

5. Баничук Н. В. Оптимизация форм упругих тел. — М.: Наука, 1980.
 6. Терегулов И. Г., Каюмов Р. А. Предельное состояние тел с жесткими включениями. — Казань, 1983. — Деп. в ВИНТИ 27.05.83, № 5728—83.
 7. Ржаницин А. Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек. — М.: Наука, 1983.

г. Казань

Поступила 20/1 1989 г.

УДК 539.1

К. Атабаев, Н. Мамадалиев, Н. Тураев

О ВОЗДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА НЕЛИНЕЙНО-СЖИМАЕМУЮ ПЛАСТИЧЕСКУЮ ПОЛОСУ С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ОСНОВАНИЕМ

Рассматривается двумерная стационарная задача о воздействии подвижной нагрузки на нелинейно-сжимаемую пластическую полосу, лежащую на полупространстве из линейно-упругого или пластического материала. При этом в качестве основания полосы, в частности слоя мягкого грунта, могут быть использованы горные породы и защитные прокладки различных подземных сооружений.

Отметим, что задача о воздействии подвижной нагрузки на линейно-сжимаемую пластическую полосу с жестким основанием разобрана в [1, 2]. В данной работе в отличие от [1, 2] волновой процесс в слоистой среде исследуется с учетом нелинейного нагружения материала полосы и напряженно-деформированного состояния основания, изучаются влияния неупругих свойств сред на распределение в них кинематических параметров, напряжений и определена форма поверхности фронта отраженной от упругого скального основания волны.

1. Пусть по верхней границе полосы толщиной h движется монотонно убывающая нормальная нагрузка с постоянной скоростью D , превышающей скорость распространения нагрузо-разгрузочных деформаций среды и основания. Среда, заполняющая полосу, моделируется обобщенным «пластическим газом» [3, 4], и при нагрузке связь между давлением p и объемной деформацией ε принимается в виде $p = \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 \varepsilon^2$ ($dp/d\varepsilon > 0$, $d^2p/d\varepsilon^2 > 0$). Угол наклона ветви разгрузки E диаграммы $p \sim \varepsilon$ превышает угол наклона ветви нагружения, а профиль нагрузки по мере распространения волн не меняется.

Если материал основания полосы является линейно-упругой и плотной средой, т. е. $\rho_0 < \rho_{ск}$ (ρ_0 , $\rho_{ск}$ — плотности материалов полосы и основания), то распространяющаяся в полосе волна сжатия с криволинейной поверхностью Σ (рис. 1) при $\xi = x + Dt \geq \xi_a$, $\eta = y = h$ после взаимодействия с основанием порождает в нем упругие продольную и поперечную волны, а также отраженную ударную волну с поверхностью Σ_0 в полосе, впереди которой с большой скоростью $c_p = \sqrt{E/\rho_0}$ излучается упругая волна слабого разрыва как характеристика отрицательного направления. Вследствие распространения и взаимодействия волн с границами полосы возникают соответственно возмущенные области 1—4 и I, II (рис. 1). Решения задачи для областей I и 2 обратным способом в случае, когда заданная форма поверхности фронта Σ имеет вид $\eta(\xi) = (R_1 - R_2 \xi/2)\xi$ (R_1, R_2 — заданные постоянные величины), ранее были получены в [2]. Ниже излагается аналитическое решение контактной задачи для областей 3 и I, II.

Решение задачи в области 3 относительно потенциала скорости $\varphi_3(\xi, \eta)$, как в [2], выражается формулой Даламбера

$$(1.1) \quad \varphi_3(\xi, \eta) = f_3(\xi - \mu\eta) + f_4(\xi + \mu\eta),$$

$u_3(\xi, \eta) = \partial\varphi_3/\partial\xi$, $v_3(\xi, \eta) = \partial\varphi_3/\partial\eta$ — горизонтальная и вертикальная составляющие скорости грунта в области 3.

