

Р и с. 5

вые ползучести помечены темными точками. Максимальное расхождение между расчетом и экспериментом не превышает 30 % и относится в основном к области высоких напряжений. В практически важной задаче прогнозирования длительной прочности на базы, соизмеримые с эксплуатационными, расхождение не превышает 20 %.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
2. Москвитин В. В. Циклические нагружения элементов конструкций.— М.: Наука, 1981.
3. Закономерности ползучести и длительной прочности: Справочник/Под общ. ред. С. А. Шестерикова.— М.: Машиностроение, 1983.
4. Бойл Дж., Спенс Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести.— М.: Мир, 1986.
5. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1986.
6. Davenport C. C. Correlation of creep and relaxation properties of copper // J. Appl. Mech.— 1938.— V. 5, N 2.
7. Колтунов М. А. Ползучесть и релаксация.— М.: Высш. шк., 1976.
8. Атлас диаграмм растяжения при высоких температурах, кривых ползучести и длительной прочности сталей и сплавов для двигателей/И. П. Булыгин, П. Т. Власова, А. Т. Горбодей и др.— М.: Оборонгиз, 1957.
9. Goldhoff R. M. The application of Rabotnov's creep parameter // Proc. ASTM.— 1961.— V. 61.— P. 907.
10. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть.— М.: Наука, 1970.
11. Голуб В. П., Олейник А. С. К методике расчета коэффициентов в параметре ползучести Работнова // Машинноеведение.— 1988.— № 2.
12. Голуб В. П., Олейник А. С., Павлов В. Н. Особенности кратковременного деформирования в условиях вибраций // Машинноеведение.— 1988.— № 5.

г. Киев

Поступила 13/VI 1989 г.,  
в окончательном варианте — 20/III 1990 г.

УДК 539.376

В. П. РАДЧЕНКО

#### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ ОДНООСНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ И ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ

Все рекомендованные в существующей нормативно-технической документации [1] модели, описывающие третью стадию ползучести, базируются либо на теории упрочнения, либо на теории течения и имеют ряд их недостатков. Один из них — невозможность описания обратной ползучести при разгрузке, пренебрежение которой приводит к ошибкам при нахождении времени до разрушения, особенно в условиях нестационарных и циклических нагрузок. Проблемным остается вопрос о формулировке определяющих реологических уравнений, позволяющих описывать ползучесть за пределом упругости, а также о выборе критерия разрушения материалов, при помощи которого можно было бы с единых позиций описать следующие экспериментально наблюдаемые факты: немонотонный характер предельной неупругой деформации при разрушении, нелинейный характер диаграмм длительной прочности, наличие стадии «лавиной» ползучести. Поэтому в данной работе поставлена задача разработки теории ползучести и критерия разрушения металлов, которые позволили бы решить сформулированные выше задачи.

1. В основу конструирования соответствующих реологических уравнений был положен метод разделения деформаций, предложенный для первой и второй стадий

ползучести в [2]. Для описания третьей стадии ползучести общепризнана гипотеза, согласно которой процесс поврежденности материала непосредственно связывается с накопленной неупругой деформацией и текущим напряжением. Одной из характеристик состояния материала принимается параметр поврежденности, с которым связывается относительное уменьшение эффективной площади поперечного сечения образца и как следствие этого — увеличение истинного напряжения, вызываемое микроразрушением материала в процессе деформирования [3—9].

В настоящей работе для описания стадии разупрочнения материала развивается предложенный в [10—12] энергетический подход, согласно которому параметр поврежденности полагается пропорциональным линейной комбинации работ истинного напряжения на деформации ползучести и на пластической деформации. Основной вариант определяющих уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon &= e + e^p + p, \quad \dot{\varepsilon} = \dot{\sigma}/E, \quad \dot{e}^p = \kappa S'(\sigma) \dot{\sigma}, \quad p = u + v + w, \\ u(t) &= \sum_{k=1}^s u_k(t), \quad \dot{u}_k(t) = \lambda_k [a_k (\sigma(t)/\sigma_*)^n - u_k(t)], \\ v(t) &= \sum_{k=1}^s v_k(t), \quad \dot{v}_k(t) = \begin{cases} \lambda_k [b_k (\sigma(t)/\sigma_*)^n - v_k(t)], & b_k (\sigma(t)/\sigma_*)^n > v_k(t), \\ 0, & b_k (\sigma(t)/\sigma_*)^n \leq v_k(t); \end{cases} \end{aligned}$$

