УДК 532.526.013

ВОЗБУЖДЕНИЕ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЛОКАЛИЗОВАННЫМ ВИБРАТОРОМ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. М. Тумин, А. В. Федоров

(Москва)

Современные методы определения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный основаны на расчетах линейной стадии развития волн неустойчивости (волн Толлмина—Шлихтинга), начальные амплитуды которых определяются эмпирически [1, 2]. Для построения замкнутых алгоритмов расчета развития волн Толлмина — Шлихтинга (Т — Ш) необходим анализ возможных механизмов возбуждения этих волн внешними возмущениями. С другой стороны, проблема восприимчивости пограничного слоя к внешним воздействиям тесно связана с вопросами ламинаризации течения на поверхности летательного аппарата.

Хорошо известно, что локализованные в пространстве, периодические по времени внешние возмущения эффективно возбуждают волны Т — Ш [1, 3]. В реальных условиях полета и при испытаниях в аэродинамических трубах источником таких возмущений могут служить вибрации обтекаемой поверхности. На тесную связь между возникновением неустойчивости и характеристиками вибраций модели указывают эксперименты [4, 5].

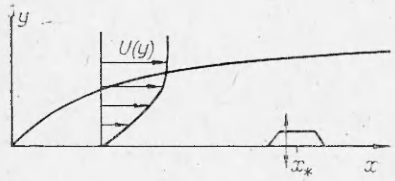
Теоретический анализ возмущений, возбуждаемых вибрациями обтекаемой поверхности в пограничном слое, развивался в [6—11]. Первая математическая модель, имеющая отношение к генерации волн Т — Ш локализованным вибратором, была построена Гастером [6]. В [7—9] рассматривался вибратор в дозвуковом и сверхзвуковом пограничных слоях. Анализ проводился в рамках трехслойной асимптотической модели в предположении, что характерные масштабы задачи соответствуют окрестности нижней ветви нейтральной кривой. Получены асимптотические выражения для длинноволновых возмущений давления, возбуждаемых в окрестности вибрирующего участка поверхности. В частности, определена амплитуда затухающей волны Т — Ш. Однако задача о возбуждении растущих волн неустойчивости выходила за рамки принятой математической модели. В этой связи в [10] предложен постулат, позволяющий определить амплитуду экспоненциально растущей волны Т — Ш. Необходимость в постулате исчезает, если рассматривать вибратор, который начинает колебаться в некоторый начальный момент времени $t = 0$[6], или решать задачу на больших масштабах длины с учетом непараллельности течения в пограничном слое (см. ниже).

В [11] рассмотрен резонансный режим возбуждения волны Т — Ш вибрационной волной, бегущей по обтекаемой поверхности. Анализ проводился с помощью разложения решения по собственным функциям линеаризованных уравнений Навье — Стокса. При этом учитывалась непараллельность течения в реальном пограничном слое. Обнаружена высокая эффективность резонансного возбуждения волн Т — Ш.

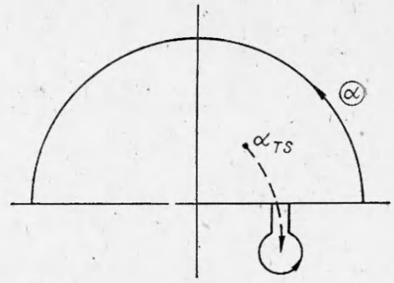
Для проверки результатов теории проведено экспериментальное исследование возмущений, возбуждаемых локализованным вибратором в пограничном слое на плоской пластине [12].

В данной работе выполнен анализ возбуждения волн неустойчивости локализованным вибратором на основе результатов [11]. Проведено сравнение теории с экспериментом. Выполнены расчеты амплитуд возбуждаемых волн неустойчивости для чисел Маха M = 0,2—0,8.

