

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ОТКОЛА В УПРУГОЙ ПЛИТЕ

Н. И. Шишкин

(Челябинск)

Рассматривается откол в линейно-упругой плите, подвергаемой действию движущейся нагрузки. Предполагается, что нагрузка «бежит» по одной из сторон плиты с постоянной «сверхзвуковой» скоростью. Такой вид нагружения имеет место, например, при штамповке и сварке взрывом, при косом столкновении двух пластин и т. д.

Под отколом понимается разрушение твердых или жидких тел, которое происходит в результате отражения волн сжатия от свободных поверхностей или от границ тела с другим телом, обладающим меньшей акустической жесткостью.

Многочисленные интересные случаи откола описаны в книге Райнхарта и Пирсона [1]. Там же содержится обширная библиография работ по отколу. В большинстве этих работ дается акустическая интерпретация явления откола преимущественно в условиях одномерной деформации. В. С. Ленским [2] предпринята попытка описать при помощи теории упругости явление откола в плите, подвергаемой действию сосредоточенной силы. К. И. Огурцовым [3] получено точное решение задачи о напряжениях в упругой плите при сосредоточенной нагрузке, но использовать это решение к задаче откола пока не представляется возможным из-за его сложности.

В предложенной постановке задачи легко получается точное и простое выражение для волн напряжений в плите, дающее возможность найти параметры откола.

На основе решения этой задачи можно получить некоторые сведения об отколах в плите при сосредоточенной нагрузке, а также об отколах, полученных при взрыве в упругом полупространстве. Например, можно указать приблизительный вид откольных трещин и образований в эпицентральной зоне.

1. Пусть в системе декартовых координат  $x, y, z$  находится упругая плита толщиной  $h$ . Нижняя свободная граница плиты совпадает с плоскостью  $y = 0$ , верхняя — с плоскостью  $y = h$ . Материал плиты характеризуется плотностью  $\rho$  и скоростями  $a$  и  $b$  распространения упругих волн. По верхней границе плиты движется с постоянной скоростью  $D > a$  волна давления, фронт которой параллелен плоскости  $yz$

$$p = p_0 f \left[ \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} \right) \right] \quad (1.1)$$

Здесь  $p_0$  — давление во фронте волны,  $t_0$  — характерное время изменения давления в волне,  $f$  — форма волны — по предположению, убывающая функция своего аргумента.

Уравнения теории упругости, описывающие поведение плиты в потенциалах  $\varphi$  и  $\psi$  упругих смещений, в рассматриваемом случае имеют вид [4]

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \Delta \varphi, \quad \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \Delta \psi, \quad \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.2)$$

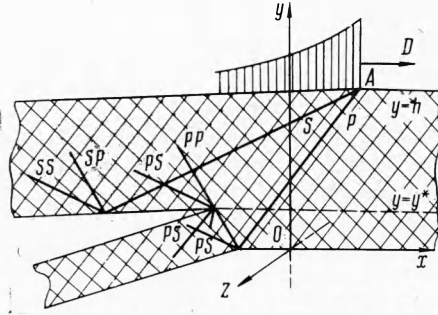
На поверхности плиты  $y = h$  компонента  $\sigma_{yy}$  тензора напряжений должна равняться действующему давлению, а компонента  $\sigma_{xy}$  — нулю

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} &= \rho \left( 1 - 2 \frac{b^2}{a^2} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + 2\rho b^2 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right) = - p_0 f \left[ \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} \right) \right] \quad (y = h) \\ \sigma_{xy} &= \rho b^2 \left( 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (y = h) \end{aligned} \quad (1.3)$$

На свободной границе плиты

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 \quad (y=0) \quad (1.4)$$

Под действием нагрузки (1.1) от края  $A$  нагрузки в плиту отходят продольная  $P$ - и поперечная  $S$ -волны, фронты которых изображены на фиг. 1. Отражаясь от свободной границы плиты  $y = 0$ , эти волны дают начало новым продольным и поперечным  $PP$ -,  $SP$ -,  $SS$ -,  $PS$ -волнам, распространяющимся уже в сторону другой границы плиты, от которой они также отражаются, давая начало новым продольным и поперечным волнам, идущим снова в сторону свободной границы плиты  $y = 0$ . Процесс отражения многократно повторяется. В области плиты под подошвой нагрузки возникает сеть упругих волн.