$$(1.1) \quad \dot{w}(t) = c (\sigma(t)/\sigma_*)^m;$$

$$(1.2) \quad \sigma = \sigma_0(1 + \omega);$$

$$(1.3) \quad \dot{\omega} = \gamma \dot{e}^p + \alpha \sigma \dot{p},$$

где  $\varepsilon$  — полная деформация;  $e$  и  $e^p$  — упругая и пластическая деформации;  $p$  — деформация ползучести;  $u, v, w$  — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие  $p$ ;  $\sigma_0$  и  $\sigma$  — номинальное и истинное напряжения;  $E$  — модуль Юнга;  $\lambda_k, a_k, b_k, c, n, m, \sigma_*$  — реологические константы материала, при помощи которых описываются первая и вторая стадии и их обратимая часть;  $\gamma$  и  $\alpha$  — параметры материала, контролирующие процессы разупрочнения его. Величина  $\kappa = 1$  при  $\sigma(t) > \sigma(\tau)$  ( $0 \leq \tau < t$ ) и  $\kappa = 0$ , если можно указать такой момент  $\tau$ , когда  $\sigma(\tau) \geq \sigma(t)$ .

Детальный анализ экспериментальных данных показал, что в общем случае  $\gamma = \gamma(e^p)$ ,  $\alpha = \alpha(\sigma_0)$  и для них можно использовать степенные аппроксимации вида

$$(1.4) \quad \gamma = \gamma_1 (e^p)^{m_2}, \quad \alpha = \alpha_1 (\sigma_0)^{m_1}.$$

Для ряда материалов в частных случаях выполняется  $\gamma = \text{const}$ ,  $\alpha = \text{const}$ .

2. Для оценки времени до разрушения, как правило, используют деформационные [5, 7, 13], энергетические (диссипативные) [6, 13, 14], термодинамические [15—19] критерии разрушения либо критерии, связанные с достижением параметрами поврежденности (или функцией от них) некоторой критической величины [8, 20—22]. В настоящей работе предпочтение отдано энергетическим критериям разрушения, так как, с одной стороны, они позволяют без особых усложнений описать отмеченный в ряде работ [7, 22—24] немонотонный характер предельной неупругой деформации, а с другой — очень удобны в использовании в силу аддитивности энергий различного вида [25].

Для прогнозирования времени до разрушения  $t = t_*$  в качестве критерия предлагается соотношение

$$(2.1) \quad \int_0^{t_*} (\sigma(t)/A_*^p) de^p(t) + \int_0^{t_*} (\sigma(t)/A_*^c) dp(t) = 1,$$

где  $A_*^p = A_*^p(T)$  и  $A_*^c = A_*^c(T)$  — критические величины работ разрушения истинного напряжения на мгновенно-пластической деформации и на деформации ползучести, которые являются константами материала при фиксированной температуре. Покажем, что (2.1) может быть получено из термодинамических соображений на основании подхода, предложенного в [15, 16], согласно которому разрушение материала происходит при достижении плотностью внутренней энергии критической величины. Проведенные в [26] теоретические и экспериментальные исследования позволяют считать, что критическая величина плотности внутренней энергии не зависит от процесса нагружения и является константой материала.

Накапливаемая в деформируемом элементе тела внутренняя энергия  $u_+$  определяется суммой двух составляющих. Часть этой энергии обусловлена накоплением в деформируемых объемах материала потенциальной (запасенной, скрытой) энергии  $u^e$ , которая связана с зарождением различного рода дефектов и служит количественной характеристикой его поврежденности в процессе деформирования, а другая часть накапливается в виде теплосодержания  $u^T$ , что приводит к ослаблению межатомных

связей и как следствие этого — к физическому разупрочнению материала. Таким образом, исходя из принципа суперпозиции энергии [25], имеем

$$(2.2) \quad u_+ = u^e + u^T.$$

В соответствии с изложенным выше критерий разрушения принимает вид

$$(2.3) \quad u_+(t_*) = u_0 + u_1(t_*) = u_*,$$

где  $u_0 = u_0(T)$  — начальное значение удельной внутренней энергии;  $u_1$  — приращение внутренней энергии за время деформирования;  $u_*$  — константа материала. Приращение  $\Delta u = \Delta u_1$  за время  $\Delta t$  складывается из двух составляющих:

$$(2.4) \quad \Delta u_+ = \Delta u^e + \Delta u^T, \quad \Delta u^e = \sigma \Delta e^p + \sigma \Delta p, \quad \Delta u^T = \Delta u_1^T + \Delta u_2^T.$$