1. Рассмотрим течение в двумерном пограничном слое. Для простоты изложения считаем течение несжимаемым. Ниже указаны несущественные отличия, возникающие при учете сжимаемости среды. Пусть x — расстояние от передней кромки модели вниз по потоку вдоль обтекаемой поверхности, y — расстояние по нормали от нее. На расстоянии L от передней кромки установлен вибратор, колеблющийся с частотой ω (фиг. 1). Выберем характерные масштабы: вдоль оси x — расстояние $X \sim L$, по оси y — $(\nu_\infty X/U_\infty)^{1/2}$, где ν_∞, U_∞ — кинематический коэффициент вязкости и скорость в набегающем потоке. Время измеряется в единицах $(\nu_\infty X/U_\infty^3)^{1/2}$, давление — в единицах $\rho_\infty U_\infty^2$, ρ_∞ — плотность.



Фиг. 1



Фиг. 2

Предположим, что основное течение слабонеоднородно в направлении оси x с продольной U и нормальной V^* компонентами скорости, удовлетворяющими соотношениям

$$U = U(x, y),\ V^* = \varepsilon V(x, y),\ \varepsilon = R^{-1} = (\nu_\infty / U_\infty X)^{1/2} \ll 1.$$

Пусть вибрация поверхности описывается уравнением

$$y_w(s, t) = \mathrm{Real}\left[af(s)\,e^{-i\omega t}\right],\quad s = \varepsilon^{-1}(x - x_*),\quad f(s) = O(1),$$

где $x_* = L/X$ — координата центра вибратора; $f(s)$ — форма вибратора, локализованного по x на масштабе $\sim \varepsilon L$. Предполагается, что амплитуда вибраций много меньше толщины вязкого пристеночного слоя $a \ll (\omega R)^{-1/2}$. В этом случае возмущения, возбуждаемые вибратором в пограничном слое, описываются линеаризованными уравнениями Навье — Стокса [7—10].

Введем вектор-функцию $\mathbf{Q}(x, y, t)$: Q_1, Q_2, Q_3 — возмущения x-компоненты скорости, давления и y-компоненты скорости соответственно, $Q_4 = \partial Q_1/\partial y - \varepsilon \partial Q_3/\partial x$. Для возмущений фиксированной частоты

$$\mathbf{Q}(x, y, t) = a\,\mathrm{Real}[\mathbf{A}(x, y)e^{-i\omega t}],$$

где $\mathbf{A}(x, y)$ — комплексная амплитуда, удовлетворяющая линеаризованным уравнениям Навье — Стокса, в которых выполнено преобразование Фурье по времени [11, 13]:

$$\partial \mathbf{A}/\partial y - H_1\mathbf{A} = \varepsilon H_2 \partial \mathbf{A}/\partial x + \varepsilon H_3 \mathbf{A}. \tag{1.1}$$

Явный вид матриц H_1, H_2 дан в [11]. Матрица-оператор H_3 содержит члены $\partial U/\partial x$, V, $\partial V/\partial y$, связанные с непараллельностью основного течения.

Для непроницаемой поверхности выполняются граничные условия

$$\begin{aligned} &\mathrm{Real}[aA_1(x, y_w)e^{-i\omega t}] + U(x, y_w) = 0, \\ &\mathrm{Real}[aA_3(x, y_w)e^{-i\omega t}] + V^*(x, y_w) - \partial y_w/\partial t = 0. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Раскладывая (1.2) в ряд в окрестности $y = 0$, с точностью $O(a^2) + O(\varepsilon a)$ имеем

$$A_1(x, 0) = -U'_w f(s),\quad A_3(x, 0) = -i\omega f(s),\quad U'_w = \frac{\partial U}{\partial y}(x, 0). \tag{1.3}$$

При $y \to \infty$ предполагается ограниченность возмущений

$$|\mathbf{A}| < \infty,\ y \to \infty. \tag{1.4}$$

В сечении $x = x_0$, расположенном достаточно далеко вверх по потоку от вибратора, зададим начальные данные

$$\mathbf{A}(x_0, y) = \mathbf{A}_0(y). \tag{1.5}$$

Смешанная задача (1.1), (1.3) — (1.5), вообще говоря, некорректна. Необходимо, чтобы $\mathbf{A}_0$ допускала построение решения с конечным показателем роста вниз по потоку [11, 14].

