы сопротивления песка F/F_0 от скорости тела V .

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что при скорости внедрения тела до 3 м/с динамическая составляющая силы сопротивления не превышает 5 % от статической и без большой погрешности задача о проникании тела в песок может быть решена без учета динамической составляющей. Однако при скорости 10—20 м/с сила сопротивления песка может в 1,4—2,6 раза превысить статическую составляющую.

ЛИТЕРАТУРА

1. Давыдов Ю. М., Нигматулин Р. И. Расчет внешнего обтекания затупленных тел гетерогенным потоком газа с каплями или частицами // ДАН СССР.— 1981.— Т. 259, № 1.
2. Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Движение тел в псевдооживленном слое.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1980.
3. Иванов А. С. Экспериментальное исследование метания тел нестационарным потоком двухфазной среды // ФГВ.— 1989.— № 1.
4. Сагомонян А. Я. Проникание.— М.: Изд-во МГУ, 1974.
5. Аллен У., Мейфилд З., Морисон Г. Динамика проникания снаряда в песок // Механика: Сб. пер.— 1957.— № 6.
6. Ефимов М. Г. Курс артиллерийских снарядов.— М.: Л.: Оборонгиз, 1939.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.

г. Ленинград

Поступила 5/X 1989 г.

УДК 534.2

В. Б. Курзин

АКТИВНЫЙ РЕЗОНАТОР КАК ДИНАМИЧЕСКИЙ ПОГЛОТИТЕЛЬ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ОГРАНИЧЕННОМ ОБЪЕМЕ

Одно из эффективных средств гашения резонансных колебаний, применяемых в технике,— динамический поглотитель [1, 2]. Его достоинство состоит в том, что размеры поглотителя могут быть достаточно малыми по сравнению с размерами основной колеблющейся системы. Как динамический поглотитель, в частности, работает резонатор Гельмгольца при его использовании для гашения шума. Однако следует отметить, что в классической форме резонатор Гельмгольца работает как реактивный глушитель и обладает тем недостатком, что его эффективность весьма ограничена по диапазону частот [3].

В настоящей работе рассмотрена плоская модель резонатора, применяемого для поглощения акустических колебаний в ограниченном объеме, из которого истекает струя газа. Так как часть акустической энергии в этом случае расходуется на образование вихрей, возникающих при истечении струи из резонатора, то такой резонатор будем называть активным.

1. Резонатор как динамический поглотитель. Механизм действия резонатора Гельмгольца как динамического поглотителя может быть проиллюстрирован на следующей простейшей модели. Пусть в прямоугольной области Ω_1 (рис. 1), одна из сторон которой излучает акустическую энергию с заданной частотой ω , с противоположной стороны присоединен прямоугольный канал Ω_2 , моделирующий резонатор Гельмгольца. Вводя предположения

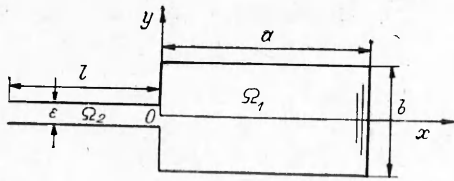
$$(1.1) \quad \varepsilon \ll l, \quad \varepsilon \ll b \ll a,$$

рассмотрим задачу об определении амплитудной функции φ потенциала скорости

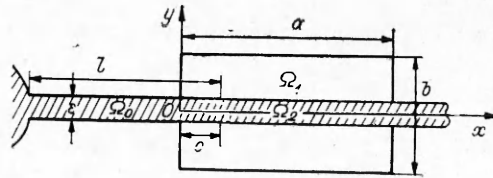
$$(1.2) \quad \bar{\varphi}(t, x, y) = \varphi(x, y) \cos \omega t$$

в области $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, удовлетворяющую уравнению Гельмгольца

$$(1.3) \quad \Delta \varphi + k^2 \varphi = 0$$



Р и с. 1



Р и с. 2

($k = \omega/c_0$ — волновое число, c_0 — скорость звука), при следующих граничных условиях:

$$(1.4) \quad \partial\varphi/\partial\nu = 0 \quad \text{для } (x, y) \in L'$$

(L' — контур твердой границы области, за исключением участка $x = a$, ν — направление нормали к L');

$$(1.5) \quad \partial\varphi/\partial x = 1 \quad \text{для } x = a, 0 < |y| < b/2;$$