Здесь приращение потенциальной энергии  $\Delta u^e$  в отличие от работ [6, 14—19, 26] записано не для номинального, а для истинного напряжения  $\sigma$ ;  $\Delta u_1^T$ ,  $\Delta u_2^T$  — приращение теплосодержания при образовании пластической деформации и деформации ползучести. Дальнейшая задача состоит в определении  $\Delta u^T$ . Непосредственное измерение этой величины при помощи калориметрирования даже в лабораторных условиях при фиксированной температуре — трудоемкая задача. Практически неразрешима задача определения  $\Delta u^T$  при таком подходе при оценке ползучести элементов конструкций в реальных условиях эксплуатации. Поэтому необходимы поиски других способов оценки величины  $\Delta u^T$ .

Некоторые экспериментальные данные [26] позволяют ввести следующую гипотезу:  $\Delta u_1^T$  и  $\Delta u_2^T$  пропорциональны соответственно  $\sigma \Delta e^p$  и  $\sigma \Delta p$ . Преобразуем (2.4) к виду

$$(2.5) \quad \Delta u_+ = \sigma \Delta e^p (1 + \Delta u_1^T / \sigma \Delta e^p) + \sigma \Delta p (1 + \Delta u_2^T / \sigma \Delta p).$$

На основании введенной гипотезы с использованием обозначений  $1 + \Delta u_1^T / \sigma \Delta e^p = C(e^p)$ ,  $1 + \Delta u_2^T / \sigma \Delta p = D(\sigma_0)$  выражение (2.5) запишем как

$$(2.6) \quad \Delta u_+ = C(e^p) \sigma \Delta e^p + D(\sigma_0) \sigma \Delta p.$$

После интегрирования (2.6) из (2.3) получаем критерий разрушения

$$(2.7) \quad \int_0^{t_*} C(e^p) \sigma de^p + \int_0^{t_*} D(\sigma_0) \sigma dp = u'(T),$$

где  $u'(T) = u_* - u_0(T)$ . При фиксированной температуре в частном случае  $C(e^p) = C_1 = \text{const}$ ,  $D(\sigma_0) = D_1 = \text{const}$  из (2.7) имеем

$$(2.8) \quad \int_0^{t_*} (\sigma / A_*^p(T)) de^p + \int_0^{t_*} (\sigma / A_*^c(T)) dp = 1$$

( $A_*^p = u'(T) / C_1$ ,  $A_*^c = u'(T) / D_1$ ). Как видно, (2.8) совпадает с (2.1).

Таким образом, отличие критерия (2.1), (2.8) от аналогичных критериев [6, 14—19, 26] заключается в введении как в определяющие уравнения, так и в критерий разрушения истинного напряжения и представлении неупругой деформации в виде суммы пластической деформации и деформации ползучести.

3. Рассмотрим методику определения констант материала и необходимый для этого определяющий эксперимент. Для построения функции пластичности  $S(\sigma)$  и нахождения значений  $\gamma$  и  $A_*^p$  в качестве информации используется стандартная кривая мгновенного деформирования. Несмотря на известные трудности ее получения при высоких температурах, имеются достаточно надежные методы для построения таких диаграмм [27, 28].

Так как в рассматриваемом случае деформация ползучести  $p = 0$  и идет процесс активного упругопластического нагружения ( $\dot{\sigma} > 0$ ), то уравнения (1.1)—(1.3) принимают вид

$$(3.1) \quad \varepsilon = \sigma / E + S(\sigma), \quad \sigma = \sigma_0(1 + \omega), \quad \dot{\omega} = \gamma \sigma \dot{e}^p.$$

Для определения вида функции пластичности  $S(\sigma)$  применяется начальный участок пластической деформации на диаграмме деформирования ( $e^p$  не должна превосходить 1—2%). Тогда в силу малости  $e^p$  можно считать, что поврежденность от пластичности незначительна и  $\sigma \approx \sigma_0$ , а для аппроксимации начального участка использовать, например, степенную аппроксимацию

$$(3.2) \quad e^p = g(\sigma - \sigma_+)^h.$$

Здесь  $\sigma_+$  — предел пропорциональности;  $g, h$  — константы, которые могут быть определены по методу наименьших квадратов.