2. Представим форму вибратора $f(s)$ в виде интеграла Фурье по волновым числам

$$f = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\alpha_v) \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_v(x - x_*)\right] d\alpha_v. \tag{2.1}$$

В [11] рассмотрена форма вибрирующей поверхности $f = \rho(\alpha_v) \times \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_v(x - x_*)\right]$, соответствующая одной гармонике из интеграла (2.1). Показано, что в этом случае решение $\mathbf{A}(x, y, \alpha_v)$, представляется в виде разложения по биортогональной системе собственных функций $\{\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\alpha\}$, дополненной неоднородным при $y = 0$ решением

$$\mathbf{A}(x, y, \alpha_v) = \sum_\alpha{}' c_\alpha(x)\, \mathbf{A}_\alpha(x, y)\, e^{\varphi_\alpha(x)} + \mathbf{A}_v(x, y)\, e^{\varphi_v(x)},$$

$$\varphi_\alpha(x) = i\int_{x_0}^{x} \varepsilon^{-1}\alpha dx, \quad \varphi_v(x) = i\int_{x_*}^{x} \varepsilon^{-1}\alpha_v dx.$$

Анализ спектра и основных свойств собственных функций проведен в [11, 14]. Выполняются соотношения ортогональности

$$\langle H_2\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\beta\rangle = \Delta_{\alpha\beta},$$

$$\langle H_2\mathbf{A}, \mathbf{B}\rangle = \int_0^\infty (H_2\mathbf{A}, \mathbf{B})\, dy, \quad (H_2\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \sum_{i,j=1}^{4} H_2^{ij} A_j \overline{\mathbf{B}}_i,$$

где $\Delta_{\alpha\beta}$ — символ Кронекера, когда хотя бы одно из собственных значений принадлежит дискретному спектру; $\Delta_{\alpha\beta} = \delta(\alpha - \beta)$ — дельта-функция, если α, β относятся к непрерывному спектру (черта сверху обозначает комплексное сопряжение).

Вектор-функция $\mathbf{A}_v(x, y)$ является решением системы

$$\frac{\partial\mathbf{A}_v}{\partial y} - H_1\mathbf{A}_v = i\alpha_v H_2\mathbf{A}_v, \quad A_{v1} = -U_w'\rho(\alpha_v), \quad A_{v3} = -i\omega\rho(\alpha_v), \quad y = 0;$$

$$|\mathbf{A}_v| \to 0, \quad y \to \infty$$

и описывает возмущение, вносимое в локально-однородное течение вибрационной волной с волновым числом α_v. Имеет место соотношение [11]

$$\langle H_2\mathbf{A}_v, \mathbf{B}_\alpha\rangle i(\alpha_v - \alpha) + (\mathbf{A}_v, \mathbf{B}_\alpha)_{y=0} = 0. \tag{2.2}$$

Пусть координата центра вибратора x_* совпадает с точкой потери устойчивости $x_{\text{п.у}}$ волны Т — Ш (ниже дано обобщение для вибратора, расположенного правее или левее $x_{\text{п.у}}$). Тогда в точке x_* возможен резонансный режим возбуждения волны Т — Ш $\alpha_v = \alpha_{v*} = \alpha_{TS}(x_*)$, где $\alpha_{TS}(x_*)$ — волновое число для волны Т — Ш. Амплитуда возмущения $A(x, y, \alpha_{v*})$ имеет асимптотику для $\varepsilon \to 0$, $x - x_* \gg \sqrt{\varepsilon}\, x_*$ [11]:

$$\mathbf{A}(x, y, \alpha_{v*}) = D(x, \varepsilon)\, \mathbf{A}_{TS}(x, y), \tag{2.3}$$

$$D(x, \varepsilon) = i\int_{x_0}^{x} \frac{\alpha_v - \alpha_{TS}}{\varepsilon(x - x_*)} \exp\left[i\int_{x_0}^{x} \frac{\alpha_v - \alpha_{TS}}{\varepsilon} dx\right] \times$$

$$\times dx \exp\left[-\int_{x_0}^{x_*} \left(i\frac{\alpha_{TS}}{\varepsilon} + W_{TS,TS}\right) dx\right],$$