Фиг. 1

Все волны, фронты которых изображены на фиг. 1, — головные волны, и, следовательно, указанная картина волн наблюдается лишь в точках плиты, достаточно удаленных от начального местоположения нагрузки.

Если нагрузка (1.1) достаточно интенсивна, то уже при отражении первой продольной  $P$ -волны от свободной границы происходит отслоение (откол) части материала от массива плиты. Не исключена возможность откола в отраженной поперечной  $PS$ -волне или даже в  $SP$ -,  $SS$ -волнах. Ниже рассматривается откол в предположении, что он имеет место в первой отраженной от свободной поверхности продольной  $PP$ -волне.

В соответствии с вышеизложенной постановкой вопроса об отколе, рассматриваемую задачу (1.2)-(1.4) можно разбить на две более простые части. В первой части нужно найти потенциалы  $\varphi_0, \psi_0$  волн, генерируемых движущейся нагрузкой (1.1) в упругом полупространстве  $y \leq h$ , а во второй найти потенциалы  $\varphi_1, \psi_1$  волн, отраженных от свободной границы полупространства  $y \geq 0$ .

Сравнивая затем напряжения, возникающие вблизи свободной поверхности в результате суперпозиции волн  $\varphi_0, \psi_0, \varphi_1, \psi_1$  с допустимым напряжением, можно найти место образования откольных трещин и параметры возникающих отколов.

Потенциалы  $\varphi_0$  и  $\psi_0$  должны удовлетворять уравнениям (1.2) и граничным условиям (1.3). Они имеют вид плоских волн

$$\frac{\varphi_0}{a^2 t_0^2} = - \frac{D_0}{2\rho b^2} \bar{W}_p f_2(\tau_p), \quad \frac{\psi_0}{a^2 t_0^2} = - \frac{D_0}{2\rho b^2} \bar{W}_s f_2(\tau_s) \quad (1.5)$$

Здесь

$$\tau_p = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h-y}{a} \sqrt{1-m^2} \right), \quad W_p = \left( \frac{1}{2} n^2 - m^2 \right) \frac{1}{\Delta}$$

$$\tau_s = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h-y}{a} \sqrt{n^2 - m^2} \right), \quad W_s = m \sqrt{1-m^2} \frac{1}{\Delta}$$

$$\Delta = \left( \frac{1}{2} n^2 - m^2 \right)^2 + m^2 \sqrt{1-m^2} \sqrt{n^2 - m^2}, \quad m = a/D, \quad n = a/b$$

$$f_2(\xi) = \int_0^\xi d\xi_1 \int_0^{\xi_1} f_2(x) dx$$

Потенциалы  $\varphi_1$  и  $\psi_1$  отраженных волн, удовлетворяющие уравнениям (1.2) и граничным условиям (1.4), записанным для сумм потенциалов  $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$ ,  $\psi = \psi_0 + \psi_1$  оказываются следующими:

$$\frac{\varphi_1}{a^2 t_0^2} = -\frac{p_0}{2\rho b^2} [W_p V_{pp} f_2(\tau_{pp}) - W_s V_{sp} f_2(\tau_{sp})] \quad (1.6)$$

$$\frac{\psi_1}{a^2 t_0^2} = -\frac{p_0}{2\rho b^2} [W_s V_{ss} f_2(\tau_{ss}) - W_p V_{ps} f_2(\tau_{ps})] \quad (1.7)$$

Здесь

$$V_{pp} = V_{ss} = \Delta_1 / \Delta, \quad V_{sp} = -2m \sqrt{n^2 - m^2} (1/2 n^2 - m^2) / \Delta$$

$$V_{ps} = 2m \sqrt{1 - m^2} (1/2 n^2 - m^2) / \Delta$$

$$\Delta_1 = -(1/2 n^2 - m^2)^2 + m^2 \sqrt{1 - m^2} \sqrt{n^2 - m^2}$$

$$\tau_{pp} = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h+y}{a} \sqrt{1 - m^2} \right)$$

$$\tau_{sp} = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h}{a} \sqrt{n^2 - m^2} - \frac{y}{a} \sqrt{1 - m^2} \right)$$

$$\tau_{ss} = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h-y}{a} \sqrt{n^2 - m^2} \right),$$

$$\tau_{ps} = \frac{1}{t_0} \left( t - \frac{x}{D} - \frac{h}{a} \sqrt{1 - m^2} - \frac{y}{a} \sqrt{n^2 - m^2} \right)$$

В формулах (1.6) — (1.7) величины  $V_{ij}$  ( $i, j = p, s$ ) — коэффициенты отражения волн от свободной границы упругого полупространства. Индексы  $p$  и  $s$  означают продольную и поперечную волну, первый индекс, указывает вид падающей волны, второй — отраженной.