В упругих областях I и II скального полупространства для потенциалов перемещения Φ и ψ согласно [5] при $D > a_0$

$$(1.2) \quad \Phi(\xi, \eta) = F_3(\xi - \mu_1\eta), \quad \psi(\xi, \eta) = F_4(\xi - \mu_2\eta),$$

Если учесть, что $a_{от} \gg v_{2n}^*$ и $\rho_2^* \approx \rho_0$, то первое и второе уравнения (1.3) записываются как

$$(1.7) \quad -\rho_0 D(\partial\varphi_2/\partial\xi - \partial\varphi_3/\partial\xi) = p_2^* - p_3^*;$$

$$(1.8) \quad \operatorname{tg} \beta(\xi) = \frac{\left[\left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\eta} - \frac{\partial\varphi_3}{\partial\eta} \right) + \varepsilon_2^* \frac{\partial\varphi_3}{\partial\eta} - \varepsilon_3^* \frac{\partial\varphi_2}{\partial\eta} \right]}{\left[D(\varepsilon_3^* - \varepsilon_2^*) - \left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial\xi} - \frac{\partial\varphi_3}{\partial\xi} \right) - \varepsilon_2^* \frac{\partial\varphi_3}{\partial\xi} + \varepsilon_3^* \frac{\partial\varphi_2}{\partial\xi} \right]}.$$

Кроме того, в области \mathcal{Z}

$$(1.9) \quad p_3(\xi, \eta) = p_3^* + E(\varepsilon_3 - \varepsilon_3^*) = -\rho_0 D\partial\varphi_3/\partial\xi.$$

Отметим, что $\operatorname{tg} \beta_0$ определяется из условий (1.3), (1.4) с учетом соотношений на фронтах упругих продольной и поперечной волн при $\xi = \xi_a$, $\eta = h$ (см. рис. 1). Используя (1.1) и (1.2), из (1.4) и (1.6) получим

$$(1.10) \quad f_3'(z) = -\frac{1}{A(\lambda, G)} f_4(z + 2\mu h),$$

$$F_3^r(z) = \frac{\mu(\mu_2^2 - 1)}{D\mu_1(\mu_2^2 + 1)} \{f_3'[z + h(\mu_1 - \mu)] - f_4'[z + h(\mu_1 + \mu)]\};$$

$$(1.11) \quad F_4^r(z) = -\frac{2\mu}{D(\mu_2^2 + i)} \{f_3'[z + h(\mu_2 - \mu)] - f_4'[z + h(\mu_2 + \mu)]\};$$

$$(1.12) \quad f_4'(z) - \lambda_0 A(\lambda, G) f_4'(\lambda_0 z + K_0) = F(z),$$

где $K_0 = \mu[(1 - \lambda_0)h + (1 + \lambda_0) \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a];$

$$(1.13) \quad F(z) = -\frac{A(\lambda, G)}{(1 + \mu \operatorname{tg} \beta_0)} \left\{ u_2 \left[\frac{z - \mu(h - \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a)}{(1 + \mu \operatorname{tg} \beta_0)}, (h + \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a) - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{tg} \beta_0 \frac{z - \mu(h - \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a)}{(1 + \mu \operatorname{tg} \beta_0)} \right] - \operatorname{tg} \beta_0 v_2 \left[\frac{z - \mu(h - \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a)}{(1 + \mu \operatorname{tg} \beta_0)}, (h + \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a) - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{tg} \beta_0 \frac{z - \mu(h - \operatorname{tg} \beta_0 \xi_a)}{(1 + \mu \operatorname{tg} \beta_0)} \right] \right\},$$

$$A(\lambda, G) = \left\{ 1 - \frac{\mu}{\mu_1(\mu_2^2 + 1)} \left[\frac{\lambda}{\rho_0 D^2} (\mu_1^2 + 1)(\mu_2^2 - 1) + \frac{2G}{\rho_0 D^2} (\mu_1^2(\mu_2^2 - 1) + 2\mu_1\mu_2) \right] \right\} \left\{ 1 + \frac{\mu}{\mu_1(\mu_2^2 + 1)} \left[\frac{\lambda}{\rho_0 D^2} (\mu_1^2 + 1)(\mu_2^2 - 1) + \frac{2G}{\rho_0 D^2} (\mu_1^2(\mu_2^2 - 1) + 2\mu_1\mu_2) \right] \right\}.$$