где $\mathbf{A}_{TS}$ — собственная функция волны Т — Ш;

$$W_{TS,TS} = -\langle H_2\partial\mathbf{A}_{TS}/\partial x, \mathbf{B}_{TS}\rangle - \langle H_3\mathbf{A}_{TS}, \mathbf{B}_{TS}\rangle.$$

Малый параметр ε в эйконале $\varphi = i\int_{x_0}^{x} \varepsilon^{-1}(\alpha_v - \alpha_{TS})\, dx$ позволяет определить асимптотику интеграла в (2.3) методом перевала. Амплитуда волны Т — Ш Φ_{TS}, возбуждаемой при резонансе, определяется окрестностью седловой точки x_* и имеет вид [11]

$$\Phi_{TS}(x, y, \alpha_{v*}) = a\rho(\alpha_{v*})\, g\mathbf{A}_{TS} e^{F_{TS}},$$

(2.4) $$g = \sqrt{\frac{2\pi}{\varepsilon\left(\frac{d\alpha_{TS}}{dx}\right)_*}}\left(U'_w B_{TS1} + i\omega B_{TS3}\right)_{*, y=0} e^{i\Phi} + O\left(\varepsilon^{1/2}\right),$$

$$F_{TS} = \int\limits_{x_*}^{x}\left(i\,\frac{\alpha_{TS}}{\varepsilon} + W_{TS,TS}\right) dx,$$

где Φ — действительная константа, определяемая выбором ветви корня в (2.4); величины с индексом * вычисляются в точке x_*.

Для малой расстройки резонанса $\Delta\alpha = \alpha_v - \alpha_{TS}(x_*)$ седловая точка z_*, определяемая уравнением $\alpha_v - \alpha_{TS} = 0$, будет комплексной:

$$z_* = x_* + \frac{\Delta\alpha}{\left(\frac{d\alpha_{TS}}{dx}\right)_*} + O(\Delta\alpha^2).$$

Продолжим суммарное решение $\mathbf{A}(x, y, \alpha_v)$ в малую область комплексной плоскости z, захватывающую $\sqrt{\varepsilon}$ — окрестность седловой точки z_* (предполагается, что $\mathbf{A}(z, y, \alpha_v)$ аналитична в этой области). Разложим $\mathbf{A}(z, y, \alpha_v)$ в окрестности z_* так же, как это сделано для x_* в [11], и вычислим $D(z, \varepsilon)$ методом перевала. В результате получим, что амплитуда возбуждаемой волны Т — Ш

(2.5) $$\Phi_{TS}(x, y, \alpha_v) = a\rho(\alpha_v)\, g \exp\left[\frac{i}{2\varepsilon}\,\frac{(\alpha_v - \alpha_{v*})^2}{\left(\frac{d\alpha_{TS}}{dx}\right)_*}\right] e^{F_{TS}}\mathbf{A}_{TS}.$$

Интегрируя $\Phi_{TS}(x, y, \alpha_v)$ по всем α_v, принадлежащим области резонансного взаимодействия $|\alpha_v - \alpha_{v*}| \sim \sqrt{\varepsilon}\,\alpha_{v*}$, при $x - x_* \gg \sqrt{\varepsilon}\, x_*$ имеем асимптотическую оценку для суммарной амплитуды волны неустойчивости, возбуждаемой локализованным вибратором

