

**К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССА
АДИАБАТИЧЕСКОГО ТЕПЛООВОГО ВЗРЫВА
ГАЗОВЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ В ЖИДКОСТЯХ**

Ю. М. Волынский-Басманов, В. И. Кузьмин
(Москва)

Распространение ударных волн в жидких взрывчатых веществах, содержащих пузырьки газа, сопровождается сложными физическими явлениями, природа которых еще недостаточно выяснена.

В опытах по инициированию взрыва в жидких ВВ было замечено, что чувствительность к горению и взрыву существенно повышается, если в объеме жидкости содержатся газовые включения [1, 11]. Как впервые показано в работах [2, 3], это можно отнести не только к жидким ВВ, но и к топливам в виде горючих жидкостей. В последних могут присутствовать или привноситься извне газовые включения — пузырьки, полости, кавитационные каверны, заполненные кислородом (воздухом) и парами горючей жидкости. В связи с тем, что газовые включения являются, как установлено экспериментально, возможными очагами инициирования горения и взрыва жидких ВВ и горючих, целесообразно исследовать теоретически процесс сжатия и взрыва газового пузырька в жидкости. В настоящем исследовании принимается, что размер пузырька достаточно мал, поэтому разностью давлений на его стенках можно пренебречь, но достаточно велик, чтобы не учитывать процессы теплопроводности. Уравнение, определяющее сжатие пузырька в сжимаемой жидкости, имеет вид [4]

$$\begin{aligned} a \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{da}{dt} \right)^2 - \frac{1}{a C_0} \cdot \frac{d}{dt} \left[a^2 \left(\frac{da}{dt} \right)^2 \right] = \\ = \frac{a}{\rho C_0} \cdot \frac{d P_n}{dt} \left(1 - \frac{1}{C_0} \cdot \frac{da}{dt} \right) - \int_0^\infty \frac{d P}{\rho} \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнении (1) члены, содержащие $1/C_0$, приближенно выражают влияние сжимаемости. Член уравнения, содержащий dP_0/dt , выражает излучение акустической энергии.

Подставив в уравнение (1) соотношение для адиабатического сжатия пузырька [1]

$$P_a = P_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{3k} \quad (2)$$

ударной волной, распространяющейся в горючей жидкости по закону [2, 3]

$$P_\infty = A P_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (3)$$

при скорости звука в газе, равной

$$C^2 = kgRT, \quad (4)$$

и обозначив скорость изменения радиуса пузырька под действием сжимающей его ударной волны через

$$b = \frac{da}{dt}, \quad (5)$$

после соответствующих преобразований получим

$$\frac{db}{dt} = -\frac{3}{2} b^2 + (b - C_0) \frac{dP}{dt} \cdot \frac{1}{\rho kg RT} + A \frac{P_0}{\rho a} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{P_0}{\rho a} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3k} \quad (6)$$

В общем случае при сжатии в сосуде какого-либо газового объема (горючей смеси) может произойти его самовоспламенение по тепловому, цепному или комбинированному цепочно-тепловому механизму [5].

Для случая сжатия пузырька в жидкости под действием давления ударной волны более вероятным является тепловой механизм самовоспламенения (тепловой взрыв за третьим пределом воспламенения), уравнение которого для адиабатического процесса имеет вид [6]

$$\frac{dT}{dt} = D (T_{\max} - T)^n e^{-\frac{E}{RT}}. \quad (7)$$

Таким образом, для исследования адиабатического сжатия и теплового взрыва газового пузырька в жидкости имеем систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{da}{dt} &= b, \\ \frac{db}{dt} &= -\frac{3}{2} b^2 + (b - C_0) \frac{dP}{dt} \cdot \frac{1}{\rho kg RT} + A \frac{P_0}{\rho a} e^{-\frac{t}{\tau}} - \\ &\quad - \frac{P_0}{\rho a} \left(\frac{a}{a_0}\right)^{3k}, \\ \frac{dT}{dt} &= D (T_{\max} - T)^n e^{-\frac{E}{RT}}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где a — радиус пузырька; t — время; C — скорость звука; P — давление во фронте ударной волны; ρ — плотность жидкости; τ — время действия ударной волны; A — максимальная амплитуда ударной волны; k — отношение удельных теплоемкостей; T — температура взрыва пузырька; R — универсальная газовая постоянная; E — энергия активации; D — константа, зависящая от вида горючей жидкости и состава смеси в пузырьке; n — порядок реакции; индексом «0» обозначены начальные значения соответствующих переменных.

