

**N- и S-РЕЖИМЫ АВТОМОДЕЛЬНОГО СЖАТИЯ
КОНЕЧНОЙ МАССЫ ПЛАЗМЫ
И ОСОБЕННОСТИ РЕЖИМОВ С ОБОСТРЕНИЕМ**

Н. В. Змитренко, С. П. Курдюмов

(Москва)

В работе [1] было предложено использовать для нагрева плазмы до сверхвысоких температур лазерное излучение. Исследования в области лазерного термоядерного синтеза (ЛТС) особенно усилились после предложенного нового подхода к решению этой проблемы [2], существенной чертой которого является требование, чтобы поток лазерного излучения $q(t)$, падающий на поверхность DT -мишени, менялся в режиме обострения, т. е. $q(t) \rightarrow \infty$ монотонно при $t \rightarrow t_f$, t_f конечно. Цель данной работы — выявить ряд общих свойств для процессов, в которых появляются режимы с обострением. Авторы не претендуют на сколь-нибудь полный обзор работ, посвященных различным аспектам проблемы ЛТС. Обзор начинается с выяснения вопроса, каким образом в работах [2—5] получается закон изменения во времени интенсивности лазерного излучения, обеспечивающий близкое к адиабатическому сжатию центральной части капли из DT . Далее рассматривается ряд процессов, характерных для развития в сплошной среде режимов с обострением, значение которых, по мнению авторов, гораздо шире их использования в проблеме ЛТС. Режимы с обострением связаны с особенностями сильно нестационарных процессов, для которых характерно явление метастабильной локализации процессов переноса тепла, магнитного поля и других величин на определенных участках среды. В результате в среде возникают устойчивые температурные и другие неоднородности (структуры).

В данной работе внимание концентрируется на обзоре результатов изучения особенностей термодинамики режимов с обострением, обуславливающих появление и развитие структур в сплошной нелинейной среде.

В [6] рассматривалась задача о сжатии плоским поршнем полупространства и был получен закон давления, обеспечивающий сжатие без ударных волн, $p(r_{\text{п}}, t) \sim (t_f - t)^{-2\gamma(\gamma+1)}$.

Решение существует до момента $t = t_f$, когда характеристики пересекаются в одной точке ($r = 0$). Радиус поршня $r_{\text{п}}$, отсчитываемый от этой точки, уменьшается по закону $r_{\text{п}} \sim (t_f - t)^{2/(\gamma+1)}$.

В [2] закон для лазерного потока $q(t)$, используемый для почти адиабатического обжатия капли, выбирался из следующих соображений. Предполагалось, что временная зависимость скорости в адиабатически сжимаемой области за фронтом слабой ударной волны получается из $v \sim$

$\sim \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \frac{p}{\rho_0}} \sim \sqrt{\bar{p}}$ (γ — показатель адиабаты, ρ_0 — плотность перед ударной волной). Зависимость от времени потока лазерного излучения получается из соотношений размерности для случая плоской геометрии: $q \sim$

$\sim E \sim pv \sim p^{3/2}$. Зависимость давления берется из задачи об адиабатическом сжатии полупространства плоским поршнем, решенной в [6]. Тогда для потока получается $q \sim (t_f - t)^{-3\gamma/(\gamma+1)}$. При $\gamma = 5/3$ имеем $3\gamma/(\gamma + 1) = 1,875$. Эта зависимость потока от времени приведена в [2]. При этом отмечается, что в численных экспериментах по сферическому обжатию капли обычно используется закон $q \sim (t_f - t)^{-2}$.

В работе [5] сделано предположение об однородном сжатии конечной массы плазмы, т. е. предположено, что закон изменения со временем радиуса любого элемента массы одинаков $r = r_0 h(t)$, где r_0 — положение этого радиуса в начальный момент. Такое предположение о разделении лагранжевой (массовой) и временной переменной позволило получить из уравнения для импульса уравнение, определяющее $h(t)$,

$$d^2h/dt_*^2 = -h^{2-3\gamma},$$

где $t_* = t/t_f$. При этом считалось, что $p \sim \rho^\gamma \sim (M_0/r^3)^\gamma \sim h^{-3\gamma}$, где $M_0 = \text{const}$, т. е. масса сжимаемого шарика считалась постоянной. Общее решение уравнения для $h(t)$ следующее:

$$\int \frac{dh}{\sqrt{C_1 - 2 \int h^{2-3\gamma} dh}} = -t_* + C_2.$$

Выбор констант интегрирования C_1 и C_2 определяет два типа решения задачи. Полагая $C_1 = 0$, $C_2 = 1$, что соответствует отличной от нуля скорости в начальный момент ($t = 0$), можно получить

$$h_1(t) = \left(\frac{3\gamma - 1}{\sqrt{6(\gamma - 1)}} \right)^{\frac{2}{3\gamma - 1}} (1 - t_*)^{\frac{2}{3\gamma - 1}}.$$

В [5] рассматривается другой случай, когда в начальный момент скорость поршня равна нулю, $h(0) = 1$. Полагая для этого $C_1 = 2/3(1 - \gamma)$, $C_2 = 0$, автор для случая $\gamma = 5/3$ находит следующее решение: $h_2(t) = (1 - t_*^2)^{1/2}$. Отметим, что при $\gamma = 5/3$ $h_1 = \sqrt{2}(1 - t_*)^{1/2}$. При $t \rightarrow t_f$ $h_2 = (1 + t_*)^{1/2} (1 - t_*)^{1/2} \rightarrow \sqrt{2}(1 - t_*)^{1/2}$, т. е. $h_2 \rightarrow h_1$. В работе [5] аналогично [2] предполагалось, что $v \sim \sqrt{p}$, тогда с учетом сферичности в [5] получен закон для полного лазерного потока

$$q \sim r^2 pv \sim r^2 p^{3/2} \sim h_2^{-11/2} \sim (t_f^2 - t^2)^{-11/4}.$$

Наконец, в работах [3, 4] также в предположении постоянства сжимаемой массы и при использовании соотношений размерности, аналогичных предыдущим (использовались решения типа h_1), были получены законы

$$r \sim (1 - t_*)^{2/(3\gamma - 1)}, \quad p \sim \rho^\gamma \sim r^{-3\gamma} \sim (1 - t_*)^{-6\gamma/(3\gamma - 1)}$$

и зависимость полного потока лазерного излучения от времени

$$q \sim r^2 pv \sim r^2 p dr/dt \sim (1 - t_*)^{(7-9\gamma)/(3\gamma - 1)}$$

при $\gamma = 5/3$, $q \sim (t_f - t)^{-2}$. В этих работах в отличие от [2, 5] предполагалось, что закон изменения скорости от времени следует взять из $v = dr/dt$.

Вопрос об адиабатическом сжатии плазмы (сжатии без возникновения в ней ударных волн) строго решается при рассмотрении задачи о сжатии конечной массы плазмы поршнем. Такая задача допускает авто-

модельную формулировку для одномерных нестационарных уравнений газодинамики в случаях плоской, осевой и центральной симметрии. Ниже построено аналитическое решение для случая адиабатического сжатия. Это решение основывается на использовании разделения пространственной (массовой) и временной переменных в исходной задаче для уравнений газодинамики. При таком подходе никаких распространяющихся по массе волн конечной амплитуды, в том числе и ударных, появиться не может. В [7] показано, что для адиабатического сжатия плазмы законы изменения со временем радиуса сходящегося поршня и давления на нем будут следующие: $r_{\Pi} \sim t^n$, $p_{\Pi} \sim t^{-n(N-1)-2}$. Время в автомоделной постановке для задач сжатия меняется от $t = -\infty$ до $t = 0$ (момент $t = 0$ соответствует моменту фокусировки всей массы в центр), показатель n в рассматриваемом случае адиабатического сжатия равен $n = 2/[2 + (N+1)(\gamma-1)]$, где γ — показатель адиабаты ($\gamma = c_p/c_v$) и $N = 0, 1, 2$ для случаев плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно. Из размерностных соображений при этом сразу следует закон изменения со временем полного теплового (W) или полного лазерного потока $q = q_0 t^{2n-3}$. В случае плоского поршня ($N = 0$) закон для давления на нем, полученный в [6] методом характеристик газодинамической задачи, совпадает с приведенным здесь. В случае сферического поршня получаем законы, указанные в [2], найденные в [3, 4] с помощью соотношений размерности.

Для $N = 2$ и $\gamma = 5/3$ приведенные законы дают $r \sim t^{1/2}$, $p \sim t^{-5/2}$, $q \sim t^{-2}$. Чтобы реализовать автомоделные режимы, начинающиеся с $t = -\infty$, например, при расчете на ЭВМ соответствующей задачи в частных производных, в [7–13] момент фокусировки сдвигался $t \rightarrow t - t_f$. При этом автомоделный режим начинается с $t = -\infty$ и заканчивается в момент фокусировки $t = t_f$ ($-\infty < t < t_f$). Реализуемый реально режим начинался в $t = 0$ ($0 \leq t < t_f$). Приведенные выше законы адиабатического сжатия при таком подходе имеют вид

$$r \sim (t_f - t)^{1/2}, \quad p \sim (t_f - t)^{-5/2}, \quad q \sim (t_f - t)^{-2}.$$

При этом вместо p и q , равных нулю при $t = -\infty$, в начальный момент толчком «включаются» конечные значения $p \sim t_f^{-5/2}$ и $q \sim t_f^{-2}$, что порождает слабую ударную волну, кумулирующуюся на центр и меняющую начальное состояние (в частности, энтропию) плазмы. От первой ударной волны можно избавиться, если в начальный момент задать автомоделное распределение по массе, как показано, например, в [5, 7]. Чем больше t_f , тем меньше начальный «толчок», тем ближе задача к автомоделной, а решение к приведенному ниже аналитическому решению для адиабатического случая. На самом деле, энергия лазерного импульса конечна. Следовательно, поток излучения сбывается при $t = t_1 < t_f$. Для одной и той же энергии лазерного импульса можно брать различные t_1 и t_f (для одного и того же закона $q \sim (t_f - t)^{-2}$). Численные эксперименты показывают, что увеличение t_f , хотя и ослабляет первую ударную волну, но уменьшает одновременно предельно достигаемые в расчете давление и плотность.