(2.6) $$\Phi_{TS\Sigma} = 2\pi a\rho(\alpha_{v*})\left(U'_w B_{TS1} + i\omega B_{TS3}\right)_{*, y=0}\mathbf{A}_{TS} e^{F_{TS}},$$

где $$\rho(\alpha_{v*}) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(s)\, e^{-i\alpha_{v*}s}\, ds.$$

Если вибратор смещен от точки потери устойчивости, α_{v*} будет комплексной. Продолжим $\mathbf{A}(x, y, \alpha_v)$ в область комплексной плоскости α_v, захватывающей $\sqrt{\varepsilon}$ — окрестность точки $\alpha_{v*} = \alpha_{TS}(x_*)$. Нетрудно показать, что соотношения (2.4), (2.5) не изменятся. Для вычисления суммарной амплитуды деформируем контур интегрирования по α_v, чтобы он проходил через седловую точку α_{v*} по линии наискорейшего спуска. В результате получим, что, как и в случае действительного α_{v*}, $\Phi_{TS\Sigma}$ определяется выражением (2.6).

Таким образом, генерация волны Т — Ш локализована на интервале течения $|x - x_*| \sim \sqrt{\varepsilon}\, x_*$ и происходит в узком диапазоне волновых чисел вибратора $|\alpha_v - \alpha_{v*}| \sim \sqrt{\varepsilon}\,\alpha_{v*}$, сосредоточенном возле резонансного значения $\alpha_{v*} = \alpha_{TS}(x_*)$. Возбуждаемая волна неустойчивости при $x - x_* \gg \sqrt{\varepsilon}\, x_*$ развивается по законам уединенной волны. Так как возбуждение локализовано по x, соотношение (2.6) справедливо для пограничных слоев на телах достаточно гладкой формы с характерным масштабом $L \gg (\nu_\infty X/U_\infty)^{1/2}$.

3. При анализе п. 2 учет слабой неоднородности основного течения является принципиальным. В [9] асимптотическими методами решалась задача о возмущениях, возбуждаемых вибратором в плоскопараллельном пограничном слое. Для сравнения с результатами [9] рассмотрим данную задачу с помощью разложения по биортогональной системе собственных функций $\{\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\alpha\}$.

Пусть вибратор расположен на дне плоскопараллельного пограничного слоя, соответствующего числу Рейнольдса $\mathrm{Re} = (U_\infty X/\nu_\infty)^{1/2}$. Центр вибратора поместим в точке $x_* = 0$. Как и в [9], потребуем, чтобы $|\mathbf{A}| \to 0$, $y \to \infty$, $x \to -\infty$. В некотором сечении $x = x_1$, расположенном вниз по потоку от вибрирующего участка поверхности, амплитуда возмущения $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}(x_1, y)$ удовлетворяет однородным граничным условиям на стенке $A_1(0) = A_3(0)$ и условию ограниченности $|\mathbf{A}| < \infty$, $y \to \infty$. Тогда в области $x > x_1 > 0$ $\mathbf{A}(x, y)$ можно разложить по полной системе собственных функций $\{\mathbf{A}_\alpha, \mathbf{B}_\alpha\}$ [14]:

$$\mathbf{A}(x, y) = \sum_\nu \langle H_2\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_{\alpha_\nu}\rangle \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_\nu (x - x_1)\right] \mathbf{A}_{\alpha_\nu}(y) +$$

$$+ \sum_j \int_0^\infty \langle H_2\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_{\alpha_j}\rangle \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_j (x - x_1)\right] \mathbf{A}_{\alpha_j}(y)\, dk,$$

где $\sum_\nu$ — суммирование по дискретному спектру; $\sum_j$ — сумма интегралов по ветвям сплошного спектра $\alpha_j = \alpha_j(k)$, $0 < k < \infty$.