Решая функциональное уравнение (1.12) методом последовательных приближений, можно найти рекуррентную формулу

$$(1.14) \quad f_4'(z) = F(z) + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_0^n A^n(\lambda, G) F \left[\lambda_0^n z + K_0 \frac{\lambda_0^n - 1}{\lambda_0 - 1} \right].$$

Отметим, что из (1.14) при $\lambda \rightarrow \infty$, $G \rightarrow \infty$, т. е. при $A(\lambda, G) = 1$, получаются результаты [2].

Исследование показало, что ряд (1.14) при $\lambda_0 < 1$ и $A(\lambda, G) < 1$ сходится (при проведении расчетов легко устанавливается радиус его сходимости). Таким образом, из (1.1) и (1.2) с учетом (1.10), (1.11) и (1.14) определяются поля скоростей $u_3(\xi, \eta) = \partial\varphi_3/\partial\xi$, $v_3(\xi, \eta) = \partial\varphi_3/\partial\eta$ нелинейно-сжимаемой среды в области \mathcal{Z} и упругого основания в областях I и II . Формулы (1.7) и (1.8) позволяют определить p_3^* и $\operatorname{tg} \beta(\xi)$. Используя (1.9) и (1.5), находим поле давления в полосе и компоненты напряжений в полупространстве, в частности, на контактной линии между полосой и де-

формируемым основанием. Следовательно, задача в областях \mathcal{Z} , I и II решена полностью.

2. В случае, когда основание полосы состоит из более податливого пластического материала, моделируемого идеальной неупругой средой, т. е. при $\rho_{II} < \rho_0$ (ρ_{II} — плотность материала основания), рассмотренная в п. 1 отраженная ударная волна вырождается в упругую волну сильного разрыва и ее фронт Σ_0 совпадает с фронтом отраженной упругой волны AB , а возмущенная область 2 исчезает (см. рис. 1). Структура волн в пластическом полупространстве зависит от физико-математических характеристик и законов деформирования его материалов.

Допустим, что деформирование материала основания полосы происходит по схеме Прандтля с модулями Юнга E_1 и E_2 ($E_1 > E_2$). Тогда после взаимодействия косой волны сжатия Σ с границей пластического основания в нем будут распространяться сперва упругая $a_0 = \sqrt{E_1/\rho_{II}}$, а затем пластическая $a_p = \sqrt{E_2/\rho_{II}}$ волны с углами наклона γ_0, γ , и для основания волновая картина, представленная на рис. 1, качественно сохраняет силу. В этом случае решение задачи в области I , как было сказано ранее, получено в [2]. Для решения задачи в областях \mathcal{Z} и II используем уравнения [2, 4]

$$(2.1) \quad \mu^2 \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial \eta^2} = 0, \quad \mu^2 = \left(\frac{D}{c_p}\right)^2 - 1;$$

$$(2.2) \quad v_0^2 \frac{\partial^2 \varphi_{II}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \varphi_{II}}{\partial \eta^2} = 0, \quad v_0^2 = \left(\frac{D}{a_0}\right)^2 - 1.$$

Уравнения (2.1) и (2.2) допускают решения в виде

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \varphi_3(\xi, \eta) &= \Phi_1(\xi - \mu\eta) + \Phi_2(\xi + \mu\eta), \\ \varphi_{II}(\xi, \eta) &= \Phi_3(\xi - v_0\eta) + \Phi_4(\xi + v_0\eta). \end{aligned}$$

Для нахождения неизвестных функций Φ_i ($i = 1, 4$) рассматриваемая задача имеет следующие граничные условия:

$$(2.4) \quad (v_3 - v_1) = \mu(u_3 - u_1) \text{ при } \eta = h - (\xi - \xi_a)/\mu;$$

$$(2.5) \quad \begin{aligned} p_3(\xi, \eta) &= p_{II}(\xi, \eta), \quad v_2(\xi, \eta) = \\ &= v_{II}(\xi, \eta) \text{ при } \eta = h, \quad \xi_a \leq \xi \leq \xi_c; \end{aligned}$$

$$(2.6) \quad \operatorname{tg} \gamma (v_{II} - v_I) = -(u_{II} - u_I) \text{ при } \eta = h + \operatorname{tg} \gamma (\xi - \xi_a)$$

