

10. Бирюков А. С., Кулагин Ю. А., Шелепин Л. А. О влиянии галогеноводородов на работу газодинамического CO₂-лазера. Препринт ФИАН СССР, № 105, 1975.
11. Buser R. B., Rohde R. Transient blooming of long laser pulses.— Appl. Optics, 1975, vol. 14, N 1.
12. Мастрюков А. Ф., Сынах В. С. О нестационарной тепловой самофокусировке импульсов.— ПМТФ, 1978, № 2.

УДК 536.253

СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ НАД НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА

А. М. Гришин, А. Д. Грузин, В. А. Капустин

(Томск)

Смешанная конвекция над горизонтальной нагретой поверхностью при ламинарном режиме течения исследовалась в [1—3]. В [1] в рамках приближения Буссинеска получены уравнения ламинарного пограничного слоя при смешанной конвекции, точные автомодельные и приближенные решения этих уравнений, полученные методом, аналогичным методу Кармана — Польшауэна. В [2] при описании смешанной конвекции были сняты ограничения, вытекающие из приближения Буссинеска, а также методом Кармана — Польшауэна определены толщины динамического, теплового и диффузионного пограничных слоев. В [3] численно решены уравнения пограничного слоя в форме Буссинеска и дан анализ взаимного влияния вынужденной и свободной конвекции при обтекании горизонтальной нагретой пластины.

В данной работе предлагается постановка задачи о смешанной конвекции для случаев устойчивой и нейтральной стратификации среды [4] за пределами пограничного слоя.

В результате качественного анализа задачи установлено, что при убывании температуры подстилающей поверхности напряжение трения как для ламинарного, так и для турбулентного течения сильно уменьшается и может иметь место отрыв пограничного слоя. Методом [5] получены асимптотические формулы для напряжения трения и теплового потока, которые для ламинарного режима течения согласуются с результатами численных расчетов. При помощи итерационно-интерполяционного метода [6, 7] и ЭВЦМ установлены пределы применимости приближения Буссинеска и показано, что при определенных условиях свободная конвекция мало влияет на величину теплового потока к обтекаемой поверхности.

1. Постановка задачи. Рассматривается течение стратифицированного газа над произвольной плоской нагретой поверхностью, через которую осуществляется вдув нагретого газа той же природы. В общем случае такое течение описывается уравнениями Навье — Стокса для ламинарного течения или уравнениями Рейнольдса для турбулентного течения [4]. В случае, когда число Рейнольдса Re велико, а массовая скорость набегающего потока $\rho_e u_e \gg (\rho v)_w$ — массовой скорости вдува, всю область течения можно разбить на пограничный слой, где существенны процессы молекулярного (молярного) переноса, и зону внешнего течения, где силами вязкости можно пренебречь. Если дополнительно предположить, что состав газа не меняется, то течение в пограничном слое описывается следующей системой уравнений:

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0;$$

$$(1.2) \quad \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g \sin \alpha;$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g \cos \alpha, \quad p = \frac{\rho RT}{M}, \quad \mu = \mu_m + \mu_t, \quad \lambda = \lambda_m + \lambda_t;$$

$$(1.4) \quad \rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + k \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right).$$

Для замыкания системы уравнений (1.1)–(1.4) принималось, что турбулентная кинематическая вязкость ν_t во внутренней и внешней частях пограничного слоя определяется формулами Ван-Драйста [8]

$$(1.5) \quad \nu_t = (0,4y)^2 \left[1 - \exp \left(-\frac{y}{A} \right) \right]^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad A = 26\nu_m \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{-1/2};$$

$$(1.6) \quad \nu_t = 0,0168\gamma_1 \left| \int_0^\delta (u_e - u) dy \right|, \quad \gamma_1 = \left| 1 + 5,5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^6 \right|^{-1}.$$

Влияние стратификации внутри пограничного слоя учитывается в формуле Ван-Драйста (1.5), так как в выражение для A входят плотность и молекулярная вязкость, зависящие от температуры. Конечно, нельзя утверждать, что этот учет является абсолютно корректным. К сожалению, в литературе не удалось найти данных о влиянии стратификации внутри пограничного слоя на коэффициенты переноса для турбулентных течений. Здесь нужны дополнительные экспериментальные данные, получение которых может стать предметом самостоятельного исследования. Поэтому представленные в работе численные результаты для турбулентных течений можно рассматривать как прогноз, нуждающийся в экспериментальной проверке.