Из второго и третьего соотношений (3.1) и (3.2) нетрудно получить связь истинного  $\sigma$  и номинального  $\sigma_0$  напряжений и функцию пластического деформирования  $e^p = \Psi(\sigma_0)$ , заданную неявно:

$$(3.3) \quad \sigma = \sigma_0 \exp(\gamma_*(e^p) \sigma_0), \quad \gamma_*(e^p) = \int_0^{e^p} \gamma(e^p) de^p;$$

$$(3.4) \quad e^p = g [\sigma_0 \exp(\gamma_*(e^p) \sigma_0) - \sigma_+]^h.$$

Разрешим (3.4) относительно  $\gamma_*(e^p)$ :

$$(3.5) \quad \gamma_*(e^p) = \ln [((e^p/g)^{1/h} + \sigma_+)/\sigma_0].$$

Для вычисления параметра  $\gamma_*(e^p)$  применяются формула (3.5) и ряд экспериментальных точек на кривой мгновенного деформирования ( $\sigma_0, e^p$ ), включая и точки на участке неустойчивого деформирования. Далее, используя первую аппроксимацию (1.4), определяем константы  $\gamma_1$  и  $m_2$ . Из соотношения (2.1) при  $p = 0$  и (3.3) получим

$$A_*^p = \int_0^{e_*^p} \sigma de^p,$$

где  $e_*^p$  — пластическая деформация, соответствующая разрушению образца.

Исходной информацией для нахождения параметров уравнений (1.1)–(1.3) являются кривые стационарной ползучести, доведенные до разрушения, при нескольких номинальных напряжениях  $\sigma_0$ , меньших предела пропорциональности.

Приведем алгоритм вычисления параметров, описывающих деформацию ползучести.

А. Отделяя первую и вторую стадии ползучести графически либо применяя более точные и надежные способы [29, 30], по методике [31, 32] находим параметры  $\lambda_n, a_R, b_R, c, n, m, \sigma_*$ .

Б. Определение величины  $\alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_1}$  и константы  $A_*^c$  производится на основании экспериментальных данных стационарной ползучести при фиксированном  $\sigma_0$  путем минимизации функционала

$$(3.6) \quad \sum_{j=1}^N [(t_j - t_j^*)/t_j^*]^2 \rightarrow \min,$$

где  $t_j$  — расчетные, а  $t_j^*$  — экспериментальные значения времени, соответствующие одной и той же деформации;  $N$  — количество точек, используемых для минимизации (3.6). Для этой цели  $\alpha$  варьируется, осуществляется расчет по (1.1)–(1.3) до достижения неупругой деформации экспериментального значения в момент разрушения  $t = t_*$  и выбирается то значение  $\alpha$ , при котором выполняется (3.7). Значение  $A_*^c$  определяется из соотношения (2.1):

$$A_*^c = \left[ 1 - \int_0^{t_*} (\sigma/A_*^p) de^p \right] \int_0^{t_*} \sigma dp.$$

В. После нахождения  $\alpha$  и  $A_*^c$  при нескольких  $\sigma_0$  строится аппроксимация  $\alpha = \alpha_1(\sigma_0)^{m_1}$  (в частном случае возможен вариант  $\alpha = \text{const}$ ), а  $A_*^c$  осредняется.

4. Для экспериментальной проверки предложенной модели (1.1)–(1.4) и критерия (2.1) была выполнена серия испытаний на сплаве ЭИ 698 при температуре  $T = 700, 750$  и  $775^\circ\text{C}$ , сплаве ЭП 693 при  $T = 700, 725$  и  $750^\circ\text{C}$ , сплаве ЭП 742

Т а б л и ц а 1

Материал	$T, ^\circ\text{C}$	$[\sigma_+, \text{МПа}]$	$E \cdot 10^{-5}, \text{МПа}$	$g$	$h$	$\gamma_1, \text{МПа}^{-1}$	$A_*^p, \text{МДж/м}^3$	$m_2$
ЭИ 698	750	480,7	1,47	$5,72 \cdot 10^{-6}$	2,145	$6,93 \cdot 10^{-3}$	201,2	0
ЭП 693	750	716,3	1,29	$3,26 \cdot 10^{-5}$	2,242	$4,53 \cdot 10^{-3}$	96,6	0
ОТ-4	500	176,6	0,68	$2,35 \cdot 10^{-6}$	2,61	$3,24 \cdot 10^{-2}$	38,94	0

