

УДК 536.46

**О ЗАЖИГАНИИ КОНДЕНСИРОВАННОГО ВЕЩЕСТВА
ИМПУЛЬСНЫМ ТЕПЛОВЫМ ПОТОКОМ ЧЕРЕЗ
НЕПРОЗРАЧНЫЙ ЭКРАН С БОЛЬШОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ**

*И. Г. Дик, А. Б. Зурер, А. Г. Князева
(Томск)*

Пластина из инертного вещества, помещенная между источником тепла и зажигаемым веществом, может играть двойную роль. С одной стороны, экранируя тепловой поток, она затягивает индукционный период, с другой, — накапливая тепло за время действия импульса, она может служить инициатором химической реакции в конденсированном веществе после отсечки импульса.

Для исследования этих особенностей рассмотрим следующую задачу. Хорошо проводящая тепло пластина толщиной l идеально контактирует одной своей поверхностью с конденсированным веществом, способным к экзотермической химической реакции. На другую (внешнюю) сторону пластины в течение времени t_0 подается радиационный поток q . Уравнение баланса энергии на границе экран (индекс 1) — реагент (индекс 2) при $x = 0$

$$lc_1\rho_1 \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=0} + q$$

служит для определения температуры поверхности реагента $T_2(0, t) = T_s(t)$. Температурное поле в веществе описывается выражением

$$c_2\rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + Qk_0 \exp(-E/RT_2).$$

Здесь c_i , ρ_i , λ_i — теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности веществ; T_2 — температура конденсированного вещества; Q — тепловой эффект реакции; k_0 — предэкспонент; E — энергия активации. Начальное условие $T_s(0) = T_2(x, 0) = T_n$.

Введя безразмерные переменные и параметры

$$\tau = t/t_*, \quad \xi = x/x_*, \quad \Theta = E(T_2 - T_*)/RT_*^2,$$

$$\Theta_s = E(T_s - T_*)/RT_*^2, \quad L = l/x_*,$$

$$K_c = c_1\rho_1/c_2\rho_2, \quad A = Eqx_*/(RT_*^2\lambda_2),$$

$$x_* = \sqrt{\kappa_2 t_*}, \quad \kappa_2 = \lambda_2/c_2\rho_2,$$

$$t_* = c_2\rho_2 RT_*^2 E^{-1} Q^{-1} k_0^{-1} \exp(E/RT_*),$$

сформулируем задачу в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + e^\Theta, \quad (1)$$

$$\Theta(0, \tau) = \Theta_s(\tau), \quad \Theta(\xi, 0) = \Theta_s(0) = \Theta_n, \quad (2)$$

$$LK_c \frac{d\Theta_s}{d\tau} = A + \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0}. \quad (3)$$

При написании (1) сделано преобразование Франк-Каменецкого [1] температурной экспоненты. Используемая при этом масштабная температура T_* определяется в ходе анализа задачи.

При численном счете задавали T_* как корень уравнения

$$(T_* - T_H) = 2q^2 [\lambda_2 \pi \rho_2 Q k_0 \exp(-E/RT_*)]^{-1},$$

что соответствует температуре зажигания неэкранированного вещества лучистой энергией [2].

Рассмотрим сначала случай зажигания через пластину непрерывно действующим источником. Задача состоит в нахождении периода индукции зажигания t_i . Для этого необходимо определить температурную динамику поджигаемой поверхности конденсированного вещества. Без учета химического тепловыделения в (1) температура поверхности связана со временем формулой, полученной операционным методом:

$$\Theta_s(\tau) = An \left[\frac{2\sqrt{\tau}}{n\sqrt{\pi}} + \exp\left(\frac{\tau}{n^2}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\tau}}{n}\right) - 1 \right] + \Theta_H, \quad (4)$$

где $n = LK_c$; $\operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$. Эту формулу неудобно применять.