Уравнения (1.1)–(1.4) необходимо решать с учетом следующих граничных условий:

$$(1.7) \quad u|_{y=0} = 0, \quad (\rho v)|_{y=0} = (\rho v)_w(x), \quad T|_{y=0} = T_w(x);$$

$$(1.8) \quad u|_{y=\delta} = u_e(x), \quad T|_{y=\delta} = T_e(x),$$

где x, y — продольная и нормальная координаты естественной системы координат, связанной с обтекаемой выпуклой поверхностью; u, v — проекции скорости в направлении x и y соответственно; ρ — плотность; p — давление; T — температура; M — молекулярный вес газа; c_p — удельная теплоемкость газа; g — ускорение свободного падения; ν — кинематическая вязкость; δ, δ_1 — толщины динамического и теплового пограничных слоев соответственно; μ, λ — эффективная вязкость и теплопроводность газа; $k = 0,1$; α — угол между касательной к поверхности и горизонтальной плоскостью; индексы m и t относятся к молекулярным и турбулентным коэффициентам переноса; индексы w и e относятся к значениям функций на обтекаемой поверхности и на внешней границе пограничного слоя соответственно.

Система уравнений (1.1)–(1.4) получена из системы уравнений Навье — Стокса методом Прандтля [4,8]. В отличие от классических уравнений пограничного слоя в данной постановке сохраняется уравнение движения в проекции на ось y в виде (1.3) ввиду наличия массовых сил тяготения. Градиент давления в направлении x инициируется поперечным перепадом давления, и течение в слое над нагретой поверхностью является градиентным.

Если положить ν_t и λ_t равными нулю и использовать приближение Буссинеска, то при $\alpha = 0$ из (1.1)–(1.4) получаем уравнения, использованные в работах [1,3].

Для определения u_e, T_e, p_e необходимо решать уравнения газовой динамики с соответствующими граничными условиями. В общем случае

эти уравнения не удается решить аналитически. Однако при $k = 0$ для изотермических и $k = 1$ для изэнтропических течений удается аналитически получить интегралы этих уравнений

$$(1.9) \quad \frac{u_c^2}{2} + \int \frac{dp_c}{\rho_c} + g \left(\int_0^x \sin \alpha dx + \delta \cos \alpha \right) = c_{1e};$$

$$(1.10) \quad T_e = \text{const}, \quad \frac{\rho_e}{p_e^\kappa} = c_{2e}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v},$$

где c_v — теплоемкость при постоянном объеме; c_{1e} , c_{2e} — константы, в общем случае изменяющиеся при переходе от одной линии тока к другой.

Для определения толщин пограничного слоя примем условия

$$(1.11) \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=\delta} = m_1, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\delta_1} = m_2,$$

представляющие собой обобщение известных условий [5], причем в общем случае m_1 и m_2 — функции x , характеризующие завихренность течения и градиент температуры при $y = \delta$ и δ_1 . Если внешнее течение является изотермическим, то $m_2 = 0$, а для адиабатических течений $m_2 = -g/c_p$. Таким образом, постановка задачи полностью завершена, так как при задании скорости удается определить все остальные параметры внешнего течения.

2. Качественный анализ задачи на основе интегрального соотношения импульсов. Если осуществить переход к переменным Дородницына — Хоурта [8], исключить v при помощи (1.1) и перейти к безразмерному виду в уравнении (1.2), то получим интегродифференциальное уравнение

$$(2.1) \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + \left(v_w - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \rho \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\sin \alpha}{Fr} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \\ - \frac{\partial p}{\partial y} \int_0^y \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy, \\ u = \frac{u'}{u_\infty}, \quad \rho = \frac{\rho'}{\rho_0}, \quad p = \frac{p'}{\rho_0 u_\infty^2}, \quad Fr = \frac{u_\infty^2}{gl}, \quad Re = \frac{u_\infty \rho_0 l}{\mu_\infty}, \\ v_w = \frac{\rho'_w v'_w}{\rho_c u_\infty} \sqrt{Re}, \quad y = \frac{\sqrt{Re}}{l} \int_0^y \frac{\rho'}{\rho_0} dy', \quad x = \frac{x'}{l},$$