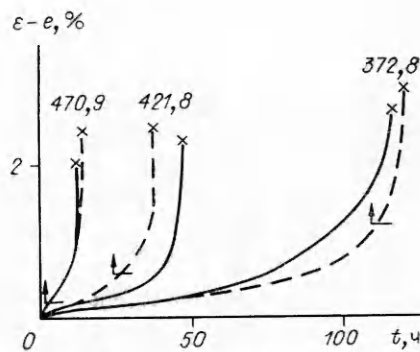
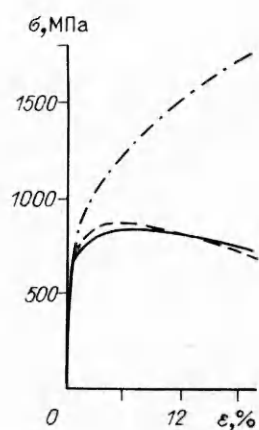


Рис. 1

Рис. 2

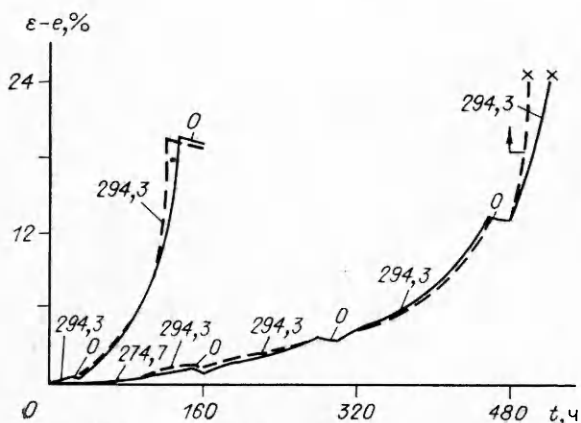


Рис. 3

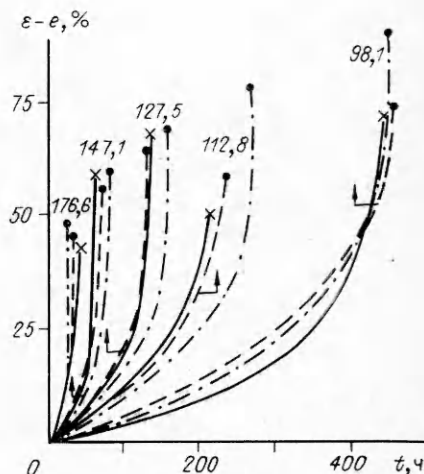


Рис. 4

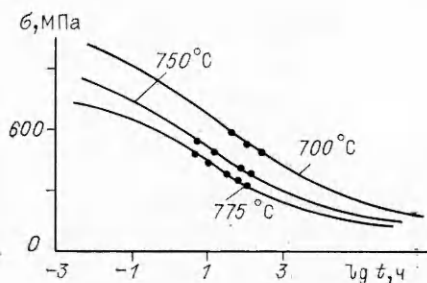


Рис. 5

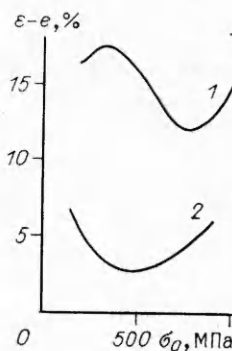


Рис. 6

при  $T = 650$  и  $750$  °C. В качестве примера на рис. 1 приведен расчет кривой упругопластического деформирования сплава ЭИ 698 при  $T = 750$  °C: сплошная линия соответствует экспериментальным данным, штриховая — расчету по модели (1.1) — (1.4) в координатах  $\epsilon - \sigma_0$ , штрихпунктирная — в координатах  $\epsilon - \sigma$ . Материальные константы для расчета упругопластической деформации для всех материалов, используемых в данной работе, приведены в табл. 1. Как видно из рис. 1, расчетная диаграмма  $\epsilon - \sigma_0$  имеет немонотонный характер с точкой максимума, что отвечает расчетному значению временного предела сопротивления материала, а диаграмма в истинных напряжениях  $\epsilon - \sigma$  строго монотонна. Одним из важных, на наш взгляд, результатов является теоретическое описание немонотонного харак-

тера кривой мгновенного деформирования, что, как известно [23, 33], встречает наибольшие трудности при соответствующей аппроксимации.