Пусть τ и $u = \frac{dP}{dt}$ управления системы (8), a , b и T — фазовые координаты.

Введем безразмерные переменные:

$$\bar{a} = \frac{a}{a_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau_{\max}}, \quad \bar{b} = b \frac{\tau_{\max}}{a_0}, \quad \bar{T} = \frac{T}{T_{\max}}.$$

Тогда (8) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{a}}{d\bar{t}} &= \bar{b}, \\ \frac{d\bar{b}}{d\bar{t}} &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{\bar{b}}{\bar{a}} + \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_{\odot} \right) \bar{u} \cdot \frac{1}{\bar{T}} + \frac{P_0}{\rho \bar{a}} \left[A e^{-\bar{t} \frac{\tau_{\max}}{\tau}} - \bar{a}^{3k} \right], \\ \frac{d\bar{T}}{d\bar{t}} &= \lambda \left(1 - \frac{\bar{T}}{T} \right)^n e^{-\frac{E}{R T_{\max}}} \cdot \frac{1}{\bar{T}}, \end{aligned} \right\}$$

где

$$\lambda = DT_{\max}^{n-1} \cdot \tau_{\max}. \quad (9)$$

Задаваясь различными законами скорости нарастания давления на пузырек, можно, интегрируя (8), получить зависимость параметров пузырька от времени. Однако можно пойти несколько иным путем. Определив закон скорости нарастания давления ударной волны, соответствующий минимальному сжатию пузырька до его воспламенения, можно установить нижнюю границу затрат энергии для получения требуемого эффекта. Такое решение может быть в дальнейшем использовано в качестве оценки возможностей по улучшению воздействия на пузырек давления конкретного вида в ряде практических задач.

В этом случае при исследовании процесса, описываемого системой (8), представляется целесообразным найти условия устойчивого сжатия пузырька в жидкости вплоть до его воспламенения (взрыва). Для этого воспользуемся вторым методом А. М. Ляпунова [7]. Функцию Ляпунова можно построить на основании интегрируемой части исходной системы уравнений (9):

$$V = \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}} + \bar{T} + \bar{t}. \quad (10)$$

Функция (10) удовлетворяет условиям

$$V > 0, \quad V(0) = 0, \quad V(\infty) = \infty,$$

а знак ее производной определяет устойчивость процесса, т. е. при $\dot{V} < 0$ процесс устойчив.

Продифференцировав функцию Ляпунова, определим область устойчивого сжатия пузырька:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{3}{2} \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}} \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_{\odot} \right) \bar{u} \cdot \frac{1}{\bar{T}} + \frac{P_0 \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}}}{\rho \bar{a}} \left(A e^{-\frac{\bar{t}}{\tau}} - \bar{a}^{3k} \right) + \\ & + \lambda \left(1 - \frac{\bar{T}}{T} \right)^n e^{-\frac{E}{R T_{\max}}} \cdot \frac{1}{\bar{T}} + 1 < 0 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}} \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) \bar{u} \frac{1}{\bar{T}} + \frac{P_0 \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}}}{\rho \bar{a}} \left(A e^{-\frac{\bar{t}}{\tau}} - \bar{a}^{3k} \right) + \\ + \lambda (1 - \bar{T})^n e^{-\frac{E}{RT_{\max}}} \frac{1}{\bar{T}} < 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Как было сказано выше, для исследования физики рассматриваемого процесса и ряда практических приложений представляет интерес определить законы изменения параметров \bar{u} и $\bar{\tau}$ ударной волны в жидкости, соответствующих максимальному радиусу пузырька, при котором возможен его взрыв. Физически такое исследование соответствует минимально необходимой энергии для сжатия пузырька вплоть до его взрыва.

Ясно, что подобного рода исследование приведет к определению параметров процесса, который наиболее легко реализуется на практике. Легко видеть, что при этом имеют место следующие начальные и граничные условия:

$$\bar{a}_0 = 1, \quad \bar{b}_0 = 1, \quad \bar{T}_0 = T_0^*, \quad \bar{T}_k = 1.$$

На управления накладываются ограничения:

$$\bar{\tau}_{\min} \leq \bar{\tau} \leq \bar{\tau}_{\max}; \quad \bar{u}_{\min} \leq \bar{u} \leq \bar{u}_{\max}.$$

Здесь $\bar{\tau}_{\min}$ — определяется периодом индукции теплового взрыва; \bar{u}_{\max} и $\bar{\tau}_{\max}$ — задаются исходя из предельных конструктивных возможностей; $\bar{u}_{\min} = 0$. Таким образом, имеет место вариационная задача с двумя управлениями и ограничениями на них. В соответствии с [7] точная нижняя граница функции Ляпунова по управлениям \bar{u} и $\bar{\tau}$ задает оптимальные управления процессом.