где u_∞ , μ_∞ — скорость и вязкость невозмущенного потока; ρ_0 — минимальная плотность внутри пограничного слоя; l — характеристическая длина, а штрих приписывается размерным величинам. Интегрируя (2.1) по y от 0 до δ , после некоторых простых преобразований можно получить для безразмерного напряжения трения на стенке $\tau_w = \mu \rho \partial u / \partial y|_{y=0}$ выражение

$$(2.2) \quad \tau_w = \tau_e - BU + \dot{U} \int_0^\delta (U - u) dy + \int_0^\delta [u(U - u)] dy - \left(U \dot{U} + \frac{\sin \alpha}{Fr} \right) \times \\ \times \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho_c}{\rho} \right) dy - \frac{\cos \alpha}{Fr \sqrt{Re}} \left[\int_0^\delta \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy \int_0^\delta \frac{\rho_c}{\rho} dy - \int_0^\delta \frac{(\delta - y)}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy \right], \\ \dot{U} = \frac{dU}{dx},$$

где U — безразмерная скорость внешнего течения. Проведем анализ соотношения (2.2) с точки зрения обращения в 0 величины τ_w и возможности отрыва пограничного слоя. Можно сделать следующие выводы:

1. Завихренность внешнего течения, характеризуемая значением $\tau_e = \mu \rho du/dy|_{y=\delta}$, стимулирует отрыв пограничного слоя в случае, если $\tau_e < 0$, и препятствует отрыву, если $\tau_e > 0$.

2. Вдвиг всегда стимулирует отрыв, а отсос препятствует отрыву, так как с ростом $(\rho v)_w$ величина τ_w уменьшается, а при $(\rho v)_w < 0$ растет.

3. Третий член способствует уменьшению τ_w при $dU/dx < 0$ (т. е. при замедленных течениях) и препятствует уменьшению при $dU/dx > 0$, так как внутри пограничного слоя $U > u$.

4. Четвертый член имеет вид

$$\int_0^{\delta} \frac{\partial}{\partial x} [u(U-u)] dy = \int_0^{\delta} (U-u) \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^{\delta} u \left(\frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) dy.$$

Можно видеть, что первый интеграл положителен для ускоренных течений и отрицателен для замедленных течений. Второй интеграл отрицателен, если ускорение внутри пограничного слоя превосходит ускорение на внешней границе пограничного слоя.

5. Если температура набегающего потока меньше температуры стенки, то $\rho_e/\rho > 1$. Поэтому интеграл в пятом члене отрицателен. Иными словами, пятый член уменьшает τ_w в случае, если течение замедленное ($dU/dx < 0$) и $\alpha < 0$.

6. Шестой член в соотношении (2.2) обусловлен силами тяготения. В силу того, что $\rho_e/\rho \geq 1$, видно, что

$$\left| \int_0^{\delta} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy \int_0^{\delta} \frac{\rho_e}{\rho} dy \right| \geq \left| \delta \int_0^{\delta} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy \right| \geq \left| \int_0^{\delta} \frac{(\delta-y)}{\rho} - \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy \right|.$$

Поэтому знак квадратной скобки в последнем члене (2.2) определяется

знаком $\int_0^{\delta} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} dy$. В свою очередь знак этого интеграла зависит от знака

$\frac{\partial \ln \rho}{\partial x}$. Поскольку $\rho \sim 1/T_w$, $\frac{\partial \ln \rho}{\partial x} \sim -\frac{1}{T_w^2} \frac{dT_w}{dx}$ и отрыв может иметь

место только при условии, что T_w убывает с ростом x . Наоборот, с ростом T_w имеем $\partial \ln \rho / \partial x < 0$, что приводит к увеличению τ_w и уменьшению вероятности отрыва. Следует заметить, что при анализе знака $\partial \ln \rho / \partial x$ в общем случае необходимо учитывать также знак dT_e/dx . Именно, если $T_e = T_e(x)$, $T_w = T_w(x)$, то отрыв может быть, если $dT_e/dx < 0$ и $dT_w/dx < 0$. Отрыв пограничного слоя не происходит, если $dT_e/dx > 0$ и $dT_w/dx > 0$. Наконец, в случае разных знаков этих производных знак $\partial \ln \rho / \partial x$ зависит от того, какая производная больше.