Тепловая волна, сжимающая плазму в численных экспериментах лазерного «обжатия» капли заменена в автомоделной постановке поршнем. Связь задачи о поршне с задачей «лазерного обжатия» капли плазмы состоит в том, что делается предположение, что давление на фронте тепловой волны должно меняться по тому же оптимальному закону, что и на действительном поршне, чтобы обеспечить сильное (почти адиабатическое) сжатие части массы перед фронтом дозвуковой тепловой волны. Результаты численных расчетов подтверждают возможность такого «сверхсжатия».

Ниже показана возможность построения решения в разделяющихся переменных и в случае, когда в сжимаемой поршнем конечной массе плазмы учтены диссипативные процессы, а также моделируются объемные источники и стоки энергии (за счет объемного излучения), характерные для полностью ионизированной плазмы. В этом случае сжатие также совершается звуком, в среде не возникает ударных волн, а все эффективные фронты (области больших градиентов) тепловых или иных волн не перемещаются по массе. Последнее утверждение, хотя и кажется парадоксальным, непосредственно следует из возможности провести разделение переменных в сложной нелинейной системе уравнений, описывающих движение полностью ионизированной плазмы. Доказательство возможности «остановки» теплового фронта (при нулевом начальном фоне) в задаче о распространении тепла в среде с коэффициентом теплопроводности, растущим с температурой, было впервые получено в [14].

Физический смысл решений с остановившимся эффективным тепловым фронтом можно пояснить следующим образом. Эффективная глубина проникновения тепла по массе (Δx_T) за время t определяется формулой $\Delta x_T \sim \sqrt{\kappa_M t}$, где κ_M — массовый коэффициент теплопроводности, зависящий от температуры, плотности, радиуса. (Например, в случае полностью ионизированной плазмы и сферической симметрии тепловой поток, записанный в массовых лагранжевых координатах, имеет вид $W = -\kappa_0 T^{5/2} r^4 \rho dT/dx$. В этом случае $\kappa_M = \kappa_0 T^{5/2} \rho r^4$.)

В процессе автомодельного режима сжатия все функции меняются со временем так, что зависимость κ_M от времени всегда имеет вид $\kappa_M \sim 1/t$. Отсюда следует, что в этих режимах эффективная глубина проникновения тепла по массе постоянна и не зависит от времени: $\Delta x_T \sim \sqrt{(1/t)t} = \text{const}$.

Для задач автомодельного сжатия конечной массы плазмы время меняется в диапазоне $-\infty < t < 0$. Таким образом, κ_M растет (как температура и плотность) при приближении t к моменту фокусировки ($t \rightarrow 0$). В [7—13] показано, что такие сжатия (без ударных волн) конечной массы полностью ионизированной плазмы поршнем возможны при законах, аналогичных указанным выше для адиабатического сжатия, но уже с показателем $n = 4/(4 + N)$. Для случая $N = 2$ имеем $n = 2/3$, и закон изменения полного лазерного потока будет $q \sim t^{-5/3}$ ($-\infty < t < 0$) или $q \sim (t_f - t)^{-5/3}$ ($0 \leq t < t_f$). Закон нарастания $q = q(t)$ в случае режима сжатия звуком (без ударных, тепловых и других волн конечной амплитуды) конечной массы полностью ионизированной плазмы (S -режим) несколько медленнее (при $t \rightarrow t_f$), чем закон адиабатического сжатия (N -режим). Обычно в численных экспериментах по обжатию капли лазерным излучением используется N -режим. Вследствие этого в N -режиме тепловая волна движется по массе. Как отмечается в работе [2], при движении по массе тепловой волны существенно улучшаются симметрия и устойчивость сжатия плазмы ее фронтом, по сравнению со сжатием, осуществляемым поршнем.

Отсюда видно, что диапазон изменения показателя g в законе $q = q_0 t^g$ при переходе от N -режима к предельному S -режиму неширок: $-2 \leq g \leq -5/3$ (в случае $N = 2$; $\gamma = 5/3$).

В данной работе приведено два аналитических решения: одно для задачи адиабатического сжатия конечной массы плазмы поршнем, другое для сжатия полностью ионизированной плазмы поршнем,двигающимся с постоянной скоростью.

Они позволяют проанализировать характерные особенности режимов и их зависимости от ряда параметров задачи. Аналитические решения удобны для демонстрации принципа перехода от задач разлета конечной массы плазмы к задачам их сжатия. Сам принцип впервые сформулирован

в работе [8] и широко использовался для изучения различных режимов сжатия в [7—13].

Анализ автомоделных решений с разделяющимися переменными в задачах сжатия полностью ионизированной плазмы позволяет выяснить другую интересную особенность этих решений. В данной работе (см. также [7, 9—13]) приведены примеры и выясняются условия, когда в процессе монотонного сжатия плазмы поршнем при монотонных тепловых режимах на нем профили величин в сжимаемой плазме немонотонны по пространству. Например, существует несколько максимумов температуры. Появление таких решений (назовем их решениями со структурами) обусловлено в ряде случаев перегретной неустойчивостью [15, 16]. Структуры представляют собой развитую нелинейную стадию таких неустойчивостей. В работах [7, 11] анализируются условия появления таких структур в автомоделных режимах сжатия конечной массы плазмы за счет вязкой диссипации, благодаря зависимости коэффициента ионной вязкости от температуры. Их возникновение может быть обусловлено также наличием в плазме зависящих от температуры и плотности объемных источников тепла и его стоков (например, за счет объемного излучения из плазмы). В численных экспериментах вязкостные структуры обнаружены в [17].

Структуры за счет объемного излучения изучались в стационарной задаче о Z -пинче в [18]. Появление в плазме структур в ряде случаев может отрицательно сказаться на режимах ее сжатия лазерным излучением. Их появление должно приводить к увеличению энтропии в среде и мешать ее сжатию. В какой-то мере этот процесс аналогичен по последствиям процессу подогрева сжимаемых центральных частей плазмы быстрыми электронами, возникающими в области поглощения лазерного излучения в короне. Последний процесс усиленно изучается рядом исследователей и, как указывается в работах [2, 19], может в определенных случаях существенно сказываться на сжатии и горении капли. Выяснение роли перегретных структур в процессе сжатия и горения капли требует проведения соответствующих численных экспериментов.

С другой стороны, возникновение структур может означать возможность нагреть отдельные участки плазмы до температур, заметно превышающих средние, и инициировать термоядерную реакцию в условиях, когда средних температур недостаточно для ее осуществления.

Структуры возникают и при наличии в плазме магнитного поля. Они могут вызываться перегретной неустойчивостью на джоулевом тепле — это так называемые T -слои, изучавшиеся в численных и физических экспериментах [20—33]. Но есть и ряд других специфических магнитных структур, обуславливающих распад плазмы на области с прямыми и обратными токами, возникновение в плазме слоев замагничности. Особые структуры возникают в некоторых случаях в плазме в областях, где имеются нулевые значения напряженности магнитного поля. В работах [20—22, 24] построены примеры и изучались свойства T -слоев в автомоделной задаче разлета конечной массы плазмы. В работах [9—13] построены примеры и выяснен ряд свойств указанных выше магнитных структур в автомоделной задаче о сжатии конечной массы плазмы поршнем в условиях, когда в плазме есть магнитное поле. Автомоделные режимы с разделяющимися переменными удалось построить и для стадии сжатия в классических задачах о Z - и Θ -пинчах. В ряде случаев получены аналитические решения. Построение таких режимов означает, что и для случая, когда в плазме есть магнитное поле, можно указать такие законы изменения гидродинамических, тепловых и магнитных величин на поршне, что сжатие полностью ионизированной плазмы будет происходить без распространения по массе каких-либо волн конечной амплитуды (ударных, тепловых,

магнитных), т. е. в S -режиме. Впервые такой режим сжатия предложен в работе [8], где показано, что сжатие плазмы в Θ -пинче звуком (без ударных и других волн) осуществляется в случае полностью ионизированной плазмы при изменении магнитного поля по закону $H \sim (1/t)$ ($-\infty < t < 0$) или $H \sim 1/(t_f - t)$ при $0 \leq t < t_f$.

В [9] показано, что в Z -пинче требуется, чтобы профиль нарастания полного тока со временем следовал закону $I = I_0 t^{-1/5}$ ($-\infty < t < 0$) или $I = I_0(t_f - t)^{-1/5}$ ($0 \leq t < t_f$). В этом случае сжатие столба полностью ионизированной плазмы также происходит без распространения по ней ударных, тепловых, магнитных волн конечной амплитуды, хотя в плазме учитывается обмен между ионной и электронной температурой, электронная и ионная теплопроводность, конечная проводимость, ионная вязкость, объемные стоки, моделирующие объемное излучение.

Адиабатический режим сжатия плазмы в Z - и Θ -пинчах рассматривался в [34], где численно найдены режимы нарастания тока $I(t)$ и внешнего поля $H(t)$ в виде решений типа h_2 . Наличие в плазме магнитного поля моделировалось значением $\gamma = 2$ в чисто газодинамической задаче. Найденные решения стремятся к $h_1(t)$ при $t \rightarrow t_f$, как и в случае сжатия шарика. Предельный случай адиабатического сжатия (решения типа h_1) в пинчах рассмотрен аналитически в [9].

Таким образом, построенные в [7—13] автомодельные режимы сжатия конечной массы плазмы поршнем (или режимы с разделяющимися переменными) позволяют с единой точки зрения получить и изучить режимы сжатия плазмы малыми звуковыми возмущениями как в случае адиабатического ее сжатия (N -режим), так и при учете сложной суммы диссипативных процессов в полностью ионизированной плазме (S -режим).

С другой стороны, не менее интересной оказывается возможность проанализировать с помощью указанного класса автомодельных решений развитую нелинейную стадию перегревных и некоторых других неустойчивостей в плазме. На этой стадии возникает своеобразная физика плазмы со структурами.