($a_p = D \sin \gamma$, h — толщина полосы). Учитывая, что $p_3(\xi, \eta) = -\rho_0 D u_3(\xi, \eta)$, $p_{II}(\xi, \eta) = -\rho_{II} D u_{II}(\xi, \eta)$, подставим (2.3) в (2.4)–(2.6). Тогда после некоторых преобразований получим функциональное уравнение

$$(2.7) \quad \Phi_4'(z) + \lambda_p \Phi_4'(\lambda_1 z + K_1) = G(z),$$

где

$$G(z) = \frac{(\operatorname{tg} \gamma v_I + u_I)}{(1 + v_p \operatorname{tg} \gamma)} - \frac{\lambda_1}{(v_0/\mu + \rho_{II}/\rho_0)} \left\{ u_{II}[\psi_1(z), -\psi_2(z)] - \frac{1}{\mu} v_I[\psi_1(z), -\psi_2(z)] \right\};$$

$$\psi_1(z) = \frac{\lambda_1 [z - v_0(h - \operatorname{tg} \gamma \xi_a)] + (1 + v_0 \operatorname{tg} \gamma) \xi_a}{2};$$

$$\psi_2(z) = \frac{\lambda_1 [z - v_0(h - \operatorname{tg} \gamma \xi_a)] - (1 - v_0 \operatorname{tg} \gamma) \xi_a - 2\mu h}{2\mu};$$

$$\lambda_1 = \frac{(1 - v_0 \operatorname{tg} \gamma)}{(1 + v_0 \operatorname{tg} \gamma)}; \quad m = \left(\frac{v_0}{\mu} - \frac{\rho_{II}}{\rho_0} \right) / \left(\frac{v_0}{\mu} + \frac{\rho_{II}}{\rho_0} \right);$$

$$\lambda_p = \lambda_1 m; \quad k_1 = v_0 [h + \operatorname{tg} \gamma \xi_a] - \lambda_1 (h - \operatorname{tg} \gamma \xi_a).$$

Уравнение (2.7) решается, как в [2], методом последовательных приближений. Тогда

$$(2.8) \quad \Phi_4(z) = G(z) + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G \left[\lambda_1^n z + K_1 \frac{(\lambda_1^n - 1)}{(\lambda_1 - 1)} \right].$$

Так как $\lambda_p < 1$, можно доказать сходимость ряда (2.8), что подтверждается числовыми расчетами.

Таким образом, для определения компонентов скорости, давления в областях I и II слоистой пластической среды имеем

$$(2.9) \quad u_3(\xi, \eta) = \frac{1}{2} [u_1(\chi_1, \chi_2) - v_1(\chi_1, \chi_2)/\mu] + \frac{2\rho_{II}v_0/(\rho_0\mu)}{(v_0/\mu + \rho_{II}/\rho_0)} \left\{ G[(\xi + \mu\eta) + (v_0 - \mu)h] + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi + \mu\eta + (v_0 - \mu)h) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1 - 1)] \right\} - \frac{m}{2} [u_1(\chi_3, \chi_4) - v_1(\chi_3, \chi_4)/\mu],$$

$$v_3(\xi, \eta) = -\frac{\mu}{2} [u_1(\chi_1, \chi_2) - v_1(\chi_1, \chi_2)/\mu] + \frac{2\rho_{II}v_0/\rho_0}{(v_0/\mu + \rho_{II}/\rho_0)} \left\{ G[(\xi + \mu\eta) + (v_0 - \mu)h] + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi + \mu\eta + (v_0 - \mu)h) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1 - 1)] \right\} - \frac{m\mu}{2} [u_1(\chi_3, \chi_4) - v_1(\chi_3, \chi_4)/\mu], \quad p_3(\xi, \eta) = -\rho_0 Du_3(\xi, \eta);$$