Таким образом, из анализа соотношения (2.2) следует, что в пространстве параметров $\Theta_w, B, Fr, Re, \tau_e$ может существовать поверхность, отделяющая область, соответствующую безотрывному обтеканию, от той части пространства параметров, которая соответствует отрывным течениям.

3. Аналитическое решение задачи методом [5]. Если течение ламинарное, то в предположении, что произведение безразмерных вязкости и теплопроводности на безразмерную плотность равно 1, удается свести решение краевой задачи (1.1)—(1.11) к интегрированию уравнения (2.1)

при $\mu_r = 1$ и уравнения сохранения энергии

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} = u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \left(B - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right) \frac{\partial \Theta}{\partial y},$$

где $\Theta = T/T_\infty$, $T_\infty = \text{const}$, а остальные переменные введены в п. 2.

При помощи метода [5] получаем во втором приближении для обтекания пластины ($U = 1$, $k = 0$)

$$\begin{aligned} \frac{\Theta_2}{Pr} &= \frac{\dot{\Theta}_w y}{6\delta} (y^2 - \delta_1^2) + \left(\frac{\dot{\Delta} y}{12\delta\delta_1} - \frac{\Delta\dot{\delta}_1 y}{1200\delta_1^2} + \frac{\Delta y}{24\delta_1\delta^2} \right) (y^3 - \delta_1^3) + \\ &+ \frac{B\Delta y}{2\delta_1} (y - \delta) + \frac{\Theta_w}{Pr} + \frac{\Delta y}{Pr\delta_1}, \\ u_2 &= \frac{y}{\delta} - \frac{y(y^3 - \delta^3)}{24\delta^3} + \frac{By(y - \delta)}{2\delta} + \gamma \left\{ \rho_e K [\beta I_3(\delta) - I_4(\delta)] \times \right. \\ &\times \left[I_2(y) - \frac{y}{\delta} I_2(\delta) \right] - \beta \left[I_1(y) - \frac{y}{\delta} I_1(\delta) \right] + I_3(y) - \frac{y}{\delta} I_3(\delta) \left. \right\}, \\ \Delta &= \Theta_e - \Theta_w, \quad \gamma = \frac{1}{Fr \sqrt{Re}}, \quad p_e = p_\infty - \delta \gamma \left(\Theta_w + \frac{\Delta \delta}{2\delta_1} \right), \quad p_e = \frac{p_e}{K(\Delta \delta / \delta_1 + \Theta_w)}, \\ \beta &= \gamma \rho_e I_0(\delta), \quad I_0(\delta) = \frac{I_4(\delta)}{\gamma \rho_e I_3(\delta) - 1}, \quad I_1(y) = K \left\{ \frac{\Delta}{\delta_1 \gamma^2} \left[\frac{1}{4\gamma^2} [(p_e + \gamma(\delta - y))^2 \times \right. \right. \\ &\times [2 \ln(p_e + \gamma(\delta - y)) - 1] - (p_e + \gamma\delta)^2 [2 \ln(p_e + \gamma\delta) - 1]] - \\ &- \left. \frac{y^2}{2} [\ln(p_e + \gamma\delta) + 1] + y \frac{p_e + \gamma\delta}{\gamma} \ln(p_e + \gamma\delta) \right\} + \left[\frac{\Theta_w}{\gamma} + \frac{\Delta(p_e + \gamma\delta)}{\delta_1 \gamma^2} \right] \times \\ &\times \left[-\frac{y^2}{2(p_e + \gamma\delta)} + \frac{y}{\delta} + \frac{p_e + \gamma(\delta - y)}{\gamma^2} \ln \left(\frac{p_e + \gamma(\delta - y)}{p_e + \gamma\delta} \right) \right], \\ I_2(y) &= -\frac{\Delta y^2}{2\delta_1 \gamma} + \left[\frac{\Theta_w}{\gamma} + \frac{\Delta(p_e + \gamma\delta)}{\delta_1 \gamma^2} \right] \left[y - \frac{p_e + \gamma(\delta - y)}{\gamma} \ln \left(\frac{p_e + \gamma\delta}{p_e + \gamma(\delta - y)} \right) \right], \\ I_3(\delta) &= \frac{K\delta}{p_e^2} \left(\Theta_w + \frac{\Delta\delta}{2\delta_1} \right), \quad I_4(\delta) = \frac{K\delta}{2p_e} \left[2\dot{\Theta}_w + \frac{d}{dx} \left(\frac{\Delta}{\delta_1} \right) \right], \quad I_5(y) = K \left\{ \frac{y^3}{6\gamma} \frac{d}{dx} \left(\frac{\Delta}{\delta_1} \right) + \right. \\ &+ \left. \left[\frac{\dot{\Theta}_w}{\gamma} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{d}{dx} \left(\frac{\Delta}{\delta_1} \right) (p_e + \gamma\delta) \right] \left[\frac{y^2}{2} - \frac{1}{4\gamma^2} [(p_e + \gamma(\delta - y))^2 (2 \ln(p_e + \right. \right. \\ &+ \gamma(\delta - y)) - 1) - (p_e + \gamma\delta)^2 (2 \ln(p_e + \gamma\delta) - 1)] + \frac{y^2}{2} \times \\ &\times \left. \left. \ln [p_e + \gamma(\delta - y)] - y \frac{p_e + \gamma\delta}{\gamma} \ln(p_e + \gamma\delta) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где точка означает дифференцирование по x .