1. Постановка автомодельной задачи. Будем искать в разделяющихся переменных (временная и лагранжиана массовая координата) решение задачи о сжатии поршнем конечной массы плазмы $[2\pi N + (1/2)(2 - N) \times (1 - N)]M_0$, описывающейся одномерной нестационарной системой уравнений газодинамики с учетом электронной и ионной теплопроводностей (κ_e, κ_i), первой и второй ионных вязкостей (η, ζ) и обмена энергиями между ионной и электронной компонентами [$Q = \xi(T_i - T_e)$], объемными источниками тепла и объемным излучением [7]. Задаются следующие граничные условия: в центре скорость $v = 0$ и поток тепла $W_{i,e} = 0$, на поршне скорость $v = v_0 t^{n-1}$ и тепловой поток $W_{i,e} = M_0 v_0^2 \omega_{i,e} (s_*) t^{2n-3}$ или давление $p = p_0 t^{-n_1}$ и $q = q_0 t^{2n-3}$, где $q = W_i + W_e$ и $n_1 = n(N - 1) - 2$. Коэффициенты диссипации имеют степенной вид $\kappa_e = a_1 T_e^{m_1} \rho^{k_1}$; $\kappa_i = a_2 T_i^{m_2} \rho^{k_2}$; $\eta = a_3 T_i^{m_3} \rho^{k_3}$; $\xi = a_4 T_e^{m_4} \rho^{k_4}$; $\zeta = a_5 T_i^{m_5} \rho^{k_5}$. Плазма предполагается идеальной: давление $p = p_i + p_e = \rho R(T_i + zT_e)$, внутренняя энергия $\varepsilon = p/\rho(\gamma - 1)$, где R — газовая постоянная.

Объемные источники тепла

$$Q_i = \frac{a_6 T_i^{m_6} \rho^{k_6}}{1 + a_8 T_i^{m_8} \rho^{k_8}}; \quad Q_e = \frac{a_7 T_i^{m_7} \rho^{k_7}}{1 + a_8 T_i^{m_8} \rho^{k_8}}$$

Сток за счет объемного излучения

$$Q_R = a_{10} T_e^{m_{10}} \rho^{k_{10}}.$$

Автомодельная переменная $s = x/M_0$, а условие автомодельности $n = = L_j/K_j = (L_j - g)/K_j = (L_K + 1)/(K_K + 1 - N)$, $i = 1, 2, \dots, 5$, $j = 6, 7, 10$, $k = 8, 9$, $L_i = 2m_i - 1$, $i = 1, 2, \dots, 10$, $K_i = 2m_i - k_i(N + 1) + N - 1$, $i = 1, 2, \dots, 10$.

Ранее автомодельные режимы с параметром конечной массы (регулярный режим) рассматривались в работах [35—37]. Введение отрицательного времени для рассмотрения адиабатических задач сжатия было предложено для классической задачи о кумуляции ударной волны [38, 39].

2. Аналитическое решение для адиабатического сжатия плазмы поршнем. В случае адиабатического процесса ($p = \Sigma_0 \rho^\gamma$) задача имеет аналитическое решение. Показатель в законе движения поршня со временем ($r_{\text{п}} = (v_0/n)t^n$) в адиабатическом режиме с разделяющимися переменными (N -режиме) есть $n = n_* = 2/[2 + (N + 1)(\gamma - 1)]$. Зависимость величин от времени в N -режиме следующая: для температуры $T = r_*^2 t^{-2} R^{-1} \Theta(s)$, для скорости $v = r_* t^{-1} \alpha(s)$, для давления $p = r_*^{(1-N)} t^{-2} M_0 \beta(s)$, для плотности $\rho = r_*^{-(N+1)} M_0 \delta(s)$. Здесь $r_* = v_0^* t^{n_*}$. Безразмерные величины $\Theta(s)$, $\alpha(s)$, $\beta(s)$, $\delta(s)$ зависят от безразмерной массовой координаты $s = x/M_0$, которая связана с безразмерной пространственной координатой $\lambda = r/v_0 t^n$ условием $s = \int_0^\lambda \delta \lambda^N d\lambda$. Переходя от s к λ , аналитическое решение автомодельной системы обыкновенных дифференциальных уравнений можно записать в виде

$$\Theta(\lambda) = \sigma_0 \delta^{\gamma-1}(\lambda); \alpha = n_* \lambda; \beta(\lambda) = \sigma_0 \delta^\gamma(\lambda);$$

$$\delta(\lambda) = \left[\frac{(N+1)(\gamma-1)^2(C_1 + \lambda^2)}{\sigma_0^\gamma [(N+1)(\gamma-1) + 2]^2} \right]^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

где $\sigma_0 = \sum_0 v_0^{-2/n_*} M_0^{\gamma-1}$. Константа C_1 определяется из условия $\int_0^{1/n_*} \delta \lambda^N d\lambda = = 1$. Из условия $\Theta > 0$ в интервале $0 < \lambda < 1/n_*$ вытекает требование $C_1 \geq 0$, что накладывает ограничение на величину σ_0 : $\sigma_0 \geq \sigma_0^*(N, \gamma)$. Поэтому N -режим имеет место при дополнительном условии на константу в законе изменения скорости поршня со временем:

$$v_0^{2/n_*} \leq \frac{\sum_0 M_0^{\gamma-1}}{\sigma_0^*(N, \gamma)}.$$

3. Аналитическое решение задачи разрежения или сжатия теплопроводного газа в случае равномерного движения поршня. Пусть коэффициент теплопроводности $\kappa = a T m_0^{N/(N+1)}$, тогда $n = 1$ в законе движения поршня $r_{\text{п}} = (v_0/n)t^n$. Решение имеет следующий вид: температура

$$T(r, t) = \frac{v_0^2}{R} \Theta(r/v_0 t) \equiv \frac{v_0^2}{R} \Theta(\lambda),$$

$$\Theta(\lambda) = \left\{ \left(C_1 + \frac{\beta_0^{1+N} \lambda^2}{2A} \right) \left(m + \frac{1}{N+1} \right) \right\}^{\frac{1+N}{m(1+N)+1}};$$

плотность

$$\rho(r, t) = \frac{M_0 \beta_0}{(v_0 t)^{nN+1} \Theta(r/v_0 t^n)}$$

давление

$$p(r, t) = M_0 (v_0 t)^{1-N} t^{-2} \beta_0$$

Условия в центре:

$$v(0, t) = 0; \kappa(\partial T/\partial r)(0, t) = 0;$$

на поршне:

$$v(r_{\text{п}}, t) = v_0 < 0; T(r_{\text{п}}, t) = (v_0^2/R) \Theta_{\text{п}}$$

Константы интегрирования β_0 и C_1 определяются из условий

$$\Theta(1) = \Theta_{\text{п}}; \int_0^1 \frac{\beta_0 \lambda^{Nv}}{\Theta(\lambda)} d\lambda = 1, N = 0, 1, 2$$

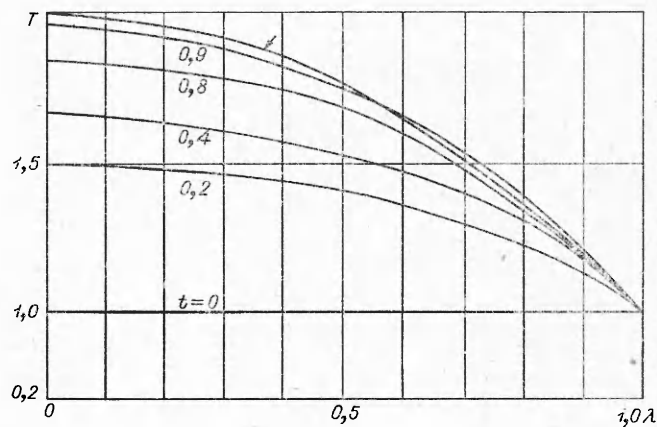
в случаях плоской, цилиндрической и сферической симметрий. Сжатие соответствует времени $-\infty < t < 0$, расширение — времени $0 < t < \infty$.

Для режима сжатия ($-\infty < t < 0, A < 0$) энтропия падает со временем, размерный тепловой поток направлен наружу и растет по величине со временем, профиль температуры падающий от центра к краю. В режиме разрежения ($0 < t < \infty, A > 0$) профиль температуры растущий к поршню, энтропия массы растет, размерный тепловой поток направлен внутрь сжимаемой массы и падает по величине со временем. Точное решение при значениях параметров $m = k = 2/3, A = -1/2, N = 2, \Theta_{\text{п}} = 1$ ($s_{\text{п}} = 0,25$) использовалось для проверки существования автомодельного решения. Для этого случая численно решалась задача выхода на автомодельный режим системы уравнений с неавтомодельными начальными данными. Результат для температуры $T(r, t)$ приведен на фиг. 1. Виден выход решения на аналитическое (обозначено стрелкой) при $t \rightarrow t_f$. В данном примере $t_f = 1$.

4. Тепловые структуры. Зависимость энтропии от времени

$$\exp(S/c_V) \sim \Sigma = p\rho^{-\gamma} = M_0^{1-\gamma} (v_0 t^n)^{2/n} t^{-2} \beta_0 \delta^{-\gamma}.$$

Необходимое условие возникновения немонотонностей в профиле температуры — возрастание энтропии со временем и присутствие источни-



Фиг. 1

ков тепла (или убывание энтропии со временем и присутствие стоков тепла, например, объемного излучения). Требование роста энтропии в случае задач сжатия ($-\infty < t < 0$) приводит к условию сжатия с большими ускорениями $n < n_* \equiv 2/[2 + (N + 1)(\gamma - 1)]$. Отсюда следует, что в автомодельных задачах сжатия полностью ионизированной плазмы возникновение структур возможно лишь при $\gamma < \gamma^* \equiv 1 + N/2(N + 1)$. Малые значения γ можно трактовать как эффективный способ учета засорения плазмы тяжелыми примесями. Структуры, связанные с наличием объемного излучения из плазмы, напротив, возникают в задаче сжатия при $n > n_*$. Для задач разлета плазмы в S -режиме ($0 < t < \infty$) знаки неравенства в приведенных выше условиях заменяются на обратные.