Напряженное состояние, вблизи свободной поверхности плиты, в области между фронтами отраженных  $PP$ - и  $PS$ - волн, характеризуется следующими, отличными от нуля, компонентами тензора напряжений:

$$\frac{\sigma_{xx}}{2\rho b^2} = \left( \frac{1}{2} n^2 - 1 \right) \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = -\frac{p_0}{2\rho b^2} W_p \left( \frac{1}{2} n^2 + m^2 - 1 \right) [f^+]$$

$$\frac{\sigma_{yy}}{2\rho b^2} = \left( \frac{1}{2} n^2 - 1 \right) \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} = -\frac{p_0}{2\rho b^2} W_p \left( \frac{1}{2} n^2 - m^2 \right) [f^+]$$

$$\frac{\sigma_{zz}}{2\rho b^2} = \left( \frac{1}{2} n^2 - 1 \right) \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{p_0}{2\rho b^2} W_p \left( \frac{1}{2} n^2 - 1 \right) [f^+] \quad (1.8)$$

$$\frac{\sigma_{xy}}{2\rho b^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{p_0}{2\rho b^2} W_p \bar{m} \sqrt{1 - m^2} [f^-]$$

$$[f^+] \equiv f(\tau_p) + V_{pp} f(\tau_{pp}), \quad [f^-] \equiv f(\tau_p) - V_{pp} f(\tau_{pp})$$

2. Для нахождения параметров откола применим критерий разрушения Губера (см., например, [5,6]): если  $p \equiv 1/3 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) > 0$ , то разрушение материала происходит там, где удельная потенциальная энергия упругой деформации достигает критической величины; если  $p < 0$ , то разрушение происходит там, где удельная энергия формоизменения достигает критической величины. В качестве критической величины энергии принимается удельная потенциальная энергия деформации на пределе прочности при простом растяжении  $1/2 \sigma_*^2 / E$ . Получим

$$\frac{1-2\nu}{6E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})^2 + \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 +$$

$$+ (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6\sigma_{xy}^2] = \frac{\sigma_*^2}{2E} \text{ при } p > 0$$

$$\frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6\sigma_{xy}^2] = \frac{\sigma_*^2}{2E}$$

$$\left( \nu = \frac{n^2 - 2}{2(n^2 - 1)} \right) \text{ при } p < 0 \quad (2.1)$$

Здесь  $\sigma_*$  — прочность материала при простом растяжении, при котором полная удельная энергия деформации достигает своего критического значения;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $E$  — модуль Юнга.

Подставляя (1.8) в (2.1), получаем условие образования откола в виде

$$A [f^+]^2 + B [f^-]^2 = \frac{4}{W_p^2} \frac{\sigma_*^2}{p_0^2} \quad (p > 0)$$

$$A_1 [f^+]^2 + B_1 [f^-]^2 = \frac{4}{W_p^2} \frac{3}{2(1+\nu)} \frac{\sigma_*^2}{p_0^2} \quad (p < 0)$$

$$A \equiv \frac{3n^2 - 4}{n^2 - 1} [n^2 - 1 + (1 - 2m^2)^2] = \frac{3n^2 - 4}{n^2 - 1} (n^2 - 1 + \cos^2 2\alpha) \quad (2.2)$$

$$B \equiv \frac{3n^2 - 4}{n^2 - 1} 4m^2 (1 - m^2) = \frac{3n^2 - 4}{n^2 - 1} \sin 2\alpha$$

$$A_1 \equiv 1 + 3 \cos^2 2\alpha, \quad B_1 \equiv 12m^2 (1 - m^2) = 3 \sin^2 2\alpha$$

В случае волны нагрузки, давление на фронте которой претерпевает скачок и за фронтом убывает, откол может произойти лишь во фронте какой-либо из отраженных от свободной поверхности волн. Таким образом, момент откола, вызываемого  $PP$ -волной, совпадает с моментом прихода фронта  $PP$ -волны в рассматриваемую точку среды, т. е.