В дальнейшем воспользуемся приближенным методом, для контроля которого запишем два предела (4):

$$\tau \rightarrow 0: \Theta_s \approx An^{-1}\tau + \Theta_H, \quad (5)$$

$$\tau \rightarrow \infty: \Theta_s \approx 2A\sqrt{\tau/\pi} + \Theta_H.$$

В приближенном методе [3, 4] зададимся пробным профилем температуры

$$\Theta = (\Theta_s - \Theta_H) \exp(-\xi/\delta(\tau)) + \Theta_H.$$

Подставляя его в (3) и в уравнение (1) без экспоненты в точке $\xi = 0$, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\Theta_s}{d\tau} = \frac{\Theta_s - \Theta_H}{\delta^2}, \quad n \frac{d\Theta_s}{d\tau} = A - \frac{\Theta_s - \Theta_H}{\delta} \quad (6)$$

с условием: $\tau = 0, \Theta_s = \Theta_H, \delta = 0$.

Исключим производную и получим связь температуры с толщиной теплового пограничного слоя

$$\Theta_s - \Theta_H = A\delta^2(\delta + n)^{-1}. \quad (7)$$

Из (7), (6) после интегрирования имеем

$$\tau = \delta^2/2 + n\delta - n^2 \ln(1 + \delta/n), \quad (8)$$

откуда при $\tau \rightarrow 0$ ($\delta \rightarrow 0$) получим $\Theta_s \approx A\tau/n + \Theta_H$, а при $\tau \rightarrow \infty$ ($\delta \rightarrow \infty$) $\Theta_s = A\sqrt{2\tau} + \Theta_H$, что с удовлетворительной погрешностью (25 % при $\tau \rightarrow \infty$) совпадает с (5).

Скорость инертного разогрева поверхности за счет внешнего источника находится из выражения

$$\frac{d\Theta_s}{d\tau} = \frac{A}{n + \delta}. \quad (9)$$

В соответствии с адиабатическим методом [2] в момент зажигания нужно приравнять (9) адиабатическому темпу нагрева $\exp(\Theta_s)$.

Выбираем масштабную температуру T_* равной температуре зажигания (т. е. $\Theta_s = 0$), затем приравниваем (9) единице и, исключая δ в (8), получаем систему двух трансцендентных уравнений для определения характеристик зажигания: температуры T_* и длительности индук-

ционного периода t_i :

$$A = n + \sqrt{|\Theta_n|}, \quad (10)$$

$$\tau_i = |\Theta_n|/2 + n\sqrt{|\Theta_n|} - n^2 \ln\left(1 + \frac{\sqrt{|\Theta_n|}}{2}\right). \quad (11)$$

Можно применить другой критерий зажигания — квазистационарный [5]. Для этого продифференцируем пробный профиль

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = -\frac{\Theta_s - \Theta_n}{\delta}.$$

При $\tau = \tau_i$ приравняем это выражение градиенту из зоны реакции, граничащей с адиабатической стенкой, для которой $\Theta_s = 0$. Градиент равен $-\sqrt{2}$. Исключая с помощью (7) δ , получим вместо (10) и (11)

$$A = 2n|\Theta_n|^{-1} + \sqrt{2}, \quad (12)$$

$$\tau_i = \frac{\Theta_n^2}{4} + \frac{n|\Theta_n|}{\sqrt{2}} - \ln\left(1 + \frac{|\Theta_n|}{n\sqrt{2}}\right) \frac{\Theta_n^2}{2}. \quad (13)$$

В практических расчетах удобно использовать T_* как параметр, с помощью введенных безразмерных переменных и параметров вычислить пространственный и временной масштабы, а также n и Θ_n , из (10) или (12) определить соответствующее заданному T_* значение q , а из (11) или (13) — t_i .

Возьмем для количественных расчетов характеристики экрана (сталь): $c_1 = 0,503$ Дж/(г·К), $\rho_1 = 7,8$ г/см³; параметры реагента: $c_2 = 1,467$ Дж/(г·К), $\lambda_2 = 2,35 \cdot 10^{-3}$ Дж/(см·с·К), $\rho_2 = 1,6$ г/см³, $E = 146,7$ кДж/моль, $Qk_0 = 1,027 \cdot 10^{17}$ Дж/(г·с); $T_n = 300$ К.

Численно задача (1)–(3) исследована по неявной симметричной разностной схеме методом прогонки. Точность составляла 1–5 % и достигалась тщательным подбором параметров расчетной сетки. Временем воспламенения считалось достижение больших скоростей разогрева и температур, что происходит, естественно, позже момента подключения химического тепловыделения или срыва квазистационарного теплообмена в приповерхностном слое.