Разложим $\mathbf{A}(x, y)$ в интеграл Фурье по волновым числам α_v:

$$\mathbf{A}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}_v(y, \alpha_v) \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_v x\right] d\alpha_v.$$

Из (2.2) с учетом (2.1) имеем

$$(3.1)\quad \langle H_2\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_\alpha\rangle = \left(U_w' B_{\alpha 1} + i\omega B_{\alpha 3}\right)_{y=0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho(\alpha_v)}{i(\alpha_v - \alpha)} \exp\left[i\varepsilon^{-1}\alpha_v x_1\right] d\alpha_v.$$

Рассмотрим случай докритических частот колебаний вибратора, при которых все волны дискретного спектра затухают вниз по потоку. Для вычисления интеграла в (3.1) замкнем контур интегрирования дугой окружности в верхней полуплоскости комплексной плоскости α_v. Устремляя радиус окружности к бесконечности и учитывая, что $x_1 > 0$, находим

$$\langle H_2\mathbf{A}_1, \mathbf{B}_\alpha\rangle = \left(U_w' B_{\alpha 1} + i\omega B_{\alpha 3}\right)_{y=0} 2\pi\rho(\alpha)\, e^{i\frac{\alpha}{\varepsilon}x_1},$$

где α принадлежит спектру, расположенному в верхней полуплоскости.

Таким образом, возмущения, возбуждаемые вибратором вниз по потоку при $x > x_1 > 0$,

$$\mathbf{A}(x, y) = \sum_\nu{}' 2\pi\rho(\alpha_\nu)\left(U_w' B_{\alpha_\nu 1} + i\omega B_{\alpha_\nu 3}\right)_{y=0} \mathbf{A}_{\alpha_\nu} e^{i\frac{\alpha_\nu}{\varepsilon}x} +$$

$$+ \sum_j{}' \int_0^\infty 2\pi\rho(\alpha_j)\left(U_w' B_{\alpha_j 1} + i\omega B_{\alpha_j 3}\right)_{y=0} \mathbf{A}_{\alpha_j} e^{i\frac{\alpha_j x}{\varepsilon}}\, dk,$$

где $\sum_\nu{}'$, $\sum_j{}'$ обозначают суммирование по дискретному спектру и ветвям непрерывного спектра, расположенным в верхней полуплоскости α. В частности, для амплитуд возбуждаемой волны Т — Ш получаем соотношение, совпадающее с главным приближением (2.6), когда течение является слабонеоднородным:

$$(3.2)\qquad \Phi_{TS\Sigma} = 2\pi a\rho(\alpha_{TS})\left(U_w' B_{TS1} + i\omega B_{TS3}\right)_{y=0} \mathbf{A}_{TS} e^{i\frac{\alpha_{TS}x}{\varepsilon}}.$$

Громоздкий анализ, выполненный методом сращиваемых асимптотических разложений в рамках модели [9], показал, что амплитуда волны Т — Ш (3.2) тождественно совпадает с результатом [9].

При увеличении частоты колебаний вибратора от докритических к закритическим частотам собственное значение волны Т — Ш α_{TS} переходит из верхней полуплоскости комплексной плоскости α в нижнюю (штриховая линия на фиг. 2). В этом случае для правильного выбора контура интегрирования необходимо рассмотреть вибратор, начинающий колебания в начальный момент времени $t = 0$, как в модельной задаче [6]*.

Вклад от полюса $\alpha = \alpha_{TS}$ необходимо включать в решение для $x > 0$, деформируя контур интегрирования, как на фиг. 2. Данное правило выбора контура согласуется с постулатом [10]. Отметим, что учет непараллельности основного течения позволяет сформулировать задачу с начальными данными при $x = x_0$ на больших масштабах длины и снимает вопрос о переходе от докритических к закритическим частотам.

4. В [11] показано, что для пограничного слоя в сжимаемом газе соотношения (2.5) и (2.6) не изменятся, если считать, что первая и третья компоненты вектора $\mathbf{A}$ для амплитуды возмущений в сжимаемом газе соответствуют возмущениям x- и y-компоненты скорости.