$$(1.6) \quad \varphi = 0 \quad \text{для } x = -l, 0 < |y| < \epsilon/2.$$

В окрестности режима резонанса с собственными колебаниями по наимизшей форме колебаний в области Ω_2 приближенное решение задачи (1.2)—(1.6) может быть представлено в виде

$$(1.7) \quad \varphi_1 = A \cos kx \quad \text{в } \Omega_1;$$

$$(1.8) \quad \varphi_2 = B \sin k(x + l) \quad \text{в } \Omega_2.$$

В силу приближенности выражений (1.7) и (1.8) связь между функциями φ_1 и φ_2 будем устанавливать не путем их склеивания на общем участке границы областей Ω_1 и Ω_2 , а с помощью закона сохранения энергии [4]

$$(1.9) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_j} E d\sigma + \int_{L_j} \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\nu} ds = 0.$$

Здесь E — плотность акустической энергии; \mathbf{I} — вектор интенсивности потока акустической энергии; $\boldsymbol{\nu}$ — внешняя нормаль к контуру L_j области Ω_j ($j = 1, 2$).

Поток энергии из резонатора в область Ω_2 приближенно запишем как

$$(1.10) \quad J = -\rho_0 \int_{-\epsilon/2}^{\epsilon/2} \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} \frac{\partial\varphi_2}{\partial x} dy = -\frac{1}{2} \rho_0 \omega k \epsilon \cos kl \cdot \sin 2\omega t \cdot AB.$$

Учитывая (1.10) и применяя (1.9) к Ω_1 , найдем

$$(1.11) \quad bk \sin 2ka \cdot A - 2k\epsilon \cos kl \cdot B = -2b \cos ka.$$

Применяя (1.9) к Ω_2 , имеем

$$(1.12) \quad 2\epsilon \cos kl \cdot A - b \sin 2kl \cdot B = 0.$$

Решая систему (1.11), (1.12), получим

$$(1.13) \quad A = -2b^2 \cos ka \cdot \sin 2kl/D;$$

$$(1.14) \quad B = -4b^2 \cos ka \cdot \cos kl/D,$$

где

$$(1.15) \quad D = k(b^2 \sin 2ka \cdot \sin 2kl - 4\epsilon^2 \cos^2 kl).$$

Отметим, что данное решение полностью соответствует теории динамического поглощения [1, 2]. Прежде всего при совпадении частоты резонатора $\omega_p = \pi c_0/l$ с собственной частотой в основной области $\omega_0 = \pi c_0/a$ на режиме резонанса, когда $\omega = \omega_c = \omega_p$, значение $A \rightarrow 0$,

т. е. происходит полное гашение колебаний. Механизм гашения следует из выражения для потока акустической энергии из резонатора (1.10), который с учетом значения $B = b/\epsilon k$ на этом режиме будет равен по модулю и противоположен по знаку потоку акустической энергии от внешнего источника. Кроме того, решение (1.13), (1.14) отражает и недостаток динамических поглотителей, работающих без диссипации энергии. Он заключается в том, что такие поглотители эффективны лишь в узком диапазоне частот. В самом деле, для «хорошо настроенных» резонаторов таких, что $\bar{\delta} = \omega_p/\omega_0 - 1 \ll 1$, объем которых достаточно мал по сравнению с объемом основной области Ω_1 , т. е. $\bar{\epsilon} = \epsilon/b \ll 1$, из условия равенства нулю величины D (1.15) найдем, что при $\omega \approx \omega_0 \left[1 + \frac{1}{2} (-\bar{\delta} \pm \pm \sqrt{\bar{\delta}^2 + 4\bar{\epsilon}^2/\bar{k}_0^2}) \right]$ ($\bar{k}_0 = \omega_0 b/c_0$ — приведенная собственная частота в Ω_1 значение $A \rightarrow \infty$).

2. Модель активного резонатора. Эффективность резонатора при его применении для поглощения акустической энергии в некотором ограниченном объеме может быть существенно увеличена с помощью создания струи газа, истекающей из горла резонатора. В этом случае часть акустической энергии, поступающей от внешнего источника, расходуется на образование вихрей.

Для качественной оценки влияния струи на эффективность резонатора рассмотрим плоскую модель акустических колебаний в некоторой прямоугольной области Ω_1 и присоединенном к ней активном резонаторе Ω_0 (резонаторе с вытекающей из него струей) (рис. 2). Для простоты предположим, что струя газа, вытекающего из резонатора со скоростью U , не расширяется и истекает из основной области через отверстие, расположенное на противоположном конце области Ω_1 . Считаем, что резонатор может иметь произвольное положение на оси симметрии этой области, которое определяется параметром s .