Анализ аналитических решений и численных расчетов автомодельных задач показывает, что дополнительным условием существования в S -режиме температурных неоднородностей является требование, чтобы характерная массовая глубина теплового скина Δx_T (в S -режиме она не зависит от времени) была меньше сжимаемой массы. Число температурных максимумов обратно пропорционально величине $K_T = \Delta x_T / M_0 \approx \sqrt{|\tilde{\kappa}| \delta \lambda^{2N}}$, где $\tilde{\kappa}$ — безразмерный коэффициент теплопроводности. В случае $n = 4/(4 + N)$ имеем $\tilde{\kappa} = A_1 \Theta^{5/2}$, $A_1 = \frac{a_1 v_0^{4+N}}{M_0 R^{7/2}}$. Анализ численных расчетов дает более точную оценку глубины скина

$$\Delta \lambda \approx 5 \sqrt{\frac{\tilde{\kappa}(\gamma - 1)}{2(n/n_* - 1)} \delta}.$$

Выражение для коэффициента теплопроводности

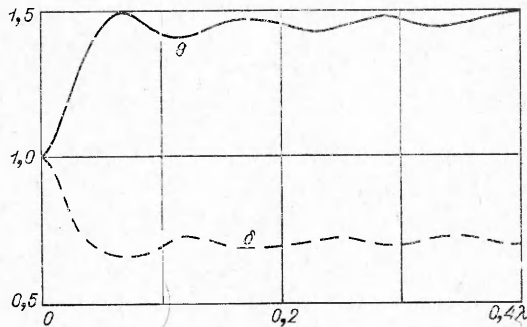
$$\kappa = a T^m \rho^k = \frac{M_0 R \tilde{\kappa}}{(v_0 t^n)^{N-1} t} = \frac{M_0 R}{(v_0 t^n)^{N-1} t} A \Theta^m \delta^k,$$

$A = a v_0^{2m+N-1-k(N+1)} M_0^{k-1} R^{-(m+1)}$. Если безразмерные температура Θ и плотность δ в выражении для κ усреднены на интервале $\lambda_1 < \lambda < \lambda_2$, то число максимумов температуры на этом интервале

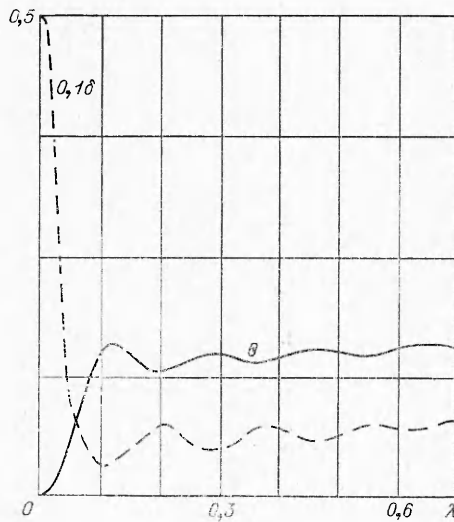
$$N_T \approx \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\Delta \lambda} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1) \sqrt{2(n/n_* - 1)} \delta}{5 \sqrt{\tilde{\kappa}(\gamma - 1)}}.$$

5. Некоторые численные решения системы безразмерных уравнений.

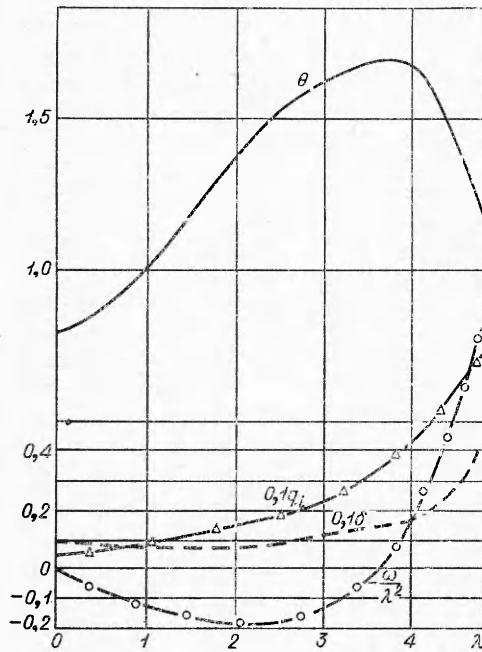
Для полностью ионизированной плазмы автомодельное решение с разделяющимися переменными возможно при $n = 4/(4 + N)$. В случае $N = 2$ получаем $n = 2/3$. При этом зависимости величин от времени имеют следующий вид: $v \sim t^{-1/3}$, $p \sim t^{-2}$, $T_{i,e} \sim t^{-2/3}$, $W_{i,e} \sim t^{-5/3}$, $r_{ii} \sim t^{2/3}$, где $-\infty < t < 0$. Результаты численного интегрирования для различных значений γ и безразмерных коэффициентов диссипации даны на фиг. 2—7, где изображены зависимости безразмерных величин от безразмерной эйлеровой координаты $\lambda = r/v_0 t^n$. Фиг. 2 иллюстрирует сжатие однотемпе-



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ратурной вязкой и теплопроводной среды для случая $\gamma=1, 2$. При этом $n_* = (10/13)n$ и сжатие происходит с возрастанием энтропии. Коэффициенты теплопроводности $\kappa = 10v_0^{-6}M_0R^{7/2}T^{5/2}$ и второй вязкости $\zeta = 5v_0^{-6}M_0R^{5/2}T^{5/2}$. Для данного расчета сжимаемая без-

размерная масса $s_{II} = \int_0^{\lambda_{II}} \delta \lambda^N d\lambda =$

$= 0,17$. Максимумы температуры Θ образуются вследствие перегретой неустойчивости, вызванной вязкой диссипацией энергии. В областях максимума Θ максимален источник диссипированного вязкостью тепла («вязкий» нагрев). Плотность δ в этих областях минимальна. Результат численного решения системы автомодельных уравнений для случая сжатия однетемпературной теплопроводной среды с учетом объемного излучения представлен на фиг. 3. Здесь $\gamma = 5/3$, т. е. $n_* = 1/2 < n$, и сжатие происходит в режиме убывания энтропии. Коэффициент теплопроводности $\kappa = 0,0001v_0^{-6}M_0R^{7/2} \times T^{5/2}$, а член, моделирующий объемное излучение, $Q_R = 1,5v_0^3M_0^{-2/3}R^{7/2}T^{1/2}\rho^{5/3}$.

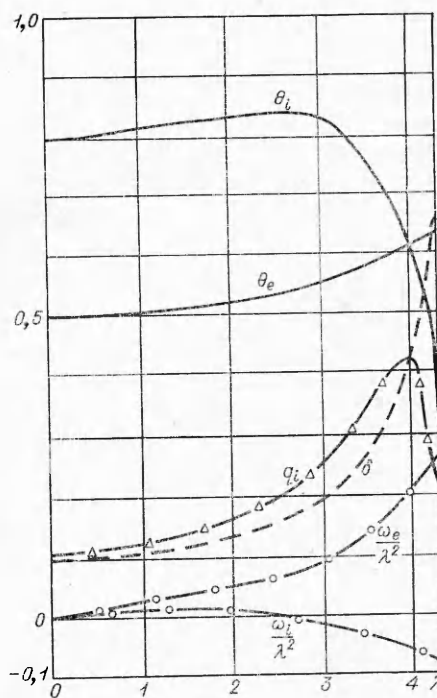
Минимумы температуры Θ вызваны здесь объемным излучением — в этих областях максимален сток тепла за счет излучения из системы. Давление β монотонно возрастает с λ , как это следует из уравнения для импульса. Поэтому плотность δ максимальна в областях минимума Θ .

Фиг. 4 иллюстрирует возможность возникновения максимума температуры за счет объемного энерговыделения. В расчете $\gamma=1, 2$ коэффициент теплопроводности

$\kappa = 0,274 v_0^{-6}M_0R^{7/2}T^{5/2}$, вязкость не учитывается. Член объемного энерговыделения $Q_i = aT_i^{1,6}\rho^{1,3}$ удовлетворяет условию атомодельного сжатия полностью ионизированной плазмы $n = 2/3$. В приведенном расчете $Q_i = v_0^{-0,3}M_0^{-0,3}R^{1,6}T_i^{1,6}\rho^{1,3}$. Максимум температуры Θ обусловлен в данном примере перегретой неустойчивостью, вызванной источником $q_i = \Theta^{1,6} \delta^{1,3}$. На принципиальную возможность возникновения перегретой неустойчивости в среде с вязкостью или объемным источником было указано в [15,

16]. Примеры, иллюстрируемые фиг. 2, 4, подтверждают эту возможность.

На фиг. 5 приведены результаты численного решения задачи сжатия двухтемпературной плазмы с учетом объемного энерговыделения. Здесь $\gamma = 1,2$, коэффициенты теплопроводности $\kappa_e = 10v_0^{-6} M_0 R^{7/2} T_e^{5/2}$, $\kappa_i = 0,274v_0^{-6} M_0 R^{7/2} T_i^{5/2}$, коэффициент при обменном члене $\xi = 0,944v_0^6 M_0^{-1} \times R^{-1/2} T^{-3/2} \rho^2$, а член, моделирующий объемное энерговыделение, $Q_i = 3v_0^{-0,3} M_0^{-0,3} R^{1,6} T_i^{1,6} \rho^{1,3}$, кратность ионизации $z = 1$. В решении максимум энерговыделения находится не в центре. Этот режим моделирует сжатие центрального участка плазмы (от центра до фронта тепловой волны). Тепло от тепловой волны поступает в центральную область посредством электронной теплопроводности. Пик плотности на поршне моделирует пик плотности, идущий перед тепловой волной. В центральной области наблюдается отрыв температур.