Соотношения (2.6) и (3.2) зависят от нормировки собственных функций $\mathbf{A}_{TS}$, $\mathbf{B}_{TS}$. Чтобы получить инвариантные соотношения, в эти выражения необходимо ввести множитель $S_{TS}/\langle H_2\mathbf{A}_{TS},\ \mathbf{B}_{TS}\rangle$, где S_{TS} — амплитуда возмущения интересующей нас физической величины, рассчитанная по вектору $\mathbf{A}_{TS}$. При расчетах S_{TS} равна максимальной по y величине возмущения модуля массового расхода $q_{TS}(x)$. Тогда амплитуда волны неустойчивости, возбуждаемой локализованным вибратором,

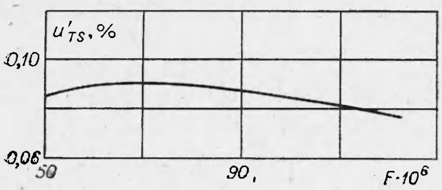
$$(4.1)\qquad q_m(x) = aq_{\mathbf{TS}}(x)\left|\frac{2\pi\rho(\alpha_{TS})\left(U'_wB_{TS1} + i\omega B_{TS3}\right)_{*,y=0}}{\langle H_2\mathbf{A}_{TS},\ \mathbf{B}_{TS}\rangle_*}\right|e^{\mathrm{Im}(F_{TS})}.$$

По соотношению (4.1) выполнены численные расчеты для вибратора на теплоизолированной пластине, обтекаемой газом с показателем адиабаты 1,41, числом Прандтля 0,72. Число Маха в набегающем потоке менялось в диапазоне M = 0,2—0,8, температура торможения равнялась 310 K, коэффициент вязкости рассчитывался по формуле Сазерленда.

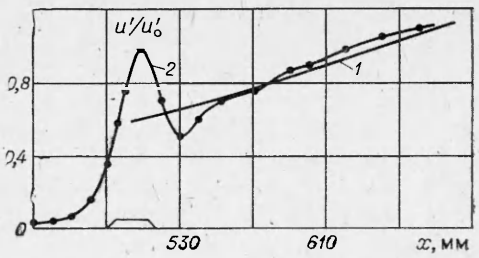
Результаты расчетов амплитуд возмущений массового расхода $q_m(x_*)$ в волне Т — Ш, возбуждаемой вибратором с $2\pi\rho(\alpha_{v*}) = 1$, локализованным возле точки потери устойчивости x_*, даны в таблице, где также приведены значения α_{TS} и Re_*, соответствующие $x = x_*$. В расчетах характерный масштаб X равен расстоянию от носика пластины до центра вибратора, так что $\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_*$. Данные таблицы указывают, что вследствие узости области резонансного взаимодействия по волновым числам α_v амплитуда волны Т — Ш, генерируемой локализованным вибратором, на два порядка меньше соответствующей амплитуды при резонансном режиме возбуждения на уединенной вибрационной волне [11].

M	$F\cdot10^6$	Re_*	$\alpha_{TS}\cdot10^2$	$(q_m/a)\cdot10^3$	M	$F\cdot10^6$	Re_*	$\alpha_{TS}\cdot10^2$	$(q_m/a)\cdot10^3$
0,2	20	1020	7,27	5,79	0,6	20	960	6,45	4,67
—	40	685	8,84	6,46	—	40	645	7,85	5,23
—	60	550	10,04	6,92	—	60	520	8,97	5,65
0,4	20	1010	7,02	5,37	0,8	20	900	5,73	3,81
—	40	665	8,40	5,95	—	40	615	7,12	4,38
—	60	540	9,64	6,42	—	60	490	8,06	4,72

* Точный анализ задачи о вибраторе, начинающем колебания в момент $t = 0$, выполнен Е. Д. Терентьевым.