Для определения толщин динамического и теплового пограничных слоев использовались условия (1.11), в результате чего получены обыкновенные дифференциальные уравнения

$$(3.1) \quad \dot{\delta}_i = F_i(\delta, \delta_1, Pr, Fr, Re, \Theta_w, \Theta_e, U, K, B), \quad \delta_i(0) = 0, \quad i = 1, 2,$$

где $B = v_w \sqrt{Re}/u_\infty$, $K = RT_\infty/Mu_\infty^2$ — безразмерные параметры, а конкретный вид функций F_i в целях краткости изложения не приводится.

При $x \ll 1$ имеем асимптотическое решение задачи Коши (3.1) в случае обтекания пластины

$$(3.2) \quad \delta = 4\sqrt{x}, \quad \delta_1 = 4\text{Pr}^{-1/3}\sqrt{x},$$

что согласуется с результатами работы [5].

Используя (3.2), удается получить асимптотические формулы для напряжения трения и теплового потока на стенке в безразмерном виде в случае $\Theta_e = \text{const}$, $\Theta_w = \text{const}$, $\text{Pr} = 1$, $U = 1$

$$(3.3) \quad \tau_w = \frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{B}{2} + \frac{5\gamma K(\Theta_w - 1)}{3p_e};$$

$$(3.4) \quad q_w = \Delta \left(\frac{1}{3\sqrt{x}} - \frac{B}{2} \right).$$

Как следует из анализа формулы (3.3), свободная конвекция не оказывает существенного влияния на режим течения в ламинарном слое при условии выполнения следующих неравенств:

$$1 \ll \text{Re}_x < 10^5, \quad 5\gamma K(\Theta_w - 1)/3p_e \ll 1/3\sqrt{x} - B/2,$$

где Re_x — текущее число Рейнольдса.