Фиг. 5

6. S-режим при наличии магнитного поля (разделение массовой и временной переменных в уравнениях магнитной гидродинамики). При наличии в плазме магнитного поля в систему уравнений (п. 1) добавляется уравнение диффузии магнитного поля, в уравнение для импульса вводится лоренцева сила, а в уравнение энергии — джоулев нагрев. Коэффициент электронной теплопроводности начинает зависеть от магнитного поля

$$\kappa_e = \alpha_1 T_e^{m_1} \rho^{k_1} \left(1 + a_{11} T_e^{m_{11}} \rho^{k_{11}} \left(\sqrt{H_\phi^2 + H_z^2} \right)^{b_1} \right)^{-1}.$$

Здесь рассматриваются случаи $N = 0,1$, причем в последнем задача считается цилиндрически-симметричной. Коэффициент магнитной вязкости

$$\nu_m = a_{12} T_e^{m_{12}} \rho^{k_{12}} \left(1 + a_{13} T_e^{m_{13}} \rho^{k_{13}} \left(\sqrt{H_\phi^2 + H_z^2} \right)^{b_2} \right)^{-1}.$$

Введенные m_i, k_i удовлетворяют условию автомодельности

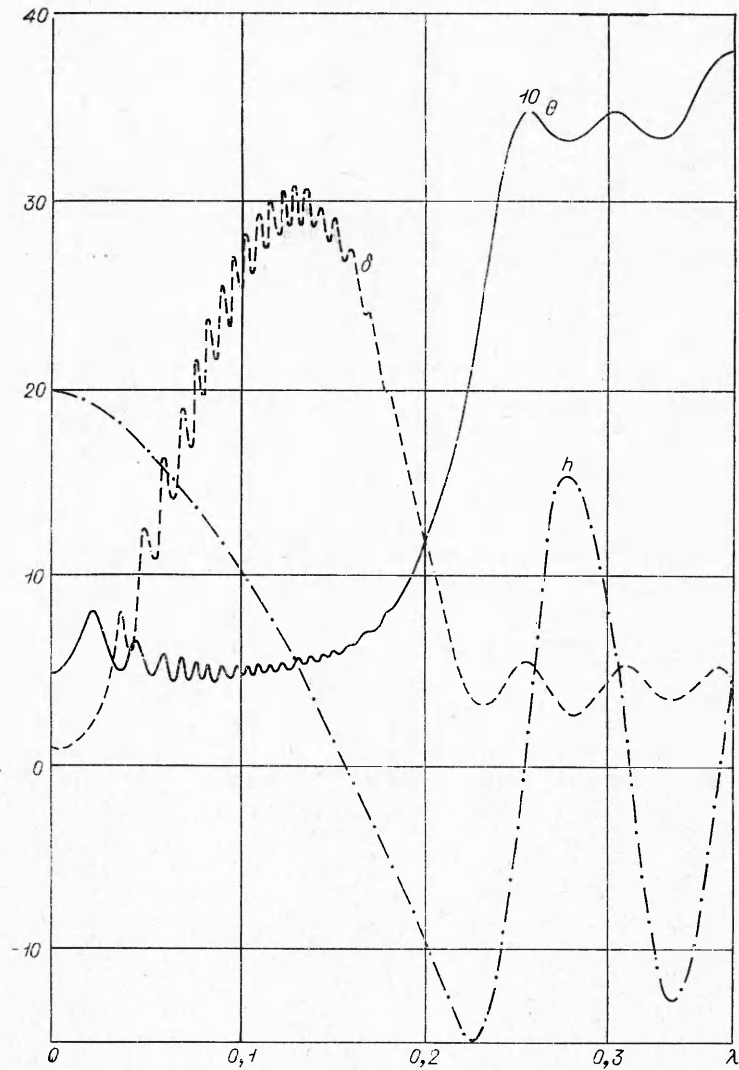
$$n = \frac{2m_{11} + b_1}{2m_{11} - k_{11}(N+1) + (1-N)\frac{b_1}{2}} = \frac{2m_{12} - 1}{2m_{12} - k_{12}(N+1) - 2} = \frac{2m_{13} + b_2}{2m_{13} - k_{13}(N+1) + (1-N)\frac{b_2}{2}}.$$

Зависимость магнитных полей от времени

$$H_{z,\phi}(x,t) = M_0^{1/2} (v_0 t^n)^{\frac{1-N}{2}} t^{-1} h_{z,\phi}(s)$$

и полного тока в Z-пинче

$$I = I_0 t^{n-1+(1-N)n/2}.$$



Фиг. 6

Условия возникновения «магнитных структур» аналогичны приведенным в п. 4. Так, необходимым условием немонотонности осевого магнитного поля (h_z) будет условие убывания со временем магнитного потока $F_z \sim \int H_z r^N dr$. Для задачи сжатия ($-\infty < t < 0$) это требование приводит к условию $n > n_{\Theta} \equiv 2/(3 + N)$, всегда выполняющемуся в случае S -режима для полностью ионизированной плазмы ($n = 4/(4 + N)$). В частных случаях удается построить аналитическое решение с колеблющимся полем.

Характерная массовая глубина магнитного скина Δx_M определяется аналогично Δx_T . Возможны случаи, когда $\Delta x_M \leq \Delta x_T$. Число максимумов магнитного поля обратно пропорционально величине

$$K_M = \Delta x_M / M_0 \approx \sqrt{|\tilde{v}_m| \delta^2 \lambda^2 N}.$$

На фиг. 6 изображены профили безразмерной температуры $\Theta = RTt^2 / (v_0 t^{1/2})^2$, безразмерной плотности $\delta = \frac{\rho(v_0 t^{1/2})^2}{M_0}$ и безразмерного осевого магнит-

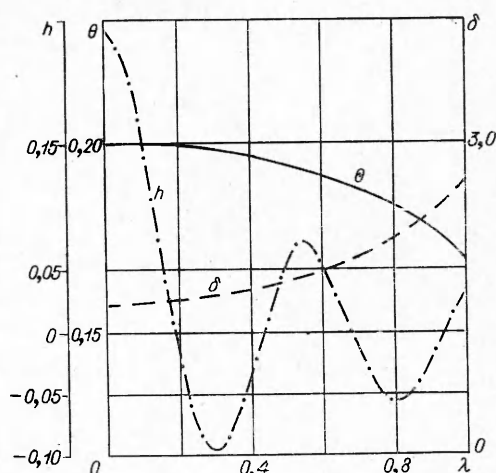
ного поля $h_z = H_z t / \sqrt{M_0}$ по безразмерной пространственной координате $\lambda = r/(v_0 t^{4/5})$ в задаче о сжатии поршнем (координата поршня $\lambda_{\text{п}} \cong 0,4$) конечной массы плазмы (Θ - пинч с лайнером). В плазме учтены электронная теплопроводность $\tilde{\kappa} = -0,0001 \Theta^{5/2}$ и конечная проводимость $\tilde{\nu}_m = -0,001 \Theta^{-3/2}$, $\gamma = 1, 2$, $N = 1$, $n = 4/5 (n < n_*)$, безразмерные коэффициенты диссипации отрицательны, так как $-\infty < t < 0$. Размерные коэффициенты теплопроводности и проводимости положительны, $\lambda = 0$ — ось симметрии. В районе $\lambda \in (0,02 - 0,18)$ наблюдается мощный пик плотности, расположенный вблизи 1-го минимума магнитного поля (ρ -слой). Он испещрен серией максимумов температуры и минимумов плотностей — серией T -слоев. Перепады величины магнитного поля на T -слоях происходят в третьем знаке и на графике незаметны. Взяв реальные значения κ_e и ν_m для водородной полностью ионизированной плазмы, с помощью формул размерностного анализа (см., например, п.5) получим, что для данного расчета сжимаемая масса $M_{\text{п}} \cong 0,074$ г/см. При $t = -10^{-4}$ с радиус пинча $r_{\text{п}} \cong 70$ см, средняя плотность $n \cong 10^{18}$ см $^{-3}$. При $t = -10^{-5}$ с $r_{\text{п}} \cong 10$ см, $n \cong 10^{20}$ см $^{-3}$, скорость поршня $v_{\text{п}} \cong 10$ км/с. Значение магнитного поля в максимуме $H_{\text{max}} \cong 6,7/t$ Э; в момент $t = -10^{-4}$ с $H_{\text{max}} \cong 70$ кЭ.

Приведем еще один пример немоного поведения магнитного поля. На фиг. 7 в безразмерном виде приведены профили осевого магнитного поля: $h_z = H_z t / \sqrt{M_0}$, температуры плазмы $\Theta = R t^2 T / (v_0 t^{4/5})^2$, плотности $\delta = [(v_0 t^{4/5})^2 / M_0] \rho$, по безразмерной пространственной координате $\lambda = r / v_0 t^{4/5}$. Значению $\lambda = 0$ соответствует ось симметрии; сжимающему плазму поршню отвечает $\lambda = 1$. Учитывается электронная теплопроводность и конечная проводимость: $\tilde{\kappa} = -185,5 \Theta^{5/2}$, $\tilde{\nu}_m = -0,00032 \Theta^{-3/2}$. Поскольку безразмерная температура Θ слабо меняется по λ , можно получить аналитическое решение для $h(\lambda)$: $h = h(0) J_0(\lambda \sqrt{1 - 2n / \tilde{\nu}_m})$, где J_0 — функция Бесселя, $n = 4/5$ (для полностью ионизированной плазмы). Использовалось идеальное уравнение состояния при $\gamma = 5/3$

$$\tilde{\nu}_m = \nu_m t / (v_0 t^{4/5})^2 \cong \text{const.}$$

Из вида решения следует, что немоного профиль магнитного поля может возникать в случае достаточно большой проводимости плазмы ($\tilde{\nu}_m$ мало), а также при условии, что сжатие плазмы происходит с не очень большим ускорением или замедлением ($n > 1/2$). Оба этих указания совпадают с условиями возникновения обратных токов в пинчевых экспериментах. Реальные параметры данного расчета следующие: $M_{\text{п}} \cong 2 \times 10^{-7}$ г/см, в момент $t = -10^{-4}$ с $r_{\text{п}} \cong 250$ см, $v_{\text{п}} \cong 20$ км/с; в момент $t = -10^{-5}$ с $r_{\text{п}} \cong 40$ см, $v_{\text{п}} \cong 30$ км/с, $n \cong 10^{14}$ см $^{-3}$. Значение поля в центре в момент $t = -10^{-4}$ с $H_{\text{max}} \cong 1$ Э.