Фиг. 3



Фиг. 4

Для сопоставления теории и эксперимента [12] выполнены расчеты среднеквадратичных пульсаций x-компоненты скорости $u'_{TS}(x)$ в возбуждаемой волне Т — Ш, соответствующих максимальным по y значениям. Вычисления проводились для $\mathrm{Re} = 502$ при частотных параметрах $F = (50 - 120) \cdot 10^{-6}$ ($F = 2\pi f \nu_\infty / U_\infty^2$, f — частота возмущения в Гц). В соответствии с экспериментом форма вибратора задавалась в виде трапеции с нижним основанием $l = 28$ мм и верхним основанием, равным $2/3l$. На фиг. 3 показана зависимость $u'_{TS}(x_*)$ от F для размерной амплитуды пульсаций $a = 10$ мкм. Как и в эксперименте, амплитуда возбуждаемой волны Т — Ш слабо зависит от частотного параметра при докритических и сверхкритических частотах (критическое значение $F \simeq \simeq 70 \cdot 10^{-6}$).

На фиг. 4 приведено сравнение теоретических расчетов (кривая *1*) с экспериментом (кривая *2*) для частоты колебаний вибратора $f = 70$ Гц ($F = 120 \cdot 10^{-6}$). Абсолютная величина пульсаций отнесена к максимальному по x значению $u'_0 = 0{,}13\%$, достигаемому при $x \simeq 510$ мм [12]; амплитуда вибраций $a = 10$ мкм. В области $x \geqslant 550$ мм, где волна Т — Ш выделяется из общего сигнала, теория находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Из расчетов следует, что для возбуждения волн неустойчивости с «опасными» (с точки зрения перехода) частотами и с начальными амплитудами $\sim 10^{-2}\%$ достаточны очень малые вибрации обтекаемой поверхности той же частоты с амплитудами ~ 1 мкм.

Авторы выражают благодарность Л. П. Воинову и В. Н. Жигулеву за постоянное внимание к работе и полезные обсуждения результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.** Возникновение турбулентности в пограничном слое. Новосибирск: Наука, 1982.
2. **Жигулев В. Н.** Проблема определения критических чисел Рейнольдса перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный.— В кн.: Механика неоднородных сред. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1981.
3. **Schubauer G. B., Skramstad H. K.** Laminar boundary layer oscillations and stability of laminar flow.— NACA Rep. N 909, 1948.
4. **Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я.** Генерация и развитие возмущений малой амплитуды в ламинарном пограничном слое при наличии акустического поля.— Изв. СО АН СССР, 1975, № 13, сер. техн. наук, вып. 3.
5. **Поляков Н. Ф.** Ламинарный пограничный слой в условиях «естественного» перехода к турбулентному течению.— В кн.: Развитие возмущений в пограничном слое. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
6. **Gaster M.** On the generation of spatially growing waves in a boundary layer.— J. Fluid Mech., 1965, vol. 22, pt 3.
7. **Терентьев Е. Д.** О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением около колеблющейся стенки в сверхзвуковом потоке.— ДАН СССР, 1978, т. 240, № 5.

8. **Терентьев Е. Д.** Расчет давления в линейной задаче о вибраторе в сверхзвуковом пограничном слое.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 6.
9. **Терентьев Е. Д.** Линейная задача о вибраторе в дозвуковом пограничном слое.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 6.
10. **Богданова Е. В., Рыжов О. С.** О возмущениях, генерируемых осцилляторами в потоке вязкой жидкости на закритических частотах.— ПМТФ, 1982, № 4.
11. **Тумин А. М., Федоров А. В.** Возбуждение волн неустойчивости в пограничном слое на вибрирующей поверхности.— ПМТФ, 1983, № 3.
12. **Гилев В. М., Козлов В. В.** Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга в пограничном слое на вибраторе. Препринт № 19-83. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1983.
13. **Жигулев В. Н., Сидоренко Н. В., Тумин А. М.** О генерации волн неустойчивости в пограничном слое внешней турбулентностью.— ПМТФ, 1980, № 6.
14. **Тумин А. М., Федоров А. В.** Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа.— ПМТФ, 1983, № 4.

Поступила 5/X 1983 г.