4. Результаты численного решения задачи. Наряду с аналитическим решением осуществлялось численное интегрирование краевой задачи (1.1)—(1.11) при $\alpha = 0$, $m_1 = m_2 = 0$, что соответствует обтеканию горизонтальной пластины однородным потоком при устойчивой стратификации среды [4]*. Уравнения (1.1)—(1.4) преобразовывались таким образом, чтобы с использованием новых переменных [9] область определения уравнений (1.2), (1.3) изменялась от 0 до 1. Использовалась разностная схема, построенная с помощью итерационно-интерполяционного метода [6,7]. Схема имеет второй порядок аппроксимации в направлении y и первый порядок в направлении x . Для тестовой проверки программы было проведено сравнение с численными результатами работы [3]. В таблице представлены значения $a = F''(\xi, 0)$ — безразмерного напряжения трения и $b = -\Theta'(\xi, 0)$ — безразмерного теплового потока (обозначения из работы [3]) в случае приближения Буссинеска и те же значения, полученные при помощи решения краевой задачи (1.1)—(1.11). Здесь Gr_x , Re_x — текущие числа Грасгофа и Рейнольдса [3], $c = (T_w - T_e)/T_w = 0,06$, а индекс 1 приписывается величинам, полученным в результате численного интегрирования краевой задачи (1.1)—(1.11). Видно, что согласование с численными результатами [3] вполне удовлетворительное. Любопытно, что с ростом c согласование ухудшается. Так, при $\text{Gr}_x/\text{Re}_x^{5/2} = 0,4$ и при $c = 0,25$ величина a_1 превосходит a на 5%, а b_1 превосходит b на 3%, в то время как при $c = 0,77$ погрешность величины a доходит до 50%, а b — до 13%. Таким образом, приближение Буссинеска при достаточно боль-

$\text{Gr}_x/\text{Re}_x^{5/2}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
a	0,33206	0,58915	0,77849	0,93694	1,07592	1,20569
a_1	0,33404	0,58171	0,76982	0,92901	1,06927	1,18844
b	0,29268	0,33751	0,36178	0,37949	0,39423	0,40658
b_1	0,29363	0,33441	0,35928	0,37928	0,39264	0,40461

* При проведении численных расчетов учитывалась зависимость c_p , μ_m , λ_m для воздуха от температуры [10].

ших перепадах температуры дает, как и следовало ожидать, существенную погрешность при определении интегральных характеристик пограничного слоя.

В результате численных расчетов установлено, что при $0 < x \ll 1$, $0 < B < 2,5$, $1 < \Theta_w \leq 5$ погрешность асимптотических формул (3.3), (3.4) для изотермической пластины не превосходит 20%.

Для проверки результатов качественного анализа проведены численные расчеты при

$$(4.1) \quad T_w = \begin{cases} T_1, & 0 < x < x_1, \\ T_e - (T_e - T_1) \exp[-3000(x - x_1)^2] & \text{при } x \geq x_1; \end{cases}$$

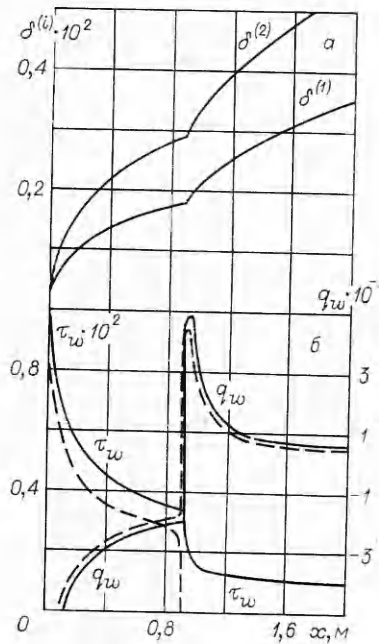
$$(4.2) \quad (\rho v)_w = \begin{cases} (\rho v)_w = \text{const} & \text{при } 0 < x < x_2, \\ (\rho v)_{w1} \exp[-3000(x - x_2)^2] & \text{при } x \geq x_2. \end{cases}$$