На рис. 1 показаны кривые $t_i(q)$, полученные численно и по приближенным формулам. Видно, что оба подхода дают близкие результаты по периодам индукции (расхождение увеличивается с ростом толщины экрана). Различия с расчетами на ЭВМ исходной задачи в основном связаны с трактовкой момента зажигания.

Отметим, что при фиксированном q температура зажигания, соответствующая (12), выше, чем по (10). Эта разница для рассчитанного случая слабо меняется: примерно от 30 К при низких потоках до 40 К при высоких. Интересно, что температура зажигания понижается с увеличением толщины экранирующей пластины. Это связано с созданием запаса тепла в пластине, что дает возможность достижения баланса между полным запасом тепла в системе и химическим тепловыделением [6] при более низком разогреве поверхности. Но поскольку скорость роста T_* сильно падает с увеличением l , время зажигания растет.

Довольно простую и удобную зависимость $t_i(l)$ можно найти, если заметить, что главным слагаемым в (11) является $|\Theta_n|/2$. Тогда

$$\frac{\tau_i^{(n)}}{\tau_i^{(0)}} = \frac{|\Theta_n(T_*)|}{|\Theta_n(T_{*0})|}.$$

При переходе к размерным переменным получим

$$\frac{t_i(l)}{t_i(0)} = \frac{t_*(T_*)}{t_*(T_{*0})} \frac{|\Theta_n(T_*)|}{|\Theta_n(T_{*0})|}.$$

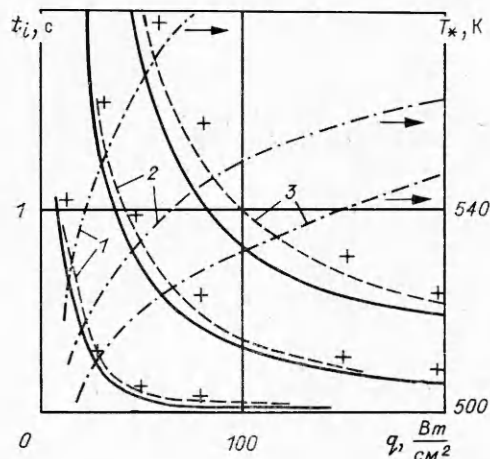


Рис. 1. Сравнение адиабатического и квазистационарного подходов с численным счетом.
 - - - - (10); — — — (10), (11); - - - - (12), (13); + — ЭВМ; l , см: 1 — 0, 2 — 0,03, 3 — 0,09.

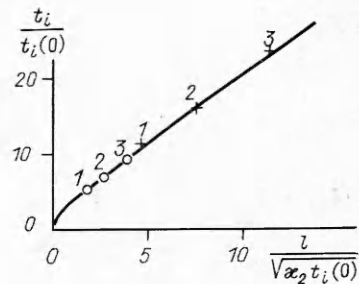


Рис. 2. Результаты численного счета для системы сталь — реагент; $K_c = 1,67$.
 + — $l = 0,03$; o — $l = 0,09$ см; q , Вт/см²: 1 — 30, 2 — 50, 3 — 80.

Пренебрегая степенными зависимостями $t_*(T_*)$ по сравнению с экспоненциальными, для времени t_i запишем

$$\frac{t_i(l)}{t_i(0)} \approx \exp \left[\frac{E}{RT_{*0}^2} (T_{*0} - T_*) \right]. \quad (14)$$

Разница в температурах зажигания, отмеченная выше, сказывается на увеличении индукционного периода с ростом l .

Для оценки $T_{*0} - T_*$ на основе (10) и выражений для безразмерных комплексов составим соотношение

$$\frac{\exp(E/RT_*)}{\exp(E/RT_{*0})} = \frac{T_*}{T_{*0}} \left[\sqrt{\frac{|\Theta_H(T_*)|}{|\Theta_H(T_{*0})|}} \left| \frac{n}{\sqrt{|\Theta_H(T_{*0})|}} \right| \right]. \quad (15)$$