$$u_{II}(\xi, \eta) = m \left\{ G[(\xi - v_0\eta) + 2v_0h] + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi - v_0\eta + 2v_0h) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1^n - 1)] \right\} + \frac{1}{(v_0/\mu + \rho_{II}/\rho_0)} [u_1(v_1, v_2) - v_1(v_1, v_2)/\mu] + G(\xi + v_0\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi + v_0\eta) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1 - 1)],$$

$$v_{II}(\xi, \eta) = -m\mu \left\{ G[(\xi - v_0\eta) + 2v_0h] + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi - v_0\eta + 2v_0h) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1 - 1)] \right\} - \frac{\mu}{(v_0/\mu + \rho_{II}/\rho_0)} [u_1(v_1, v_2) - v_1(v_1, v_2)/\mu] + \mu \left\{ G(\xi + v_0\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} (-\lambda_p)^n G[\lambda_1^n(\xi + v_0\eta) + K_1(\lambda_1^n - 1)/(\lambda_1 - 1)] \right\},$$

$$p_{II}(\xi, \eta) = -\rho_{II} Du_{II}(\xi, \eta),$$

где

$$\chi_1 = \frac{(\xi - \mu\eta) + \mu(h + \xi_a/\mu)}{2}; \quad \chi_2 = \frac{(h + \xi_a/\mu) - (\xi - \mu\eta)/\mu}{2};$$

$$\chi_3 = \frac{(\xi + \mu\eta) - \mu(h - \xi_a/\mu)}{2}; \quad \chi_4 = \frac{(h + \xi_a/\mu) - (\xi + \mu\eta - 2\mu h)/\mu}{2};$$

$$v_1 = \frac{(\xi - v_0\eta) + v_0h + \xi_a}{2}; \quad v_2 = -\frac{(\xi - v_0\eta) + v_0h - \mu(2h + \xi_a/\mu)}{2\mu}.$$

Далее параметры пластического податливого основания полосы в области I (см. рис. 1) при выполнении условия $p_I(\xi, \eta) = \sigma_s$ (σ_s — постоянная заданная величина) определяются так:

$$u_I = -\sigma_s/\rho_{II}D, \quad v_I = \sigma_s/\rho_{II}D \operatorname{tg} \gamma_0, \quad \varepsilon_I = \sigma_s/E_1 (\operatorname{tg} \gamma_0 = 1/v_0).$$

На этом аналитическое исследование задачи о воздействии подвижной нагрузки на двуслойное пластическое полупространство считается завершённым. Однако подчеркнем, что данная методика позволяет исследовать ударно-волновые процессы в слоистом полупространстве различной структуры и в случае возникновения в материале пластического основания полосы ударной волны.

3. На основе полученных выше формул проведены расчеты на ЭВМ параметров движения и давления, в том числе напряжений, двуслойной

среды, состоящей из слоя мягкого грунта различной структуры [2, 4], и деформируемого основания. В качестве материалов основания приняты мрамор и пеноэпоксид. Для расчета их параметров использованы следующие данные и зависимости [2]:

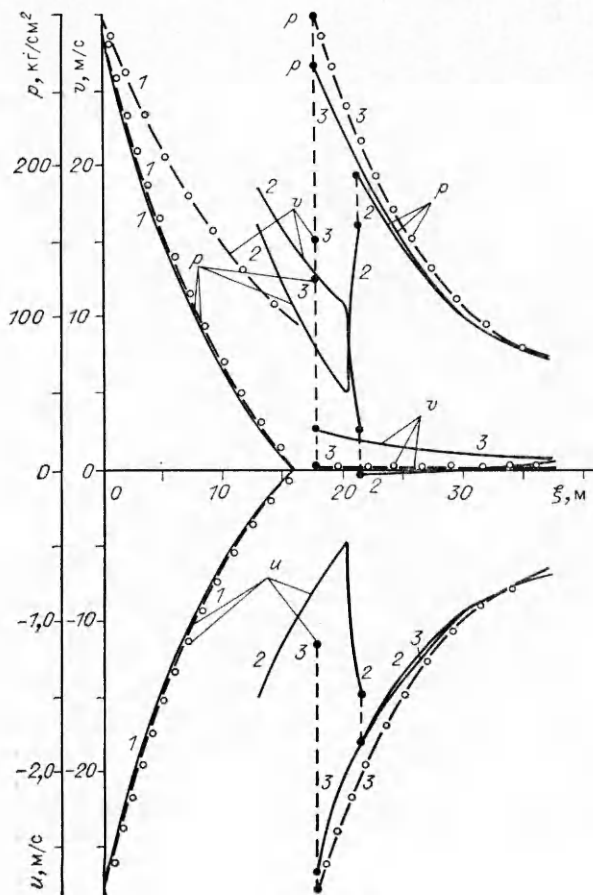
$$(3.1) \quad \begin{aligned} \eta(\xi) &= (\operatorname{tg} \alpha_0 - (b/2)\xi)\xi, \quad \eta'(\xi) = d\eta/d\xi > 0; \\ \rho_0 &= 200 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4, \quad \alpha_1 = 12,127 \cdot 10^2 \text{ кг}/\text{см}^2, \\ \alpha_2 &= 58,73 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{см}^2, \\ E &= 14 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{см}^2, \quad h = 1,5 \text{ м}, \quad b = 0,86 \cdot 10^{-3} (1/\text{м}), \\ p_0 &= f(0) = 300 \text{ кг}/\text{см}^2; \end{aligned}$$

$$(3.2) \quad \rho_{\text{СК}} = 260 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4; \quad a_0 = 4000 \text{ м}/\text{с}, \quad b_0 = 2200 \text{ м}/\text{с};$$

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \rho_0 &= 200 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4, \quad \alpha_1 = 18 \cdot 10^2 \text{ кг}/\text{см}^2, \quad \alpha_2 = 82 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{см}^2, \\ E &= 18 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{см}^2, \quad h = 3,5 \text{ м}, \quad b = R_2 = 0,2301 \cdot 10^{-3} (1/\text{м}), \end{aligned}$$

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \rho_{\text{П}} &= 20 \text{ кг} \cdot \text{с}^2/\text{м}^4, \quad E_1 = 250 \text{ кг}/\text{см}^2, \quad E_2 = 150 \text{ кг}/\text{см}^2, \\ \sigma_s &= 3,5 \text{ кг}/\text{см}^2, \quad \operatorname{tg} \beta = 1/\mu, \quad \mu^2 = (D^2/c_p^2 - 1). \end{aligned}$$

Некоторые результаты расчетов в виде графиков изменения давления p , вертикальной v и горизонтальной u составляющих скорости среды в зависимости от горизонтальной координаты ξ с учетом (3.1)—(3.4) представлены на рис. 2—5, где кривые 1—3 соответствуют горизонтальным уровням $\eta = 0$; $3h/4$; h , причем на рис. 4, 5 относятся к решению задачи п. 2 с использованием исходных данных (3.3) и (3.4) (кривая 2 — $\eta = h/2$).



Р и с. 2

Из рис. 2—5 видно, что p и v в области 1 с увеличением h постепенно уменьшаются. Уменьшение p и v по вертикальной координате η существенно зависит от нелинейных свойств грунта и профиля нагрузки. В грунте волновой процесс трансформируется следующим образом: грунт при различных горизонтальных уровнях сначала под действием волны сжатия мгновенно нагружается до определенного уровня напряжений, а за фронтом этой волны в области 1 по ξ происходит разгрузка среды и давление падает. Затем в области 2 при взаимодействии косой волны сжатия со скальным основанием полосы имеет место некоторое постепенное нарастание давления. В этом случае в момент воздействия отраженной от контакта двух сред волны получается дальнейшее скачкообразное увеличение (уменьшение) $p(v)$ с последующим затуханием