На фиг. 1, а, б в системе СИ приведены толщина потери импульса $\delta^{(1)}$, толщина потери энергии $\delta^{(2)}$, τ_w , q_w для ламинарного течения при $(\rho v)_w = 0$, $x_1 = 0,9$ м, $u_e = 1$ м/с, $T_1 = 1300$ К, $T_e = 300$ К. Штриховыми кривыми изображены результаты, полученные при помощи метода [5]*. Из анализа кривых, изображенных на фиг. 1, а, б, следует, что на участке резкого падения температуры толщины потери импульса $\delta^{(1)}$ и энергии $\delta^{(2)}$, а также напряжение трения и тепловой поток резко изменяются. Резкое уменьшение напряжения трения на стенке, начиная с $x = x_1$, объясняется тем, что на участке сильного падения температуры быстро увеличивается положительный градиент давления, что приводит к торможению потока и к соответствующему уменьшению напряжения трения. Известно, что в случае отрыва потока происходит переполнение пограничного слоя. Этим объясняется резкое увеличение толщин пограничного слоя, потери импульса и энергии. Таким образом, при $x > x_1$ реализуется предотрывное состояние пограничного слоя. Изменение знака q_w объясняется тем, что при $x > x_1$ образуется тепловая завеса. Этот вывод следует из сопоставления профилей температур (сплошные кривые 1 и 2) и скоростей (штриховые кривые 1 и 2) при $x = 0,9 x_1$ и $x = 1,1 x_1$, изображенных на фиг. 2. Видно, что профиль температур при $x > x_1$ представляет собой немонотонную функцию, а профиль скорости становится менее заполненным.

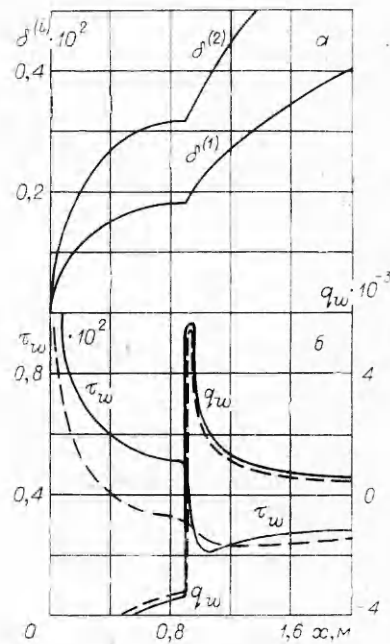
Различие между результатами, полученными при помощи метода [5] и численным интегрированием, объясняется тем, что при $x > x_1$ происходит резкая перестройка профиля температуры, которая недостаточно хорошо аппроксимируется в рамках второго приближения по методу [5].

На фиг. 3, а, б в системе СИ изображены графики $\delta^{(1)}$, $\delta^{(2)}$, τ_w , q_w для турбулентного течения (сплошные кривые) при $(\rho v)_w = 0$, $x_1 = 0,9$ м, $u_e = 1$ м/с, $T_w = 1300$ К, $T_e = 300$ К, а на фиг. 4 приведены профили температуры (сплошные кривые 1 и 2) и скорость (штриховые кривые 1 и 2) при $x = 0,9 x_1$ и $x = 1,1 x_1$. Видно, что в отличие от ламинарного при турбулентном течении происходит более быстрый рост толщин потери импульса $\delta^{(1)}$ и энергии $\delta^{(2)}$, профили скоростей становятся более заполненными, а градиент температуры на стенке увеличивается. Штриховые кривые на фиг. 3, б соответствуют случаю $\partial p / \partial y = 0$ и, следовательно, $\partial p / \partial x = 0$, что характерно для вынужденной конвекции. Из анализа графиков следует, что присутствие массовых сил существенно влияет на величину трения на поверхности. Что касается теплового потока, то штрихо-

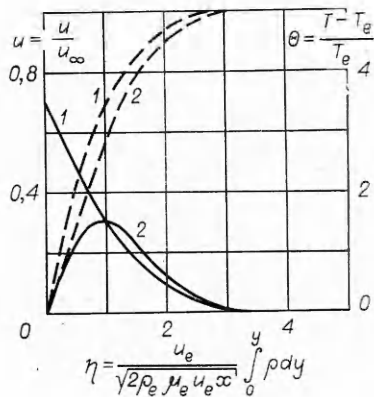
* Система уравнений (3.4) в этом случае решалась численно при помощи метода Рунге — Кутты.