Пусть на правой границе области Ω_1 находится источник акустических колебаний с частотой ω . Рассмотрим задачу об определении в области $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1$ амплитудной функции нестационарной составляющей давления

$$(2.1) \quad p'(t, x, y) = p(x, y) e^{j\omega t},$$

удовлетворяющей уравнению

$$(2.2) \quad (1 - \bar{M}^2) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - 2jk\bar{M} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2 p = 0,$$

где

$$M = \begin{cases} 0 & \text{при } \epsilon/2 < |y| < b/2, \\ M & \text{при } |y| < \epsilon/2, \end{cases}$$

$k = \omega b/2c_0$ — приведенная частота колебаний, $M = U/c_0$ — число Маха, x, y и все геометрические параметры (a, b, ϵ) здесь и в дальнейшем считаются безразмерными величинами, отнесенными к $b/2$, при следующих граничных условиях:

условие, определяющее интенсивность потока акустической энергии от внешнего источника,

$$(2.3) \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \mu \operatorname{th} \mu a \cdot \sin \frac{\pi}{2} |y| \quad \text{при } x = a, \quad |y| > \epsilon/2 \quad (\mu = \sqrt{(\pi/2)^2 - k^2});$$

условие непротекания

$$(2.4) \quad \partial v / \partial n = 0, \quad (x, y) \in L/L_1$$

(v — функция амплитуды нестационарной составляющей скорости газа, L — контур твердой границы всей области, L_1 — правая граница области Ω_1);

приближенное условие на открытых участках границы области Ω
 (2.5) $p = 0$ при $x = c - l, a; |y| < \varepsilon/2$;

условие Жуковского — Кутта на кромках резонатора
 (2.6) $[p] = 0$ в точках $x = c, y = \pm \varepsilon/2$;

условие на линиях контактного разрыва ($c < x < a, |y| = \varepsilon/2$) [4]
 (2.7) $[p] = 0, ikv_{1y} + M\partial v_{1y}/\partial x = ikv_{2y}$

(v_1 — амплитуда нестационарной составляющей скорости газа при $y > \varepsilon/2, v_2$ — при $y < \varepsilon/2$).

Функция v , входящая в граничные условия (2.4) и (2.7), может быть выражена через функцию p с помощью интеграла Коши — Лагранжа, который в рассматриваемом случае приводится к виду

$$(2.8) \quad p = -\rho_0 c_0 (ik\varphi + \overline{M}\partial\varphi/\partial x)$$

(φ — амплитудная функция потенциала скорости).

3. Метод решения задачи. В силу геометрической симметрии будем предполагать, что искомая функция p также симметрична относительно оси x , т. е.

$$(3.1) \quad \partial p/\partial y = 0 \quad \text{при } y = 0.$$

Применяя (3.1) в качестве граничного условия, построим искомую функцию для верхней половины области Ω . Для этого разобьем ее на три под-области: $\overline{\Omega}_1$, ограниченную прямыми ($x = 0, a; y = \varepsilon/2, 1$); $\overline{\Omega}_2$, ограниченную прямыми ($x = c, a; y = 0, \varepsilon/2$); $\overline{\Omega}_0$, ограниченную прямыми ($x = c - l, c; y = 0, \varepsilon/2$). В каждой из них искомую функцию представим в виде рядов, члены которых будут удовлетворять уравнению (2.2) и соответствующим граничным условиям (2.3)–(2.7), (3.1), а именно:

$$(3.2) \quad p_0 = e^{ik\beta Mx} \left[c_0 (e^{-ik\beta x} - e^{2ik\beta(l-c)} e^{ik\beta x}) + \sum_{m=1}^{\infty} c_m e^{\lambda_m(x-c)} \cos \frac{2\pi m y}{\varepsilon} \right]$$

$$\left(\beta = \frac{1}{1 - M^2}, \lambda_m = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{(2\pi m)^2 - (k\varepsilon)^2} \right);$$