На рис. 2 штриховыми линиями приведен расчет стационарной ползучести сплава ЭИ 698 при  $T = 750^\circ\text{C}$ , сплошные линии — экспериментальные данные, цифры — напряжение, МПа. Реологические константы для этого сплава представлены в табл. 2. На рис. 3 дан пример расчета (штриховая линия) для сплава ЭП 693 при  $T = 725^\circ\text{C}$  при нестационарном нагружении, сплошные линии — экспериментальные данные, цифры — напряжение, МПа. Константы для материала приведены в табл. 1 и 2.

Анализ данных расчета и эксперимента показал, что величина обратимой деформации ползучести на третьей стадии значительно растет по сравнению с начальным участком. Так, для верхней реализации на рис. 3 на последней ступени разгрузки ее экспериментальное значение повышается в 3,65 раза, а расчетное — в 5,6 раза, для нижней реализации на последней ступени разгрузки соответственно в 3,0 и 2,81 раза. Это свидетельствует о том, что разгрузка происходит не при напряжении  $\sigma_0$ , а при истинном напряжении  $\sigma$ , и говорит о росте последнего в процессе деформирования.

Сравнение предложенной модели (1.1)—(1.4), (2.1) с существующими теориями осуществлено по данным [34], где приведены результаты испытаний на ползучесть титанового сплава ОТ-4 при  $T = 500^\circ\text{C}$ . Недостающие параметры для расчета упругопластической деформации определены по опытным данным [33], где представлены диаграммы этого сплава при  $T = 20, 100, 200, 300, 400^\circ\text{C}$ . После их обработки по предложенной в работе методике была осуществлена экстраполяция для  $T = 500^\circ\text{C}$ . Константы модели (1.1)—(1.4), (2.1) сплава ОТ-4 при  $T = 500^\circ\text{C}$  приведены в табл. 1 и 2, а на рис. 4 сплошные линии — экспериментальные данные этого сплава, штрихпунктирные — расчет по энергетическому варианту [6, 14], штриховые — расчет по модели, предложенной в настоящей работе. В табл. 3 представлены расчеты времени разрушения для этого сплава, полученные разными авторами. Здесь  $t_1^*$  — опытные результаты [34],  $t_2^*$  — расчет по энергетическому критерию [6, 14],  $t_3^*$  — расчет по деформационному критерию, выполненному в [7],  $t_4^*$  — расчет по модели (1.1)—(1.4), (2.1). В табл. 3 также приведена средняя относительная

ошибка 
$$Q_i = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 |(t_{1j}^* - t_{ij}^*)/t_{1j}^*| \quad (i=2,3,4)$$

отклонения расчетных значений времени до разрушения от экспериментальных данных для каждого критерия. Очевидно, что соотношения (1.1)—(1.4) в целом аппроксимируют опытные результаты несколько лучше, чем уравнения из [6, 14], а критерий (2.1) более точный, чем в [6, 7, 14].

На рис. 5 сплошные линии — типичные расчетные диаграммы длительной прочности по критерию (2.1) сплава ЭИ 698, точки — осредненные экспериментальные данные, цифры — значения температуры. Как видно, диаграммы длительной прочности имеют ярко выраженный нелинейный характер с точкой перегиба графика. При этом условно можно выделить прямолинейный участок диаграммы и две прилегающие к нему области, которые, по-видимому, определяют три области с различными механизмами разрушения.

На рис. 6 линии 1, 2 — расчетные зависимости предельной неупругой деформации  $\epsilon^* = \epsilon^*(\sigma_0)$  для сплава ЭП 742 при  $T = 750^\circ\text{C}$  и ЭИ 698 при  $T = 750^\circ\text{C}$ . Видно, что определяющие уравнения (1.1)—(1.4) и критерий (2.1) описывают немонотонный характер зависимости  $\epsilon^* = \epsilon^*(\sigma_0)$  как с одним, так и с двумя ло-

Таблица 2

Материал	$T, ^\circ\text{C}$	$\sigma_*$ , МПа	$s$	$\lambda_k, \text{ч}^{-1}$	$a_k$	$b_k$	$c$	$n$	$m$	$\alpha_{11},$ (МПа) $^{-(m_1+1)}$	$A^c,$ МДж/М $^3$	$m_1$
ЭИ 698	750	490,5	1	0,2	$5,2 \cdot 10^{-2}$	$7,8 \cdot 10^{-2}$	$3,98 \cdot 10^{-2}$	3,45	10,96	$3,81 \cdot 10^{-5}$	12,85	-2,59
ЭП 693	750	294,3	2	0,236 2,85	$4,53 \cdot 10^{-2}$ $2,74 \cdot 10^{-3}$	$9,48 \cdot 10^{-3}$ $5,74 \cdot 10^{-3}$	$3,25 \cdot 10^{-2}$	1,06	3,145	4,63	867,2	-0,5
ОТ-4	500	9,81	—	—	—	—	$1,29 \cdot 10^{-5}$	—	3,59	$1,18 \cdot 10^{-2}$	114	0