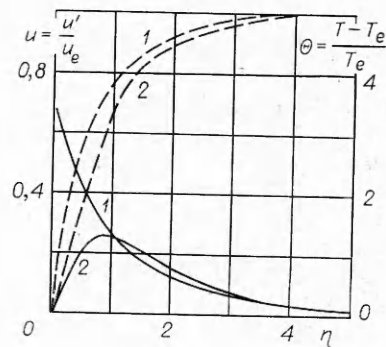
Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2



Фиг. 4

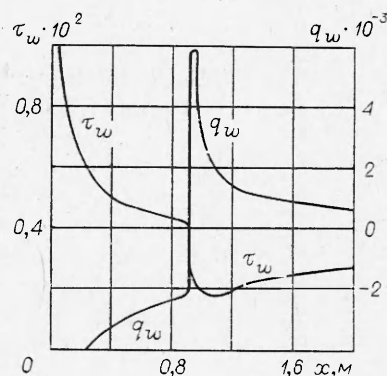
вая и сплошная кривые мало отличаются друг от друга, т. е. тепловой поток слабо зависит от силы тяготения. При $x = x_1$ происходит резкое изменение теплового потока, последний меняет знак, так как при $0 < x < x_1$ тепло отбирается от стенки холодным набегающим потоком, а при $x > x_1$ наблюдается противоположная картина — поток газа отдает тепло холодной стенке (см. фиг. 4). На фиг. 5 приведены в системе СИ результаты расчета турбулентного пограничного слоя с учетом массовых сил и вдува. При $x < x_2$ расход массы на поверхности пластины $(\rho v)_w = 2,33 \cdot 10^{-3}$ кг/м²с, а при $x > x_2$ величина $(\rho v)_w$ убывает в соответствии с (4.2). Длина зоны постоянного вдува $x_2 = 0,9$ м, все остальные характеристики выбирались такими же, как в варианте, представленном на фиг. 3, а, б. В соответствии с выводами, полученными из анализа интегрального соот-

ношения (2.2), напряжение трения и тепловой поток для этого варианта меньше, чем в случае отсутствия вдува.

Таким образом, в результате расчетов на ЭВМ прогнозы о влиянии вдува и стратификации внутри пограничного слоя на величину τ_w подтвердились. Следует подчеркнуть, что из качественного анализа соотношения (2.2) не следуют достаточные условия существования отрыва, в то же время наличие отрицательных членов в правой части (2.2) является необходимым условием для того, чтобы $\tau_w = 0$. Уравнения пограничного слоя, как известно, не описывают отрывных течений. Последние описываются в рамках уравнений Навье — Стокса. Предотрывные же состояния пограничного слоя удалось получить и при численных расчетах (см. фиг. 1, 3, 5).

Полученные результаты в какой-то степени дополняют известную теорию тепловой завесы [11] и могут быть полезны для анализа тепло- и массопереноса при лесных пожарах [12].

Авторы выражают благодарность В. Е. Накорякову и его сотрудникам за обсуждение работы.



Фиг. 5

Поступила 12 VII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартыненко О. Г., Соковишин Ю. А. Теплообмен смешанной конвекции. Минск, Наука и техника, 1975.
2. Пирожено А. А. Свободная конвекция смеси газов над плоской горизонтальной пластиной, обтекаемой потоком постоянной скорости. — ИФЖ, 1976, т. 31, № 3.
3. Чжэнь, Спэрроу, Мукоглу. Смешанная конвекция в пограничном слое над горизонтальной пластиной. — Теплопередача, 1977, № 1.
4. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М., Наука, 1965.
5. Швец М. Е. Теплопередача в ламинарном пограничном слое на теле вращения. — ПММ, 1950, т. 14, вып. 1.
6. Гришин А. М. Об одном видоизменении метода М. Е. Швеца. — ИФЖ, 1970, т. 19, № 1.
7. Гришин А. М., Бердун В. Н. Итерационно-интерполяционный метод и теория сплайнов. — ДАН СССР, 1974, т. 214, № 4.
8. Романенко Л. Н. Гидродинамика и теплообмен в пограничном слое. М., Энергия, 1974.
9. Игнатьев В. Н. О схеме повышенного порядка точности для расчета уравнений турбулентного пограничного слоя. — Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1972, т. 3, № 4.
10. Рид Р., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. Л., Химия, 1971.
11. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., Энергия, 1972.
12. Гришин А. М. Математическое моделирование лесных пожаров. — Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1978, т. 9, № 4.