Подводя итоги исследований в [7—13], остановимся на некоторых уникальных свойствах S -режимов сжатия конечной массы плазмы.



Фиг. 7

При фиксированных свойствах среды S -режимы представляют собой границу между более быстрыми режимами нарастания величин на границе, приводящими к обычному росту со временем глубины проникновения в плазму тепловых, магнитных, ударных волн («растущий скин»), и более медленными граничными режимами, в которых эффективная глубина проникновения волн в среду сокращается («сокращающийся скин»). В S -режиме массовая скиновая глубина не зависит от времени [40]. В установившемся S -режиме среда реагирует на действие граничного режима как единое целое.

В S -режимах при реальных физических параметрах среды могут достигаться уникальные условия: постоянство давления по пространству при конечной скорости звука (случай $n = 1$); постоянство температуры по пространству при конечном коэффициенте теплопроводности (в [7] случай сжатия теплопроводной среды при условии постоянства энтропии $n = n_*$); нагрев среды, не вызывающий ее гидродинамического движения (случай $n = 0$ в [7]).

В S -режимах осуществляется принцип локального действия (нет волн конечной амплитуды), благодаря чему S -режимы обладают своеобразной инерционностью, несмотря на наличие в среде ряда диссипативных процессов. Это позволяет сохранить S -режимы действующими по инерции в центральных частях плазмы в течение некоторого времени уже после отключения обуславливавших их граничных режимов.

7. Режимы с обострением для уравнения теплопроводности с источником. Интересно выяснить, к чему приводит действие на плазму граничных режимов с обострением, когда показатель n не совпадает с получаемым из условий автомодельности для S -режима. Чтобы обнаружить самые существенные черты явления, откажемся от сложной системы уравнений газодинамики и рассмотрим одно квазилинейное уравнение теплопроводности, коэффициент теплопроводности в котором есть степенная функция температуры.

В работах [10—13, 40, 41] исследовалось явление метастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью. Исследование проводилось на основе анализа простейших задач для уравнений нелинейной теплопроводности в неподвижной среде. Одно из направлений исследований состояло в изучении проникновения тепловых волн в холодное полупространство (коэффициент теплопроводности обращается в нуль на фоне). Этот процесс изучался ранее в работах [42—48] для граничных режимов, не обладавших свойством обострения. В этих работах были выяснены условия существования конечного фронта у тепловой волны и исследован ряд особенностей нелинейной теплопроводности в сжимаемой среде. В работах [10—13, 40, 41] на границе температура нарастала в режиме с обострением, что моделирует действие на среду лазерного излучения.

Был построен S -режим (разделение независимых переменных), приводящий к проникновению тепловой волны на конечную глубину и затем к ее остановке. Хотя в среду продолжает поступать энергия и температура в зоне локализации неограниченно нарастает, распространение тепла в холодную среду не происходит. Причина — «вогнутый» характер профиля температуры, созданного указанным граничным режимом (более точное определение, когда скорость тепловой волны обращается в нуль и когда она отлична от нуля, дано в [14]).

В случае, когда температура на границе нарастала в режиме с обострением, но медленнее (при $t \rightarrow t_f$), чем в S -режиме, было построено автомодельное решение, в котором полуширина области нагрева сокращалась со временем (LS -режим).

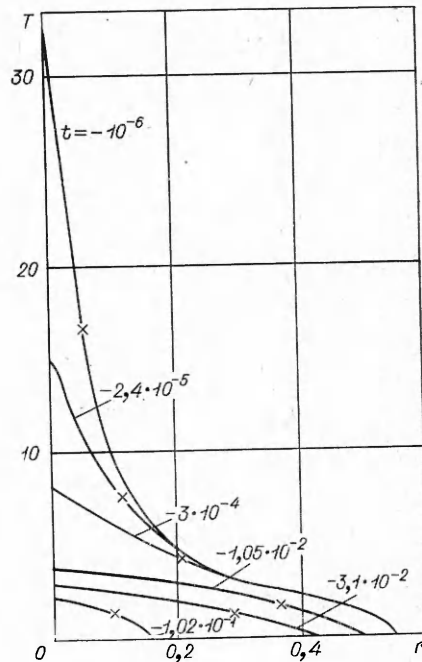
На фиг. 8 приведены профили температуры T по пространству r в разные моменты времени. Крестиками отмечена полуширина, после установления режима она сокращается со временем.

Очередные равные порции тепла, поступающие за все более короткие промежутки времени, локализуются вблизи границы нагрева.

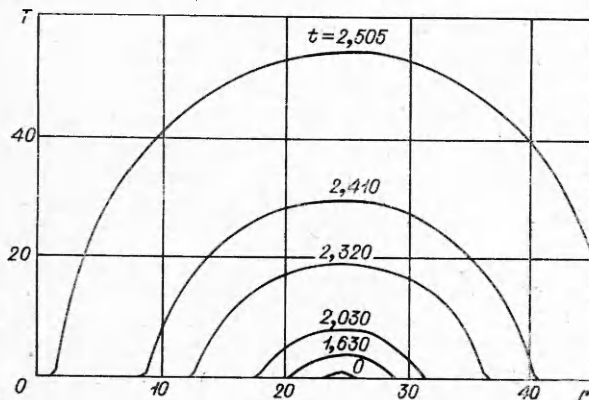
В работе [40] удалось сформулировать и доказать ряд интересных теорем. Показано, что локализация тепла характерна для определенного класса граничных режимов (S - и LS -режимов), действующих с обострением. Удалось доказать метастабильную локализацию тепла для задачи Коши, а также распространить указанные результаты на многомерные задачи. Проведенные оценки показывают, что локализация тепла может способствовать получению сверхвысоких температур при сравнительно малых энергиях лазерного излучения: $T \sim 10$ кэВ в среде из $D+T$ с $n = 10^{20}$ см $^{-3}$ частиц при энергии несколько сот джоулей при общем времени лазерного импульса 10^{-9} с и глубине локализации $r_{\phi} = 0,1$ см. Требуется, чтобы лазерный поток, нарастающий в режиме обострения, достигал в последний момент предельной величины $q_M \cong 10^{16}$ Вт/см 2 . Время удержания такой температуры составляет несколько десятков пикосекунд $((20-30)10^{-12}$ с). Критерий Лаусона в этом случае не выполняется, так как греются в основном электроны и времена удержания малы. Рядом других физических факторов (гидродинамика, выгорание и т. д.) можно пренебречь в соответствии с аналогичными оценками работы [41].

Важно, что можно получить сверхтемпературы (100 миллионов градусов) с мизерными затратами энергии.

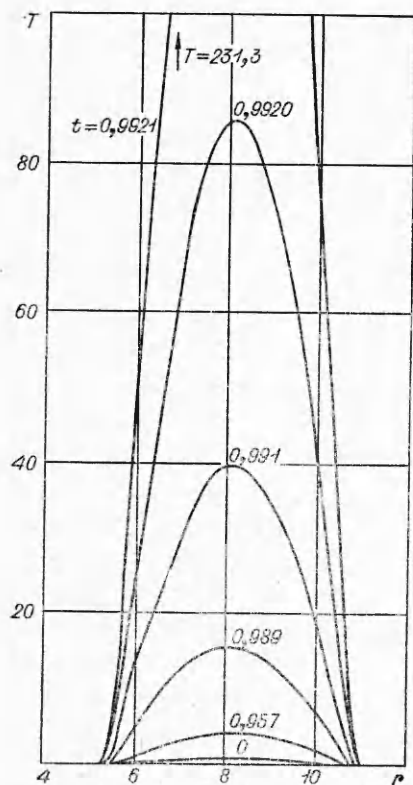
Структуры, возникающие в плазме при действии на нее граничных режимов с обострением, своим происхождением обязаны наличию в среде объемных источников или стоков (пп. 4-7). Кроме того, нелинейные, объемные источники тепла при определенных условиях могут сами по себе приводить к возникновению в среде режимов с обострением и, следовательно, к локализации тепла и образованию структур. Такие эффекты наблюдались, например, в работах по изучению эффекта T -слоя [21, 22, 26, 31]. Для понимания этого явления и выяснения его особенностей в [49] исследовалась задача Коши для



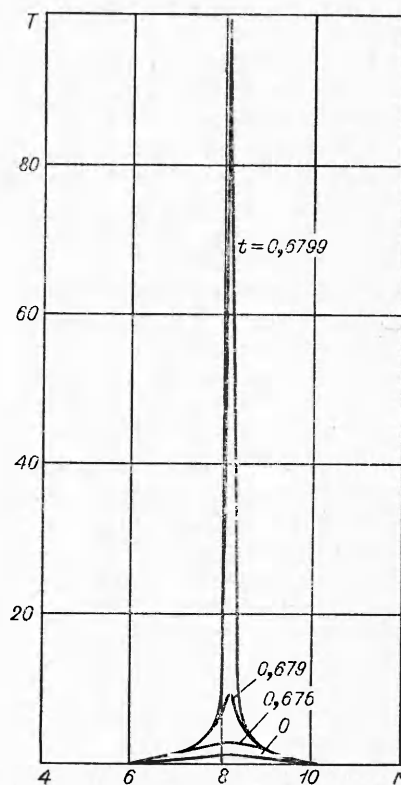
Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

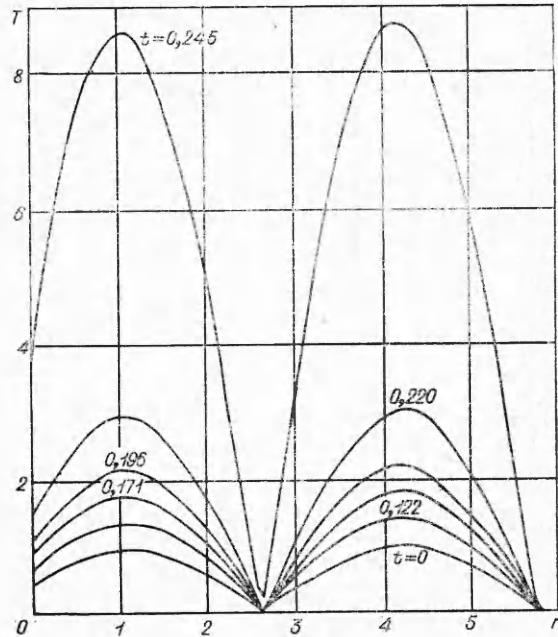


Фиг. 11

квазилинейного уравнения теплопроводности с нелинейным объемным источником тепла.