их амплитуды в области \mathcal{Z} по ξ (рис. 2, 3). Однако если основанием полосы служит пластическо-податливый низко модульный материал (типа пеноэпоксид, пенополистрол и т. д.), то отраженная волна, как показывают расчеты (рис. 4, 5), становится волной разгрузки и на фронте этой волны, в отличие от случая скального основания, происходит скачкообразное уменьшение (увеличение) величины давления (вертикальной составляющей скорости среды). Это обусловлено тем, что при оснащении слоя мягкого грунта основанием из пористого и более легкого, чем грунт, материала распространяющаяся в грунте волна сжатия в процессе взаимодействия с линией раздела сред отражается от нее не ударной, а упругой волной с известной постоянной скоростью c_p . Фронт этой волны является поверхностью разрыва и, следовательно, на ней при $\eta = h$ возникает скачок давления. Аналогичная картина наблюдается и при отражении упругой или акустической волны от свободной поверхности [5].

Анализируя кривые на рис. 3, обнаружили, что давление p_3^* (p_2^*) со стороны области \mathcal{Z} (2) вдоль фронта отраженной от упругого и более плотного, чем грунт, основания волны в зависимости от ξ постепенно падает (растет), а вертикальная (горизонтальная) составляющая скорости среды увеличивается (уменьшается). При этом кривая для p_3^* (p_2^*) обладает несколько уменьшенной (увеличенной) амплитудой, чем соответствующие кривые из [2] для полосы, лежащей на жестком основании (см. рис. 2, штриховые линии с кружочками). Распределение давления за фронтом отраженной волны и в области \mathcal{Z} существенно зависит еще от профиля действующей на верхнюю границу полосы подвижной нагрузки. Например, в случае $b = 0,86 \cdot 10^{-3}$ отраженная волна в момент $\xi = 22,6$ м угасает, т. е. давление p_3^* становится равным p_2^* (см. рис. 3, сплошные линии). Причем если пренебречь деформируемостью основания, то продолжительность воздействия отраженной волны на среду несколько удлиняется.

Изучая кривую $\text{tg } \beta(\xi)$ (рис. 3), заметим, что она с увеличением ξ медленно уменьшается и, следовательно, фронт отраженной волны становится вогнутой к оси $O\xi$ поверхностью. Кроме того, кривая $\text{tg } \beta(\xi)$ с учетом деформируемости основания расположена ниже кривой, полученной для волны, отраженной от жесткого основания полосы (штриховая линия с кружочками).

В целом исследование и сравнительный анализ результатов расчета показывают, что при рассмотрении задачи с жестким или деформируемым, но более плотным, чем грунт, основанием максимальное значение контактного давления за фронтом отраженной волны превышает величины давления в соответствующей точке падающей волны больше чем в 2 раза, а при

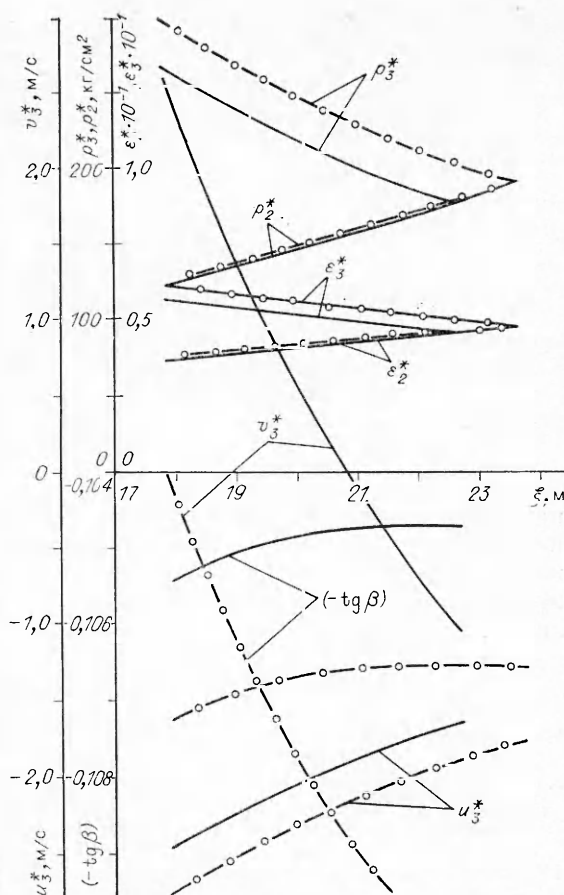
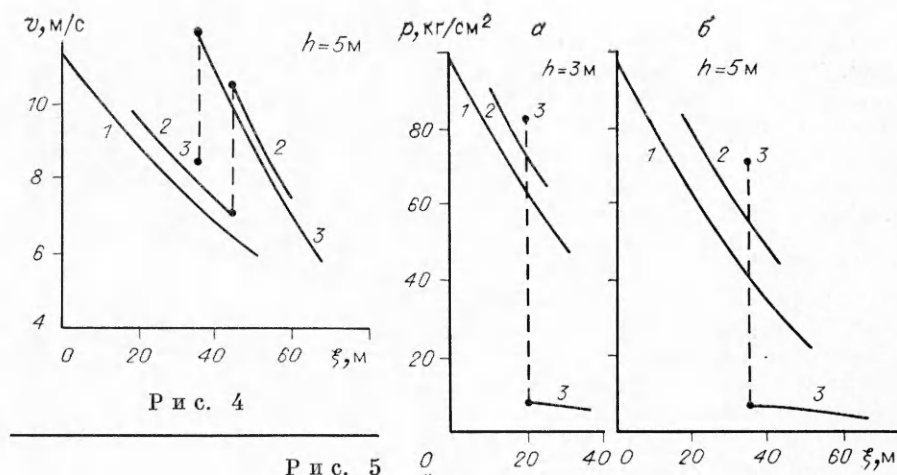