Определим нижнюю границу \dot{V} по управлению \bar{u} :

$$\frac{\partial \dot{V}}{\partial \bar{u}} = \bar{a}^{\frac{3}{2}} e^{\bar{b}} \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) \frac{1}{\bar{T}}. \quad (12)$$

Знак множителя $\left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right)$ в уравнении (12) будет определять то значение управления \bar{u} , которое необходимо взять, чтобы находиться на нижней границе \dot{V} :

$$\bar{u} = \begin{cases} \bar{u}_{\max} & \text{при } \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) < 0 \\ 0 & \text{при } \left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) > 0. \end{cases}$$

Заметим, что условие $\left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) < 0$ физически реально, так как означает, что при $\bar{b} < C_0$ для сжатия пузырька необходимо иметь максимальную скорость нарастания давления.

Исследуем условие

$$\left(\bar{b} - \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \right) = 0. \quad (13)$$

Для того чтобы этот процесс был стационарным, а он соответствует $0 < \bar{u} < \bar{u}_{\max}$, необходимо, чтобы $\dot{b} = 0$. Тогда, используя уравнение для \dot{b} , получаем

$$A e^{-\frac{\bar{t}}{\tau}} - \bar{a}^{3k} = \frac{3}{2} \frac{\tau_{\max} C_0 \rho}{a_0 P_0} = k_1. \quad (14)$$

С другой стороны, из первого уравнения системы (9) и условия (13) путем интегрирования можно вывести соотношение

$$\bar{a} = a_0 + \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \bar{t}. \quad (15)$$

Исключая из (14) и (15) \bar{a} , получаем уравнение

$$\left(a_0 + \frac{\tau_{\max}}{a_0} C_0 \bar{t} \right)^{3k} = A e^{-\frac{\bar{t}}{\tau}} - k_1. \quad (16)$$

Графическое решение этого уравнения изображено на рис. 1.

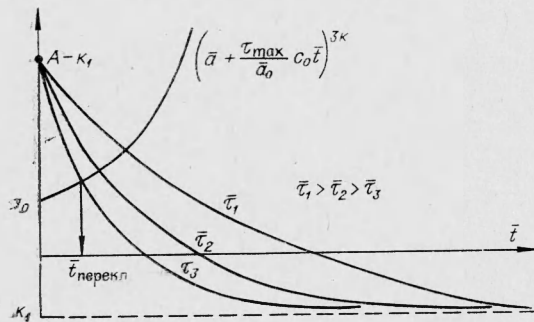


Рис. 1.

Из графика следует, что при любом фиксированном τ имеется только одна точка, соответствующая решению уравнения (16). Значит, условие (13) не может быть стационарным и уравнение (16) определяет только переключение с одного предельного режима \bar{u} на другой. Следовательно, все значения \bar{u} , лежащие между предельными, не целесообразны с точки зрения постав-

ленной задачи. Что касается точной нижней границы функции Ляпунова по управлению τ , то, как видно из уравнения (11), эта граница может достигаться только при $\tau = \tau_{\min}$ (рис. 2).

Процесс переключения с режима на режим по u представлен графически на рис. 3. Из условий переключения и из графика рис. 3 видно, что процесс должен начинаться с $\bar{u} = u_{\max}$, так как в этот момент $b_0 = 0$ и $-\frac{\tau_{\max}}{a} C_0 < 0$, и будет продолжаться до момента, определяемого уравнением (16), (см. рис. 1). Далее функция переключения пересечет ось и при этом должно выполняться условие $\bar{u} = 0$. После снятия действия

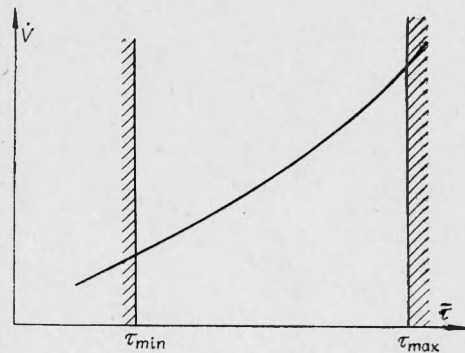


Рис. 2.