На фиг. 9—11 приведены три режима горения среды, описываемой таким уравнением. Характер зависимости коэффициента теплопроводности $\kappa \sim T^m$ и объемного энерговыделения $Q_i \sim T^l$ от температуры определяет режим с растущей полушириной области горения $l < m + 1$ (*HS*-режим) (фиг. 9), с постоянной полушириной $l = m + 1$ (*S*-режим) (фиг. 10) и сокращающейся полушириной $l > m + 1$ (*LS*-режим) (фиг. 11). В рассмотренных здесь и ниже решениях и их численных иллюстрациях всюду применялся сдвиг по времени $t \rightarrow t - t_f$, описанный выше. Начальные данные задавались в момент $t = 0$, а момент обращения температуры в бесконечность (момент фокусировки) соответствует значению времени $t = t_f$. Во всех трех случаях горение возбуждалось внесением в участок первоначально холодной среды конечного возмущения температуры. В случаях *S*- и *LS*-режимов возникает горение, локализованное нелинейными процессами в определенной ограниченной области среды. Нелинейные источники обуславливают формирование определенного «вогнутого» температурного профиля на характерном пространственном масштабе, называемом фундаментальной длиной $L_T \sim \sqrt{\kappa T / Q_i}$ [49]. Область горения, которое возбуждено начальным возмущением температуры, внесенным в холодную среду, вначале растекается до размера фундаментальной длины. На этом размере происходит резкое ускорение процесса (на 4—5 порядков по времени), возникает своеобразная вспышка энерговыделения (аналог цепной реакции, но только для случая нелинейной среды). Нарастающее

энерговыведение формирует «вогнутый» температурный профиль, который в течение некоторого конечного времени не распространяется за границы фундаментальной длины [41, 49]. Развитая асимптотическая стадия этих явлений описывается с помощью автомодельных решений для режимов с обострением. В [49] построено периодическое аналитическое решение, показывающее, что горение в S -режиме может приводить к распадению среды на периодические тепловые структуры, растущие по определенному закону. Это решение указывает на возникновение своеобразной тепловой самоизоляции отдельных участков среды друг от друга в процессе горения с обострением.

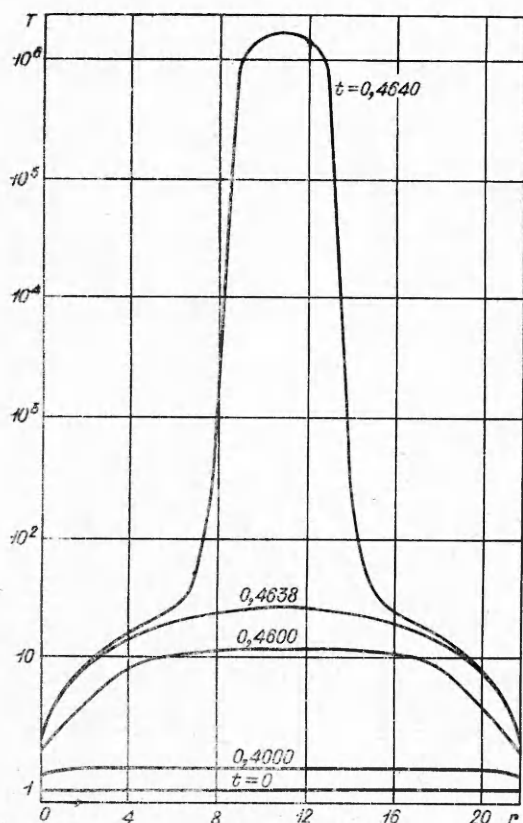


Фиг. 12

На фиг. 12 приведен результат расчета, показывающий независимое горение тепловых структур на соседних фундаментальных длинах. Учет ряда физических факторов (выгорание, изменение скорости реакций с температурой и др.) не уничтожает самого явления локализации, а лишь ограничивает время роста тепловой структуры, сопровождающегося сокращением ее полуширины. Позднее наступает стадия горения с растеканием тепла. Явление локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью связывалось ранее с действием в среде объемных стоков тепла [50, 51]. Стоки возникают, например, за счет охлаждения среды при ее расширении или за счет объемного излучения из плазмы. В среде со стоками структуры могут существовать и в стационарных условиях [52, 53].

В [41, 49] рассмотрено также горение равномерно нагретой в начальный момент среды. Показано, что оно неустойчиво относительно малых возмущений для S - и LS -режимов. Развитая нелинейная стадия этой неустойчивости в случае S -режима описывается тем же автомодельным решением, что и для конечного возмущения амплитуды.

Механическая аналогия этого режима с динамикой точки в потенциальном поле сил позволяет найти спектр длин структур, развивающихся в среде. Показано, что на развитой асимптотической стадии этот спектр всегда вырождается в одну фундаментальную длину, т. е. горение среды в структуре для $l = m + 1$ (S -режим) всегда происходит на фундаментальной длине L_T . Это иллюстрирует фиг. 13. Ширина возникшего пика температуры соответствует фундаментальной длине S -режима. Возможно, что различные проявления эффекта локализации тепла (тепловой инерции) откроют совсем новые подходы к получению УТС (управляемый термоядерный синтез). Ведь главная проблема в УТС — получение и удержание сверхвысоких температур — оказывается глубоко связанной с созданием в среде режимов с обострением, возникновением тепловых структур, особенностями квазилинейных уравнений переноса и действием нелинейных источников.



Фиг. 13

ния, сопровождающихся усложнением организации среды и возникновением особой физики плазмы со структурами [7, 9—11, 27]. Процессы переноса в такой среде, условия инициирования термоядерной реакции, устойчивость и ряд других свойств кардинально меняются. Возникает перспектива использовать тонкие нелинейные эффекты для получения новых подходов в решении проблемы УТС. Эти явления имеют большое теоретическое значение и независимо от возможности их использования в проблеме УТС.

Результаты рассмотрения режимов с обострением позволили сформулировать несколько новых принципов, характеризующих особенности сильно нестационарных процессов [41].

1. Нелинейные источники тепла при определенной зависимости коэффициентов теплопроводности среды от температуры обеспечивают в среде изменение величин в режиме обострения. Причем для *S*- и *LS*-режимов обострения имеет место метастабильная локализация тепла на определенных пространственных масштабах, называемых фундаментальной длиной [49]. Это обеспечивает развитие в среде тепловых структур на фундаментальных длинах. В сжимаемой среде роль фундаментальной длины играет фундаментальная масса [11, 12].

2. Структуры могут сосуществовать, если они имеют одинаковый момент фокусировки. Он определяется формой начального возмущения, в частности, его максимальной амплитудой. Различные начальные данные, приводящие к образованию структур с соответственно различными момен-

Знаменательно, что нелинейные процессы в сплошной среде сами создают режимы с обострением. При этом не требуется, чтобы нарастание граничных режимов, задаваемых извне, происходило с обострением. Исследование эффекта *T*-слоя [20—33], задачи горения в среде с нелинейными объемными источниками [41, 49], расчеты и автомоделные решения для систем нелинейных уравнений [7,9] показывают, что режимы с обострением могут создаваться в среде благодаря нелинейным связям в системах уравнений. Действительно, тепловая самоизоляция структур в *LS*- и *S*-режимах приводит к независимости горения структур в среде от действия граничного режима (если он медленнее меняется со временем, чем режим, порождаемый источниками).

Рассмотренные вопросы показывают, что существуют глубокие внутренние связи между нелинейными процессами в среде, ее распадением на отдельные структуры и своеобразной термодинамикой режимов обостре-

тами фокусировки (и различными начальными амплитудами T_{mi}), могут сосуществовать как единое образование уже с новым моментом фокусировки, если существует автомодельное решение, объединяющее весь этот набор начальных данных. Такое объединение допускается лишь при определенном дискретном наборе фундаментальных масс и амплитуд T_{mi} структур. Таким образом, может осуществляться процесс усложнения организации среды (происходит объединение структур в новую единую организацию) и принцип суперпозиции нелинейных систем.

3. Учет ряда одновременно действующих в плазме процессов приводит к увеличению числа типов структур, огромному разнообразию автомодельных режимов с немонотонными распределениями величин по пространству, позволяющих устанавливать условия объединения самых различных структур (см., например, [7, 9—11, 27, 54]). Следовательно, в сильно нестационарной термодинамике режимов с обострением появляется естественная возможность сформулировать представление о существовании дискретного набора фундаментальных масс структур, которые могут быть объединены в новую организацию.

В работах [7—13] показано, что взаимодействие структур, входящих в автомодельные решения задачи сжатия конечной массы среды (S -режим), осуществляется с помощью малых звуковых возмущений.

4. В LS -режимах внутри фундаментальной длины могут появляться движущиеся вместе с волнами структуры и происходит сокращение полуширины структур со временем [41, 49]. Для LS -режимов имеется аналог принципа неопределенности, связывающий область локализации структур с величиной внешнего воздействия [41, 49]. В S -режиме локализация зависит лишь от свойств среды и структуры развиваются, сохраняя постоянную полуширину.