Вновь, учитывая лишь экспоненциальные зависимости от T_* , из (14), (15) получим

$$\begin{aligned} \frac{t_i(l)}{t_i(0)} &\approx 1 - \frac{K_c l}{\sqrt{\kappa_2 t_i(0)}} \sqrt{\frac{t_i(0)}{t_*(T_{*0}) |\Theta_H(T_{*0})|}} \times \\ &\times \sqrt{\frac{t_i(0)}{t_i(l)}} \approx 1 + \frac{K_c l}{\sqrt{2\kappa_2 t_i(0)}} \sqrt{\frac{t_i(0)}{t_i(l)}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, основным параметром подобию в задаче следует считать комплекс $K_c l / \sqrt{\kappa_2 t_i(0)}$, пропорциональный отношению теплот в экранирующей пластине и в слое реагента, толщина которого равна пограничному тепловому слою, образуемому за период индукции. В первом приближении, как следует из (16), зависимость отношения $t_i(l)/t_i(0)$ от указанного параметра должна быть линейной. Рис. 2, где приведены результаты численного счета задачи (1) — (3) на ЭВМ, с хорошей точностью подтверждает этот вывод в большом диапазоне по $l / \sqrt{\kappa_2 t_i(0)}$.

Рассмотрим результаты численного исследования задачи с ограниченным временем экспозиции потока. На рис. 3 показана эволюция температуры поверхности для неэкранированного вещества, двух толщин пластины при различных временах экспозиции. При $q = 80$ Вт/см² неэкранированное вещество гаснет после отсечки потока любой длительности, $t_0 < t_i^\infty$. При наличии преграды существует минимальное t_{0*} такое, что, если $t_0 > t_{0*}$, температура поверхности после некоторой депрессии вновь стремительно нарастает. Обратим внимание на то, что при $l = 0,03$ см t_{0*} превосходит время, при котором происходит перегиб кри-

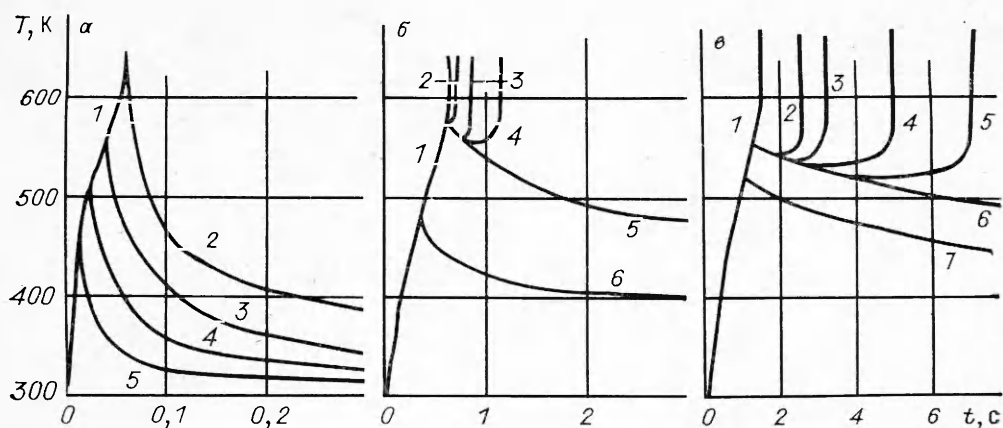


Рис. 3. Температура поверхности во времени при различных толщинах преграды и временах экспозиции; $q = 80 \text{ Вт/см}^2$.

а) $l = 0$, 1 — $t_3 > t_i^\infty$, t_3 , с: 2 — 0,06, 3 — 0,04, 4 — 0,025, 5 — 0,015; б) $l = 0,03 \text{ см}$, t_3 , с: 1 — 0,59 ($t_3 > t_i^\infty$), 2 — 0,57, 3 — 0,55, 4 — 0,545, 5 — 0,54, 6 — 0,35; в) $l = 0,09 \text{ см}$, t_3 , с: 1 — 1,47 ($t_3 > t_i^\infty$), 2 — 1,325, 3 — 1,315, 4 — 1,305, 5 — 1,30, 6 — 1,24, 7 — 1,1.