$$t^* = \frac{x}{D} + \frac{h + y^*}{a} \sqrt{1 - m^2} \quad (\tau_{pp} = 0) \quad (2.3)$$

Исключение  $t^*$  из (2.2) с учетом вышеизложенного дает уравнение для нахождения безразмерной координаты откольной трещины  $\eta^* = y^* / at_0$

$$f^2(2\eta^* \cos \alpha) - 2C_i f(2\eta^* \cos \alpha) + F_i = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (2.4)$$

где  $i = 1$  соответствует  $p > 0$ , а  $i = 2$  соответствует  $p < 0$

$$C_1 = \left[ -1 - \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)} (1 - \cos 4\alpha) \right] V_{pp}(\alpha, \nu) \quad (2.5)$$

$$F_1 = V_{pp}^2(\alpha, \nu) - \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu^2} \frac{\sigma_*^2}{p_0^2 W_p^2(\alpha, \nu)}$$

$$C_2 = -\frac{1 + 3 \cos 4\alpha}{4} V_{pp}(\alpha, \nu), \quad F_2 = V_{pp}^2(\alpha, \nu) - \frac{\sigma_*^2}{2p_0^2 W_p^2(\alpha, \nu)} \frac{3}{1 + \nu} \quad (2.6)$$

$$\eta^* = y^* / at_0, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - m^2}$$

### 3. В случае «треугольного» профиля волны нагрузки

$$f(t/t_0) = \begin{cases} 1 - t/t_0 & (0 \leq t \leq t_0) \\ 0 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (3.1)$$

формула (2.4) принимает вид

$$(1 + 2\eta^* \cos \alpha)^2 - 2C_i (1 + 2\eta^* \cos \alpha) + F_i = 0 \quad (i = 1, 2)$$

Для безразмерной толщины откола, таким образом, получается

$$\eta_i^* = \frac{1}{2 \cos \alpha} (1 - C_i \pm \sqrt{C_i^2 - F_i}) \quad (i = 1, 2) \quad (3.2)$$

Формула (3.2) весьма упрощается при  $D = \infty$  (одновременный короткий удар по одной из сторон плиты). В этом случае

$$\alpha = 0, \quad p > 0, \quad W_p = 1, \quad V_{pp} = -1, \quad C_1 = 1$$

$$F_1 = 1 - \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu^2} \frac{\sigma_*^2}{p_0^2}, \quad \eta_1^* = \frac{y^*}{at_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu^2} \right)^{1/2} \left| \frac{\sigma_*}{p_0} \right| \quad (3.3)$$

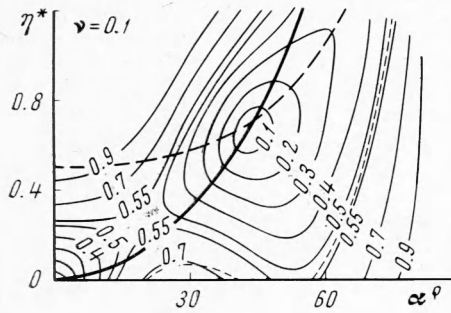
т. е. толщина откола прямо пропорциональна длине отражающейся волны, динамической прочности материала на разрыв, обратно пропорциональна амплитуде волны и зависит от коэффициента Пуассона.

Самый толстый откол — это вся плита, поэтому  $y^* \leq h$ . Кроме того, из (3.1) и  $0 \leq f \leq 1$  следует:

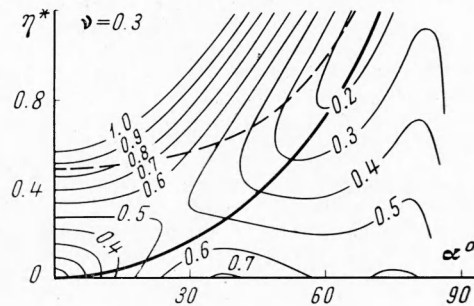
$$0 \leq 1 - 2\eta^* \leq 1, \quad \eta^* \leq 1/2, \quad y^* \leq 1/2 at_0$$

Толщина откола в любом материале, следовательно, не превосходит половины длины волны. Отсюда получается известный результат: для осуществления откола в первой отраженной продольной волне длина волны должна быть короче удвоенной толщины плиты.