в $\overline{\Omega}_1$

$$(3.3) \quad p_1 = \frac{\text{ch } \mu x}{\text{ch } \mu l} \sin \frac{\pi}{2} \bar{y} + \sum_{m=0}^{\infty} a_m \frac{\text{ch } \bar{\lambda}_m (1 - y)}{\text{ch } \bar{\lambda}_m (1 - \varepsilon/2)} \cos \bar{m} x$$

$$\left(\bar{m} = \pi m/a, \bar{\lambda}_m = \sqrt{\bar{m}^2 - k^2} \right);$$

в $\overline{\Omega}_2$

$$(3.4) \quad p_2 = e^{ik\beta Mx} \left[c_0 g (e^{-ik\beta x} - e^{-2ik\beta a} e^{ik\beta x}) + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\lambda_m(x-c)} \cos \frac{2\pi m}{\varepsilon} y + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{b}_n \frac{\text{ch } \tilde{\lambda}_n y}{\text{ch } \tilde{\lambda}_n \varepsilon/2} \sin \tilde{n} (x - c) \right]$$

$$\left(\tilde{n} = \frac{\pi n}{a - c}, \tilde{\lambda}_n = \sqrt{\tilde{n}^2 - k^2}, g = \frac{1 - e^{2ik\beta l}}{1 - e^{-2ik\beta(a-c)}} \right).$$

Совокупность функций p_0, p_1 и p_2 представляет собой решение уравнения (2.2), удовлетворяющее условиям (2.3)–(2.7), (3.1), за исключением участка границы ($0 < x < c, y = \varepsilon/2$) области $\overline{\Omega}_1$. Произвольные

константы в выражениях (3.2)–(3.4) определяются из условия склеивания функций p_0 и p_2 :

$$(3.5) \quad \partial p_0 / \partial x = \partial p_2 / \partial x \text{ при } x = c, 0 < y < \varepsilon/2;$$

из первого условия (2.7)

$$(3.6) \quad p_1 = p_2 \text{ при } c < x < a, y = \varepsilon/2;$$

из совокупности второго условия (2.7) с (2.4) на участке $(0 < x < c, y = \varepsilon/2)$

$$(3.7) \quad v_{1y} = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < x \leq c, \\ \frac{ik}{M} e^{-i\frac{k}{M}x} \int_c^x e^{i\frac{k}{M}x} v_{2y} dx + v_{1y}\left(c, \frac{\varepsilon}{2}\right) & \text{при } c < x < a \end{cases}$$

(v_{1y}, v_{2y} — проекции амплитуд нестационарных составляющих скоростей в областях $\bar{\Omega}_1$ и $\bar{\Omega}_2$ на ось y).

Из интеграла Коши — Лагранжа (2.8) найдем

$$(3.8) \quad v_{1y} = \frac{i}{\rho_0 c_0 k} \frac{\partial p_1}{\partial y};$$

$$(3.9) \quad v_{2y} = -\frac{e^{-i\frac{k}{M}x}}{\rho_0 c_0 M} \int_c^x e^{i\frac{k}{M}x} \frac{\partial p_2}{\partial y} dx + v_{2y}\left(c, \frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Из условия (2.6) следует

$$(3.10) \quad v_{1y} = v_{2y} = 0 \text{ при } x = c, y = \varepsilon/2.$$

Таким образом, с помощью выражений (3.8), (3.9) и с учетом (3.10) условие (3.7) преобразуется к виду

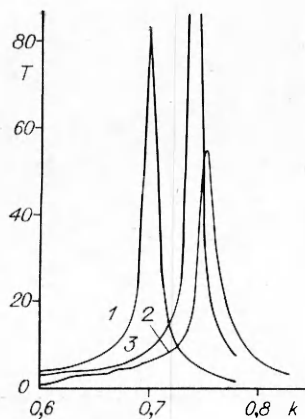
$$(3.11) \quad \frac{\partial p_1}{\partial y} = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < x < c, y = \frac{\varepsilon}{2}, \\ -\frac{k^2}{M^2} e^{-i\frac{k}{M}x} \int_c^x \int_c^x e^{i\frac{k}{M}x} \frac{\partial p_2}{\partial y} dx & \text{при } c < x < a, y = \frac{\varepsilon}{2}. \end{cases}$$

Разлагая функциональные соотношения (3.5), (3.6) и (3.11) на соответствующих отрезках в ряды Фурье, получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно неизвестных констант a_m, b_n и c_m . Можно показать, что коэффициенты этой системы удовлетворяют условиям, которые позволяют искать ее решение методом редукции.