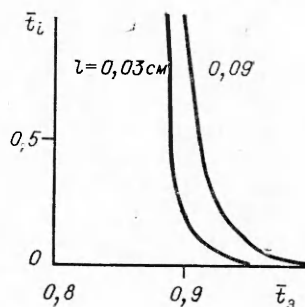
вой $T_s(t)$, а при $l = 0,09 \text{ см}$ t_{3*} меньше времени подключения химической реакции. Подобное замечание относится и к влиянию интенсивности потока: достаточно слабые потоки характерны тем, что t_{3*} находится в интервале инертного прогрева, а рост q переводит t_{3*} в интервал адиабатического разгона.

Конечно, понятие критической длительности экспозиции довольно условно, поскольку величина t_i непрерывным образом зависит от длительности подачи тепла (рис. 4). Уменьшение q приводит к появлению t_{3*} и при зажигании без преграды. Так, уже при $q = 40 \text{ Вт/см}^2$ и $l = 0$ $t_{3*} = 0,210 \text{ с}$, а $t_i^\infty = 0,234 \text{ с}$. Но здесь при любом времени экспозиции $t_3 \geq t_{3*}$ $t_i = t_i^\infty$, так что соответствующая кривая на рис. 4 испытывала бы скачок. Примечательно, что чем больше толщина пластины, тем медленнее парастает t_i с уменьшением t_3 . К такому же следствию ведет и увеличение потока при фиксированном l . Причина ослабления критичности в обоих случаях — создание запаса тепла в экране, демпфирующего следствие отсечки потока.

Определим t_{3*} как время экспозиции, при котором индукционный период t_i вдвое больше t_i^∞ — времени зажигания при $t_3 = \infty$. При таком определении (из-за сильной зависимости $t_i(t_3)$) t_{3*} легко и без погрешностей находится по результатам численного счета на ЭВМ. Можно предположить, как и при непрерывной подаче тепла, что параметром подобия является комплекс $K_c l / \sqrt{\kappa_2 t_i(0)}$ (рис. 5). Полученную слабонелинейную кривую нетрудно аппроксимировать. Основанием для подбора функции могут быть следующие соображения. Возможно, как и при непрерывно действующем источнике, отношение $t_3/t_i(0)$ равно отноше-

Рис. 4. Соотношение времен зажигания и экспозиции ($q = 40 \text{ Вт/см}^2$).

$$\bar{t}_i = (t_i - t_i^\infty) / t_i^\infty; \bar{t}_3 = t_3 / t_i^\infty.$$



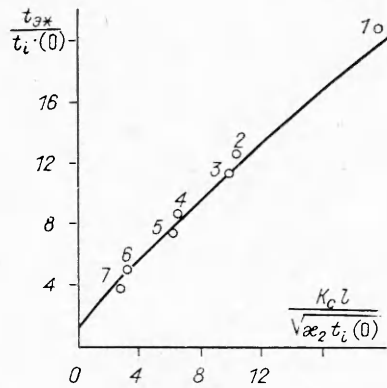


Рис. 5. Иллюстрация к выбору приближенной формулы.
 q , Вт/см²: 1, 4 — 80, 2, 3, 5, 6, 7 — 40;
 l , см: 3, 5 — 0,09; 1, 2, 4, 6, 7 — 0,03; K_c :
 1, 3, 4, 6 — 1,67, 2 — 4,97, 5, 7 — 0,821;
 кривая — расчет по (17).

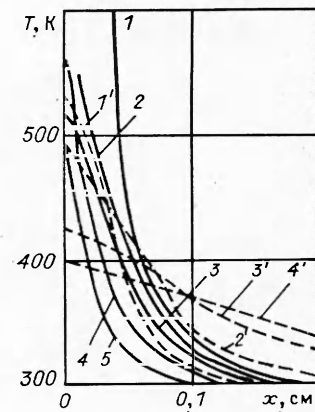


Рис. 6. Пространственное распределение температуры в веществе во времени ($q = 40$ Вт/см², $l = 0,03$ см).
 t_3 , с: 1—5 — 1,160, 1'—4' — 1,165; t_i , с:
 1 — 2,544, 2 — 2,495, 3 — 2,011, 4 — 1,165,
 5 — 0,940, 1' — 1,65, 2' — 3,26, 3' — 9,72,
 4' — 16,18.