Рис. 3



наличии пластического податливого основания уровень давления на линии контакта сред несколько снижается, т. е. в последнем случае отраженная волна является упругой волной разгрузки сильного разрыва, ибо на ее поверхности происходит скачкообразное уменьшение величины давления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капустянский С. М. Распространение и отражение двумерных пластических волн // Изв. АН СССР. МТТ.— 1973.— № 1.
2. Айдосов А., Мамадалиев Н., Хакимов У. О воздействии подвижной нагрузки на нелинейно-сжимаемую полосу с жестким основанием // ПМТФ.— 1986.— № 3.
3. Рахматулин Х. А., Сагомоян А. Я., Алексеев Н. А. Вопросы динамики грунтов.— М.: Изд-во МГУ, 1964.
4. Атабаев К. О воздействии подвижной нагрузки на полуплоскость // Докл. АН УзССР.— 1979.— № 9.
5. Рахматулин Х. А., Саатов Я. У., Сабодаш П. Ф., Филипов И. Г. Двумерные задачи по неустановившемуся движению сжимаемых сред.— Ташкент: Фан, 1969.

г. Андижан

Поступила 12/VII 1988 г.,
в окончательном варианте — 9/I 1989 г.

УДК 539.3

В. М. Александров, И. В. Воротынцева

ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПРЕДНАПРЯЖЕННЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Рассматриваются осесимметричные контактные задачи для полупространства и слоя конечной толщины h , лежащего без трения на недеформируемом основании, предварительно напряженных однородными усилиями интенсивности p , приложенными на бесконечности. Предполагается, что материал деформируемых тел описывается уравнениями физически нелинейной теории упругости. Начальное напряженно-деформируемое состояние тел (режим преднапряжения) определяется как точное решение этих уравнений. Действие нагрузки на поверхность слоя (полупространства) рассматривается как малое возмущение основного нелинейного поля напряжений, вызванного предварительным нагружением. Это позволяет произвести линеаризацию всех уравнений относительно дополнительных напряжений, деформаций и перемещений. Для полученных линейных уравнений ставятся контактные задачи о вдавливании жесткого штампа в физически нелинейную среду, которые сводятся затем к интегральным уравнениям первого рода с симметричным нерегулярным ядром относительно функции распределения контактных давлений. Решения этих уравнений строятся с помощью асимптотических методов. Исследуются случаи потери устойчивости и деформируемости среды в результате преднапряжения. Изучается влияние режима преднапряжения на величину контактных давлений.

© 1990 Александров В. М., Воротынцева И. В.