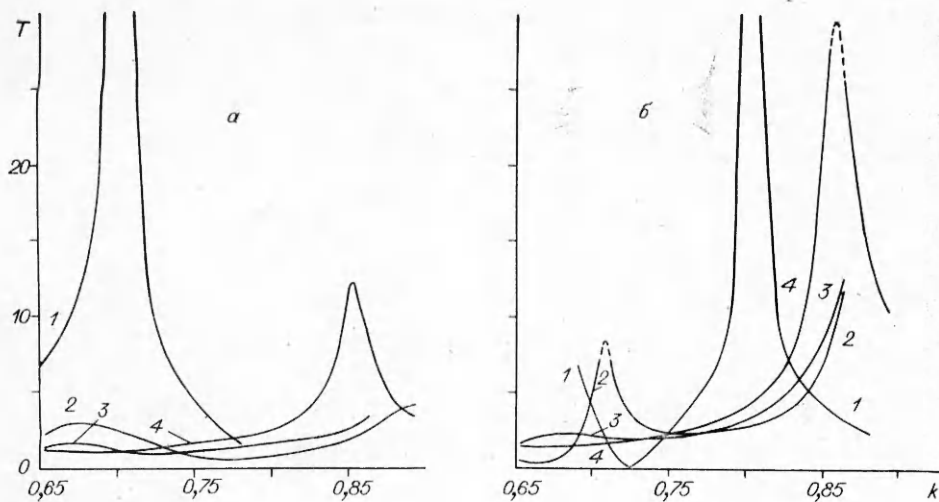
4. Некоторые результаты расчета и их анализ. Численная реализация схематически изложенного выше решения задачи (2.2)–(2.7) позволяет провести анализ зависимости функции акустического давления p в области Ω от параметра приведенной частоты внешнего источника k при различных значениях M и параметров геометрии области ε, a, c и l . В качестве такой функции, которая хорошо характеризует уровень акустических колебаний в области $\bar{\Omega}_1$, будем рассматривать величину

$$T = \int_{\varepsilon/2}^1 [p(0, y) - p(a, y)] dy.$$

На рис. 3 представлена численная зависимость T от k для $M = 0,05$, когда резонатор практически работает как реактивный, при $c = 0,05, \varepsilon = 0,2, a = 5$ и $l = 3,5; 5; 6$ (ли-



Р и с. 3



Р и с. 4

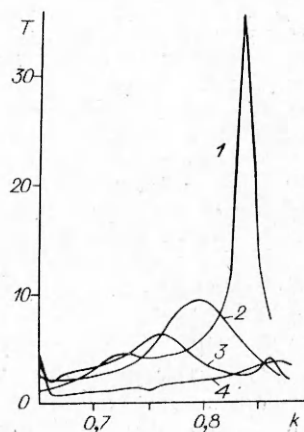
нии 1—3). Видно, что при значении параметра k , равном резонансному его значению $\bar{k}_0 \approx \pi/5$, в области $\bar{\Omega}_1$ функция $T(k)$ имеет минимум, а в окрестности \bar{k}_0 резко возрастает. Этот факт согласуется с результатами приближенной теории резонатора, изложенной в п. 1.

Влияние числа Маха на эффективность резонатора иллюстрируется на рис. 4, где дана численная зависимость $T(k)$ для $c = 0,05$, $\varepsilon = 0,2$, $a = 5$ при $M = 0,05; 0,2; 0,3; 0,4$ (линии 1—4) и $l = 3,5$ (а) и 4 (б).

Как видно из рис. 4, уровень акустических колебаний в основной области при наличии струи существенно снижается, что свидетельствует о диссипации части акустической энергии. Это дает основание считать рассматриваемый резонатор активным поглотителем акустической энергии. Потеря части акустической энергии происходит, видимо, за счет ее преобразования в энергию нестационарных вихревых следов, сбегаящих с кромок резонатора. Возникновение этих следов в данной модели предусмотрено условиями (2.6) и (2.7). Косвенно это обстоятельство подтверждается еще и тем, что зависимость $T(M)$ при прочих равных условиях не является монотонной. В самом деле, так как интенсивность вихревых следов с увеличением M , как правило, растет, то в соответствии с данной интерпретацией должна расти и диссипация акустической энергии. А из теории динамического поглотителя [2] известно, что его эффективность немонотонно зависит от коэффициента затухания.