Результаты вычисления функции  $\eta^*(\alpha, \nu)$  по (3.2) при  $\nu = 0.1$  и  $\nu = 0.3$  в зависимости от угла падения  $\alpha$  изображены на фиг. 2.



Фиг. 2 а



Фиг. 2 б

Линии  $\eta^*(\alpha, \nu)$ , изображенные на фиг. 2, можно назвать изолиниями параметра  $\sigma^\circ \equiv |\sigma_* / p_0|$  (на них  $\sigma^\circ(\eta, \alpha) = \text{const}$ ), или изолиниями величины  $1/2 \sigma_*^2 / E$  — потенциальной энергии деформации на пределе прочности при простом растяжении.

Штриховой линией на фиг. 2 изображена кривая

$$\eta^* = 1/(2 \cos \alpha) \quad (3.4)$$

выше которой откол невозможен в силу неравенства

$$0 \leq f(2\eta^* \cos \alpha) \leq 1$$

Сплошной жирной линией на фиг. 2 нанесены кривые

$$p = 1/3 (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = 0 \quad (3.5)$$

В точках плоскости  $\eta^*\alpha$ , лежащих выше линий (3.5), материал плиты в момент прихода  $PP$ -волны, растянут, ниже ее сжат.

Пунктиром на фиг. 2 нанесены линии (эти линии попадают в область  $p < 0$ ), на которых энергия изменения формы в  $P + PP$ -волнах равна энергии изменения формы во фронте падающей  $P$ -волны. В области между указанными пунктирными линиями и линией (3.5) разрушение в соответствии с критерием (2.1) нужно признать невозможным, так как, по предположению, не происходит разрушения в  $P$ -волне. Области возможных отколов в  $PP$ -волне это, во-первых, — область, в которой  $p > 0$  и, во-вторых, — те части области  $p < 0$ , в которых энергия формоизменения больше энергии того же вида во фронте падающей волны. Последние области заключены между пунктирными линиями и осью  $\eta^* = 0$  (фиг. 2, а). При коэффициенте Пуассона  $\nu \geq 0.26$  такие области отсутствуют. Например, при  $\nu = 0.3$  их нет (фиг. 2, б). Это значит, что в момент прихода фронта  $PP$ -волны в точки плиты, попадающие в область  $p < 0$  плоскости  $\eta^*\alpha$ , энергия изменения формы в них меньше, чем энергия того же вида во фронте падающей волны. Поэтому при таких  $\nu$  откол в области  $p < 0$  нужно признать невозможным.

Проследим теперь как должна меняться толщина откола в  $PP$ -волне с изменением  $\alpha$ -угла падения продольной  $P$ -волны на свободную поверхность.

При «малых» значениях параметра  $\sigma^\circ$  ( $\sigma^\circ \leq 0.5$ ) с изменением угла  $\alpha$  от нуля до некоторой величины, зависящей от  $\sigma^\circ$ , толщина откола уменьшается и стремится к нулю. Кривая  $\eta^*(\alpha)$  вогнутостью обращена вниз (см., например, кривые  $\sigma^\circ = 0.4$  фиг. 2). При таких  $\sigma^\circ$  возможен многократный откол, так как выше указанных линий  $\sigma^\circ$  критерий разрушения (2.1) и подавно выполняется.

При «больших» значениях  $\sigma^\circ$  ( $\sigma^\circ \geq 0.5$ ) с увеличением  $\alpha$  толщина откола увеличивается, причем, кривая  $\eta^*(\alpha)$  вогнутостью обращена вверх. При достаточно большом  $\alpha$  (например, при  $\alpha = 23^\circ$  и  $\sigma^\circ = 0.6$  фиг. 2, а) толщина откола сравнивается с толщиной плиты. В этом случае вся плита как бы является «отколом». При дальнейшем увеличении  $\alpha$  откол возможен только в том случае, если точка  $(\eta^*, \alpha, \sigma^\circ)$  попадет в область, в которой энергия формоизменения превосходит значение энергии того же вида во фронте падающей  $P$ -волны. Последнее возможно, как уже отмечалось, лишь при значениях коэффициента Пуассона  $\nu \leq 0.26$ . При  $\nu \geq 0.26$  откол ниже линии  $p = 0$ , в соответствии с (2.1), невозможен.