Поступила 25 V 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. Басов Н. Г., Крэхин О. И. Условия разогрева плазмы излучением оптического генератора. — ЖЭТФ, 1964, т. 46, № 1, с. 171.
2. Nuckolls I., Wood L., Thiessen A., Zimmerman G. Laser compression of matter to super-high densities. — VIII Internat. Quant. Electr. Conf. Montreal, May 1972. — «Nature», 1972, vol. 239, N 5368, p. 139.
3. Clarke J. S., Fisher H. N., Mason R. J. Laser — driven implosion of spherical DT targets to thermonuclear burn conditions. — «Phys. Rev. Lett.», 1973, vol. 30, N 3, p. 89.
4. Анисимов С. И. О переходе водорода в металлическое состояние в волне сжатия, инициированной лазерным импульсом. — «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 16, № 10, с. 570.
5. Kidder R. E. Interaction of intense photon beams with plasmas. — «Nuclear Fusion», 1974, vol. 14, N 1, p. 53.
6. Станюкович К. П. Неустойчивые движения сплошной среды. М., ГИТТЛ, 1955.
7. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы. — «Докл. АН СССР», 1974, т. 218, № 6, с. 1306.
8. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельные режимы сжатия плазмы поршнем. Доклад на IV Всесоюз. совещании по тепло- и массообмену. — В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. VIII, Минск, Институт тепло- и массообмена АН БССР, 1972.
9. Змитренко Н. В., Курдюмов С. П. Автомодельный режим сжатия конечной массы плазмы в задачах Z и Θ -пинча. М., Препринт ИИМ, 1974, № 19, Деп. в ВИНТИ, № 3398-75 Деп.
10. Самарский А. А. Вычислительный эксперимент в физике плазмы. Обзор докл. на II Междунар. конф. по теории плазмы. Киев, «Наукова думка», 1976.
11. Курдюмов С. П. Нелинейные процессы в плотной плазме. М., Препринт ИИМ, 1975, № 18.
12. Самарский А. А. Вычислительный эксперимент в лазерном термоядерном синтезе (ЛТС). Докл. на VIII Междунар. конф. по ЛУТС. Польша, май, 1975.

13. Курдюмов С. П. Нелинейные процессы в плотной плазме. Докл. на VIII Междунар. конф. по ЛУТС. Польша, май, 1975.
14. Самарский А. А., Соболев И. М. Примеры численного расчета температурных волн.— ЖВММФ, 1963, т. 3, № 4, с. 702.
15. Кадомцев Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 2. М., Атомиздат, 1963.
16. Савочкин Ю. В. О диссипативной неустойчивости в магнитной гидродинамике.— «Магнитн. гидродин.», 1965, т. 3, с. 61.
17. Дьяченко В. Ф., Ищенко В. С. К магнитогидродинамической теории пинч-эффекта в высокотемпературной плотной плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып. 5. М., Атомиздат, 1967, с. 394.
18. Алиханов С. Г., Коякбаев И. К. Равновесные распределения температуры и давления в стационарном разряде с излучением.— ПМТФ, 1971, № 4, с. 133.
19. Вилескер К. А. Laser driven fusion. Preprint KMSF-U97, Michigan, 1973.
20. Воловский П. П., Соколов В. С. Автомодельная задача о разлете электропроводного газа в среду с заданным осевым магнитным полем.— «Магнит. гидродин.», 1967, т. 1, с. 43.
21. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заключинский Л. А. и др. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики.— «Докл. АН СССР», 1937, т. 173, № 4, с. 808.
22. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заключинский Л. А. и др. Эффект T -слоя в магнитной гидродинамике. М., Препринт ИПМ, 1939.
23. Дегтярев Л. М., Заключинский Л. А., Курдюмов С. П. и др. Развитие конечных локализованных возмущений электропроводности в потоке слабопроводящего газа в присутствии магнитного поля.— ТВТ, 1969, т. 7, № 3, с. 471.
24. Воловский П. П., Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Самарский А. А. Автомодельная задача о сильноточном разряде в плазме.— ЖВММФ, 1970, т. 10, № 6, с. 1447.
25. Воловский П. П., Гольдин В. Я., Калиткин Н. Н. и др. Некоторые стадии сильноточного разряда в плазме. М., Препринт ИПМ, 1971, № 40.
26. Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Самарский А. А. Нелинейные эффекты образования структур в радиационной магнитной гидродинамике.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. VIII. Минск, Институт тепло- и массообмена АН БССР, 1972.
27. Курдюмов С. П. Численный эксперимент в радиационной магнитной гидродинамике. М., Препринт ИПМ, 1972, № 26.
28. Самарский А. А., Курдюмов С. П., Куликов Ю. Н. и др. Магнитогидродинамическая модель нестационарного ускорения плазмы.— «Докл. АН СССР», 1972, т. 206, № 2, с. 307.
29. Керкс Ю. А., Соколов В. С., Трышкина Н. А., Фомичев В. Л. Некоторые результаты экспериментального исследования эффекта токового слоя.— «Докл. АН СССР», 1973, т. 211, № 1, с. 69.
30. Захаров А. К., Клавдиев В. В., Писменный В. Д., Ротхарт Л., Сасенко В. Б., Старостин А. Н., Ян. Т. Экспериментальное наблюдение T -слоев в движущейся плазме, взаимодействующей с магнитным полем.— «Докл. АН СССР», 1973, т. 212, № 5, с. 1092.
31. Соколов В. С. Перегретная неустойчивость потока электропроводного газа в поперечном магнитном поле при $Re_m \gg 1$ и возможное объяснение природы хромосферных вспышек на Солнце.— «Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук», 1973, № 13, вып. 3, с. 86.
32. Самарский А. А., Доронницын В. А., Курдюмов С. П., Попов Ю. П. Образование T -слоев в процессе торможения плазмы магнитным полем.— «Докл. АН СССР», 1974, т. 216, № 6, с. 1254.
33. Бусуряна Л. Н., Воловский П. П., Гердезани Д. Г. и др. Образование и роль T -слоя в процессе МГД-преобразования энергии при взаимодействии литиевой плазмы с магнитным полем. М., Препринт ИПМ, 1974, № 31.
34. Жданов С. К., Трубинков Б. А. Оптимальное сжатие плазмы в Z и Θ -пинче.— «Письма в ЖЭТФ», 1975, т. 21, вып. 6, с. 371.
35. Немчинов П. В. О движении плоского слоя нагреваемого газа и его асимптотиках.— В кн.: Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М., «Наука», 1972, с. 337—369.
36. Неуважаев В. Е. Истечение газа в вакуум при степенном законе температуры на границе.— ПММ, 1966, т. 30, с. 1015.
37. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1965.
38. G. Guderley. Starke Kugelige und zylindrische Verdichtungsstöße in der Nähe des Kugelmittelpunktes bzw. der Zylinderachse.— «Luftfahrtforschung», 1942, Bd 19, N 9, S. 302.
39. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
40. Самарский А. А., Змитренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Эффект ме-

- тастабильной локализации тепла в среде с нелинейной теплопроводностью.— «Докл. АН СССР», 1975, т. 223, № 6, с. 1344.
41. Курдюмов С. П. Локализация тепла в нелинейной среде. М., Препринт ИПМ, 1976, № 39.
 42. Зельдович Я. Б., Компанеев А. С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры.— В кн.: К 70-летию А. Ф. Иоффе. М., Изд-во АН СССР, 1950, с. 61.
 43. Баренблатт Г. И., Вишик И. М. О конечной скорости распространения в задачах нестационарной фильтрации жидкости и газа.— ПММ, 1956, т. 20, № 3, с. 411.
 44. Marshak R. An influence of the radiation on the behavior of the shock waves.— «Phys. Fluids», 1958, N 1, p. 24.
 45. Волосевич П. П., Курдюмов С. П., Буеурин Л. Н., Крус В. П. Решение одномерной плоской задачи о движении поршня в идеальном теплопроводном газе.— ЖВММФ, 1963, т. 3, № 1, с. 159.
 46. Самарский А. А., Курдюмов С. П., Волосевич П. П. Бегущие волны в среде с нелинейной теплопроводностью.— ЖВММФ, 1965, т. 5, № 2, с. 199.
 47. Курдюмов С. П. Бегущие волны в среде с нелинейной теплопроводностью. М., Препринт ИПМ, № 45, 55, 56, 1971, Деп. в ВИНТИ, № 337-74 Деп., № 339-74 Деп., № 338-74 Деп.
 48. Волосевич П. П., Курдюмов С. П., Леванов Е. И. Различные режимы теплового нагрева при взаимодействии мощных потоков излучения с веществом.— ПМТФ, 1972, № 5, с. 41.
 49. Самарский А. А., Зинтренко Н. В., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. Тепловые структуры и фундаментальная длина в среде с нелинейной теплопроводностью и объемными источниками тепла.— «Докл. АН СССР», 1976, т. 227, № 2, с. 321.
 50. Маргинсон Л. К., Павлов К. Б. К вопросу о пространственной локализации тепловых возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением.— ЖВММФ, 1972, т. 12, № 4, с. 1048.
 51. Калашникэв А. С. О характере распространения возмущений в задачах с поглощением.— ЖВММФ, 1974, т. 14, № 4, с. 891.
 52. Гольдин В. Я., Четверункин Б. И. О численном моделировании задач радиационной газовой динамики. М., Препринт ИПМ, 1973, № 17.
 53. Доредницын В. А., Попов Ю. П. О стационарных режимах излучающего сильноточного самосжатого разряда.— ЖВММФ, 1973, т. 13, № 1, с. 247.
 54. Кварцхава И. Ф., Матвеев Ю. В., Бутов И. Я., Самарский А. А., Курдюмов С. П., Попов Ю. П. Роль самоорганизации пинчевых разрядов в нагреве и удержании плазмы.— «Nuclear Fusion», Supplement, 1975, p. 175.

УДК 533.21

К ВОПРОСУ ОБ АДИАБАТИЧЕСКОМ СЖАТИИ ГАЗА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СФЕРИЧЕСКОГО ПОРШНЯ

Я. М. Каждан

(Москва)

1. Сферический поршень *с начальным радиусом r_0 , внутри которого находится покоящийся газ (κ — показатель политропы, c_0 — скорость звука), начинает с некоторого момента сходить к центру. Задача состоит в определении такой траектории поршня, при которой все исходящие

* Для случая плоского поршня решение приведено в [1]. Автомоделная сферически-симметричная волна сжатия рассмотрена также И. Е. Забахиным и В. А. Сиомоненко. (Устное сообщение.—Я. К.)