Функция $T(k)$ для $M = 0,2$, $\varepsilon = 0,2$, $a = 5$, $l = 4,5$ при $c = 0,05; 2; 3; 4$ (линии 1—4) показана на рис. 5, откуда видно большое влияние положения резонатора в области Ω на величину поглощения акустических колебаний. Механизм этого влияния может быть связан с перемещением поля акустических возмущений, излучаемых из резонатора, по отношению к собственной форме акустических колебаний в основной области.

В заключение автор выражает благодарность В. А. Юдину, составившему программу расчета.



Р и с. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С. П. Теория колебаний в инженерном деле.— М.— Л.: ГосНТИ, 1931.
2. Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания.— М.: Физматгиз, 1960.
3. Борьба с шумом на производстве.— М.: Машиностроение, 1985.
4. Мэрвин Е. Голдстейн. Аэроакустика.— М.: Машиностроение, 1981.

г. Новосибирск

Поступила 4/VI 1989 г.,
в окончательном варианте — 27/XI 1989 г.

УДК 532.517.4+532.526

О. А. Лихачёв

ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОГЕРЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНЫХ СПУТНЫХ ПОТОКАХ

Экспериментально установлено, что организованное движение присутствует во всех сдвиговых турбулентных потоках. Наличие в потоках когерентного движения послужило основой для создания Таунсендом [1, 2] модели турбулентности с двойной структурой, в которой процесс захвата окружающей невозмущенной жидкости в сдвиговом потоке осуществляется крупными вихрями, развивающимися на фоне мелкомасштабной турбулентности. Таунсенду также принадлежит гипотеза об универсальной автомодельности свободных сдвиговых потоков, согласно которой на достаточном удалении от источника движение определяется локальными масштабами скорости и длины. Масштабы зависят от типа течения, а также от внешних масштабов скорости и длины. Среднее движение, отнесенное к локальным масштабам, описывается универсальными функциями, зависящими только от способа его создания. Крупные вихри находятся в динамическом равновесии со средним потоком. Это дополнительное условие определяет их интенсивность и форму. Для плоского сдвигового слоя [3—6], плоского следа [7—9], осесимметричного следа [10—14], осесимметричного сдвигового слоя и плоской струи [15] подтверждена автомодельность этих течений, когда в качестве масштабов приняты характерные локальные значения скорости и длины. Однако эти масштабы существенно зависят от экспериментальных условий — малых гармонических возмущений [4—6, 8], внешней турбулентности [16], для спутных потоков — от формы тела [7—14] и любых других особенностей эксперимента. Вид воздействия, его характерная частота и масштаб отражаются на когерентных структурах, присутствующих в этих потоках. Для описания внешнего воздействия в ряде работ [6, 8] привлекается теория гидродинамической устойчивости невязких течений, с помощью которой удастся проанализировать отклик течения на малое гармоническое возмущение.

Память потока о начальных условиях — фактор общепризнанный, по крайней мере для исследованных дальностей. Однако неясно, существует или нет асимптотическая универсальная автомодельность для каждого типа свободных сдвиговых потоков. Трудно объяснить отсутствие такой автомодельности в турбулентных потоках с их интенсивным энергообменом между различными масштабами движения. Крупномасштабные когерентные структуры зарегистрированы в развитых турбулентных потоках на очень большом расстоянии от начала. Механизмом их воспроизводства может быть гидродинамическая неустойчивость среднего течения. Если моделировать турбулентный сдвиговый поток как течение с некоторой эффективной вязкостью ν_T , то соответствующие турбулентные числа Рейнольдса (Re_T) будут конечными, а турбулентный поток в зависимости от их величины — устойчивым или неустойчивым по отношению к длинноволновым возмущениям. При Re_T , меньших их критического значения, поток устойчив и происходит вырождение мелкомасштабной турбулентности, понижающее ν_T , что в свою очередь увеличивает Re_T . Поток теряет устойчивость, крупномасштабное движение получает энергию от среднего течения и передает ее более мелким масштабам, увеличивая ν_T . Критическое Re_T будет определять предельный автомодельный режим, к которому стремится данное течение.

Ниже показано, что Re_T является интегральным параметром, содержащим информацию локальных масштабов о начальных условиях. Найдено критическое значение Re_T для течения в дальней осесимметричной спутной струе. Рассмотрено также течение за телом с автономным движителем.

1. Автомодельные турбулентные следы. Изменение скорости U_∞ набегающего на неподвижное тело однородного потока принято называть следом. Движение сплошной среды, возникающее при прохождении тела с постоянной скоростью U_∞ , обычно называют спутным потоком. В фено-