Таблица 3

$\sigma_0$	Q, %			
	—	17,46	12,9	9,5
	$t_1^*$	$t_2^*$	$t_3^*$	$t_4^*$
	ч			
98,1	444	445	356	455,8
112,8	211	265	216	240,1
127,5	141	155	139	137,7
147,1	65	78	83	70,3
176,6	38	26	43	30,1

нальными экстремумами. В ряде работ [6, 8, 22, 23] были описаны лишь монотонные зависимости  $\varepsilon^* = \varepsilon^*(\sigma_0)$  либо немонотонные с одним локальным экстремумом.

Отметим следующий интересный факт. Несмотря на то что напряжение  $\sigma_0$  может не превышать предела пропорциональности, истинное напряжение  $\sigma$  с течением времени за счет накопления повреждений становится выше предела пропорциональности и на деформацию ползучести будет накладываться мгновенно-пластическая деформация. Это соответствует так называемой четвертой («лавиной») стадии ползучести, на которую указывалось в [35, 36] и появление которой с позиций механики микро-неоднородных сред было обосновано в [37]. На рис. 2—4 стрелками показано начало «лавиной» стадии ползучести, хотя во всех случаях  $\sigma_0 < \sigma_L$ . В отличие от [27], где метод определения начала этой стадии применим лишь для стационарных кривых ползучести, по модели (1.1)—(1.4), (2.1) это можно сделать при любых законах изменения напряжения. К тому же такой подход обосновывает физическое состояние материала в момент начала стадии «лавиной» ползучести.

Разделение неупругой реологической деформации на пластическую и деформацию ползучести позволяет избежать типичного недостатка теорий (в которых подобное разделение не производится), связанного с необходимостью введения гипотезы о «скачке» внутренней энергии при переходе через некоторое значение  $\sigma_0$  [38]. На самом деле происходит просто изменение механизма разрушения и существенную роль начинает играть первый член в соотношении (2.1).

Таким образом, предложенная модель (1.1)—(1.4) и критерий разрушения (2.1) позволяют с единых позиций описать ряд фактов, которые с феноменологических позиций встречают наибольшие трудности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Расчеты** и испытания на прочность. Расчетные методы определения несущей способности и долговечности элементов машин и конструкций. Метод определения параметров кривых ползучести и накопления повреждений при одноосном нагружении. Методические рекомендации. — М.: ВНИИМАШ, 1982.
2. **Самарин Ю. П.** Об одном обобщении метода разделения деформации в теории ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. — 1971. — № 3.
3. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966.
4. **Качанов Л. М.** О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОНТ. — 1958. — № 8.
5. **Лепин Г. Ф.** Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. — М.: Металлургия, 1976.
6. **Соснин О. В.** Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности // Пробл. прочности. — 1973. — № 5.
7. **Локощенко А. М., Шестериков С. А.** Методика описания ползучести и длительной прочности при чистом растяжении // ПМТФ. — 1980. — № 3.
8. **Астафьев В. И.** К вопросу о поврежденности и критериях разрушения при ползучести // Пробл. прочности. — 1983. — № 3.
9. **Кисилевский В. Н.** Вариант кинетического уравнения ползучести // Пробл. прочности. — 1982. — № 1.
10. **Радченко В. П., Самарин Ю. П., Хренов С. М.** Определяющие уравнения для материалов при наличии трех стадий ползучести // ДАН СССР. — Т. 288, № 3.
11. **Samarin Y. P., Radchenko V. P.** Model describing deformation and destruction of metals while stretching them under creepage // Proc. 9th Congress on Material Testing. — Budapest, 1986. — V. 1.
12. **Самарин Ю. П., Радченко В. П.** Определяющие уравнения для описания деформирования и разрушения металлов при циклической ползучести // 5-й Всесоюз. симпозиум. «Малоцикловая усталость — критерии разрушения и структура материалов»: Тез. докл. и сообщений. — Волгоград, 1987. — Ч. 2.
13. **Закономерности ползучести и длительной прочности:** Справочник/Под ред. С. А. Шестерикова. — М.: Машиностроение, 1983.