При некоторых значениях параметра  $\sigma^\circ$  и углов  $\alpha$  (например, при  $\sigma^\circ = 0.5$ ,  $\alpha = 13^\circ$ , фиг. 2, а) возможны два значения толщины откола. Из этих значений нужно взять меньшее, так как отраженная волна появляется раньше в той точке плиты, которая ближе к свободной поверхности.

Вычисления изолиний  $\sigma^\circ = \text{const}$  были выполнены и при других значениях коэффициента Пуассона  $\nu$ . Графически они представляют картину, аналогичную фиг. 2.

Показанная на фиг. 2 зависимость толщины откола от угла падения  $P$ -волны на свободную поверхность плиты получена в предположении, что откол имеет место в  $PP$ -волне. Это предположение оправдывается в случае малых углов  $\alpha$ , когда коэффициент отражения  $V_{pp}(\alpha, \nu)$  сравнительно с  $V_{ps}(\alpha, \nu)$  велик. Но при увеличении  $\alpha$  коэффициент  $V_{pp}(\alpha, \nu)$  по абсолютной величине убывает и при некотором угле (угол обмена поляризации [7]), зависящем от  $\nu$ , обращается даже в нуль. Естественно, что при  $\alpha$ , близких к углам обмена поляризации, откола в  $PP$ -волне быть не может. Как показывает соответствующее рассмотрение, откол в этом случае возможен в отраженной поперечной  $PS$ -волне. Учет  $PS$ -волны необходим также для точек свободной поверхности. По этой причине участки изолиний фиг. 2 вблизи оси абсцисс не точны.

4. Результаты вычислений зависимости толщины откола от угла падения волны, изображенные на фиг. 2, позволяют предсказать возможные профили откольных трещин вблизи эпицентра сосредоточенного взрыва в упругом полупространстве. Приближенные профили таких трещин можно получить вращением вокруг оси  $\eta^*$  участков кривых фиг. 2, находящихся вблизи этой оси.

Профили трещин сильно зависят от параметра  $\sigma^\circ = |\sigma_* / p_0|$ .

При малых значениях  $\sigma^\circ$  (что соответствует малопрочной на растяжение среде, либо взрыву, близко расположенному к свободной поверхности) откольные трещины должны иметь вид чаш, вогнутостью обращенных в сторону свободной поверхности.

Наоборот, при больших значениях  $\sigma^\circ$  (что соответствует большой прочности среды, либо взрыву, происходящему глубоко в полупространстве) откольные трещины должны иметь вид чаш, вогнутость которых обращена в сторону взрыва.

При промежуточных значениях  $\sigma^\circ$  ( $\sigma^\circ \approx 0.5$ ) возможны трещины, параллельные свободной поверхности.

Вид профилей трещин в эпицентре взрыва (или удара) указывает и на возможный вид откольных образований. Так наряду с отколами в виде плоско-выпуклых линз возможны отколы в виде вогнуто-выпуклых и плоско-вогнутых линз.

Форма и размеры откольных трещин и откальвающих кусков зависят как от параметра  $\sigma^\circ$ , так и от коэффициента Пуассона и длины волны  $at_0$ .

В заключение автор благодарит Э. И. Силкина за обсуждение работы, Е. С. Буслову — за проведение расчетов.

Поступила 20 III 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R i n e h a r t J. S., P e a r s o n J. Explosive working of metals. Oxf., Pergamon press, 1963. (Рус. перев.: Райнхарт Дж., Пирсон Дж. Взрывная обработка металлов. М., «Мир», 1966).
2. Л е н с к и й В. С. Акустический вариант теории откола. ПММ, 1956, т. 20, вып. 4.
3. О г у р ц о в К. И. Волны напряжения в упругой плите. ПММ, 1960, т. 24, вып. 3.
4. П е т р а ш е н ь Г. И. Распространение упругих волн в слоисто-изотропных средах, разделенных параллельными плоскостями. Уч. зап. Ленингр. ун-та, 1952, № 162, вып. 26.
5. Ф и л о н е н к о - Б о р о д и ч М. М. Механические теории прочности. Изд-во Моск. ун-та, 1961.
6. Р а б о т н о в Ю. Н. Сопротивление материалов. М., Физматгиз, 1962.
7. Б р е х о в с к и х Л. М. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957, стр. 37.