14. Соснин О. В., Горев Б. В., Никитенко А. Ф. Энергетический вариант теории ползучести.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1986.
15. Федоров В. В. Термодинамические представления о прочности и разрушении твердого тела // Пробл. прочности.— 1971.— № 11.
16. Федоров В. В. Термодинамический метод оценки длительной прочности // Пробл. прочности.— 1972.— № 9.
17. Киялбаев Д. А., Чудновский А. И. О разрушении деформируемых тел // ПМТФ.— 1970.— № 3.
18. Чудновский А. И. Некоторые вопросы разрушения деформируемых твердых тел // Изв. АН СССР. МТТ.— 1969.— № 5.
19. Астафьев В. И. Энтропийный критерий разрушения при ползучести (рост вязких трещин) // Прочность и надежность конструкций.— Куйбышев: КуАИ, 1981.
20. Локощенко А. М., Шестериков С. А. К проблеме оценки длительной прочности при ступенчатом нагружении // ПМТФ.— 1982.— № 2.
21. Локощенко А. М., Наместникова И. В. Описание длительной прочности при ступенчатом нагружении // Пробл. прочности.— 1983.— № 1.
22. Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения // ПМТФ.— 1982.— № 1.
23. Дачева М. Д., Локощенко А. М., Шестериков С. А. Модельное представление предельной деформации при ползучести // ПМТФ.— 1984.— № 4.
24. Ковпак В. И. Методы прогнозирования длительной прочности и ползучести металлических материалов на большие сроки службы: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук.— Киев, 1979.
25. Планк М. Принципы сохранения энергии.— М.; Л.: ГОНТИ, 1938.
26. Федоров В. В. Кинетика поврежденности и разрушения твердых тел.— Ташкент: Фан, 1985.
27. Малинин И. И. Прикладная теория пластичности и ползучести.— М.: Машиностроение, 1975.
28. Работнов Ю. Н., Милейко С. Т. Кратковременная ползучесть.— М.: Наука, 1970.
29. Ковпак В. И. К вопросу о достоверном определении начала ускоренной стадии ползучести // Пробл. прочности.— 1973.— № 12.
30. Мухина Л. Г. Вычисление характеристик ползучести по опытным данным с применением метода непараметрического выравнивания // Теоретико-экспериментальный метод исследования ползучести в конструкциях.— Куйбышев: КИТИ, 1984.
31. Самарин Ю. П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами.— Куйбышев: КГУ, 1979.
32. Расчетные и расчетно-экспериментальные методы определения несущей способности и долговечности элементов машин и конструкций. Расчетно-экспериментальный метод определения параметров ползучести и длительной прочности при одноосном нагружении в условиях нестационарного нагружения (1-я редакция).— М.: Госстандарт, 1982.
33. Соснин О. В., Соснин О. О. О термопластичности // Пробл. прочности.— 1988.— № 12.
34. Соснин О. В., Торшенов И. Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 при постоянной температуре // Пробл. прочности.— 1970.— № 5.
35. Баумштейн М. В., Бадаев А. И. К вопросу определения области «лавиной» ползучести // Пробл. прочности.— 1980.— № 5.
36. Осасюк В. В. Прогнозирование остаточного ресурса материала элементов конструкций энергетического оборудования после длительной эксплуатации: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук.— Киев, 1987.
37. Радченко В. П., Кузьмин С. В. Структурная модель накопления повреждений и разрушения металлов при ползучести // Пробл. прочности.— 1989.— № 11.
38. Маклаков В. П. О связи прочностных свойств с плотностью внутренней энергии в процессе ползучести конструкций // Ползучесть и длительная прочность конструкций.— Куйбышев, КИТИ, 1986.

г. Куйбышев

Поступила 13/III 1990 г.

УДК 548.552.24

А. Э. ПУРО

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКАЛОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ФОТОУПРУГОСТИ

Предполагается, что образец выполнен из стекла и остаточные напряжения носят закалочный характер, т. е. тензор остаточных деформаций является шаровым и описывается эффективной температурой  $T$  [1—3]. Температура образца значительно ниже температуры стеклования, и поэтому выполняется интегральный закон Вертгейма [4, 5]. Параметры, характеризующие образец, не зависят от осевой координаты  $z$  и компоненты тензора напряжений  $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$ . В качестве упрощений предпола-