нию энергий, запасенных в системе за соответствующие времена:

$$\frac{t_3}{t_i(0)} = \frac{K_c l + \alpha \sqrt{\kappa_2 t_3}}{\alpha \sqrt{\kappa_2 t_i(0)}}$$

где α — некоторая константа ($\approx \sqrt{2}$ в (16)). Отсюда

$$\frac{t_{3*}}{t_i(0)} = 0,25 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha} \frac{K_c l}{\sqrt{\kappa_2 t_i(0)}}} \right). \quad (17)$$

Хорошие результаты получаются при $\alpha = 1,25$. Зависимость (17) также нанесена на рис. 5. Достоверность (16), (17) проверена численными исследованиями в интервалах изменения $0,5 \leq K_c \leq 5,0$; $0 \leq l \leq 0,09$ см; $30 \leq q \leq 240$ Вт/см².

В заключение отметим некоторые черты зажигания экранированного вещества при импульсном подводе тепла.

На рис. 6 показан пример изменения во времени пространственного распределения температуры в активном веществе при докритической (штриховые линии) и сверхкритической (сплошные) экспозиции. Времена экспозиции в рассматриваемых случаях отличаются всего на 0,005 с (при $t_i^\infty = 1,31$ с). При докритической экспозиции после отсечки потока образуется выпуклый температурный профиль, пластина все время остается источником тепла, идущего на создание расширяющегося теплового слоя. Быстро понижающаяся температура поверхности реагента не дает возможностей для развития химической реакции.

Если время экспозиции превышает критическое, то после отсечки импульса тепловой пограничный слой продолжает расти, откачивая тепло из пластины, но достаточно высокая температура, сохраняющаяся в экране, при некотором значении толщины теплового слоя возбуждает прогрессирующее химическое тепловыделение. Без экрана зажигание происходит непосредственно на поверхности конденсированного вещества. Аналогичная ситуация и в случае непрерывного подвода тепла через экран. При импульсном зажигании в течение некоторого времени развития процесса экран может стать стоком тепла (см. рис. 6). Поэтому точка воспламенения сдвигается в глубь вещества. Чем меньше время экспозиции, тем дальше от поверхности находится координата зажигания. Эта зависимость носит резкий характер, подобный зависимости $t_i(t_3)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1967.
2. Виллюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ.— Новосибирск: Наука, 1984.
3. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности.— М.: Наука, 1975.
4. Дик И. Г., Зурер А. Б. ФГВ, 1982, 18, 4, 16.
5. Зельдович Я. Б. Докл. АН СССР, 1963, 150, 2, 283.
6. Merzhanov A. G., Averson A. E. Comb. Flames, 1971, 16, 86.

*Поступила в редакцию 22/III 1988,
после доработки — 7/VI 1988*

УДК 536.46

АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОЙ КАРТИНЫ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ОЧАГА РАЗОГРЕВА

*Б. С. Сеплярский, С. Ю. Афанасьев
(Куйбышев)*

Для конденсированных реакционноспособных веществ очень большое значение имеет тепловой взрыв, начинающийся в отдельных малых объемах — очагах воспламенения, нагретых до высокой температуры. Подобные очаги образуются при механических воздействиях на химически активное вещество: ударе и трении. Анализ очагового воспламенения в простейшей постановке проведен в работе [1] путем численного решения на ЭВМ.

В общепринятых приближениях тепловой взрыв плоского П-образного очага разогрева при протекании в нем реакции нулевого порядка описывается уравнением

$$\begin{aligned} \partial\Theta/\partial\tau &= \partial^2\Theta/\partial\xi^2 + \exp(\Theta/(1 + \beta\Theta)), \\ \tau = 0: \Theta &= \begin{cases} 0, & \xi \leq R_0, \\ -\Theta_n, & \xi > R_0, \end{cases} \\ \xi = 0, \xi = \infty: \partial\Theta/\partial\xi &= 0. \end{aligned}$$

Безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \Theta &= (T - T_0) E/RT_0^2, & \xi &= r (\lambda RT_0^2 \exp(E/RT_0)/(Q\rho k_0 E))^{-0.5}, \\ \Theta_n &= (T_0 - T_n) E/RT_0^2, & \tau &= t Q k_0 E \exp(-E/RT_0)/(c RT_0^2), \\ \beta &= RT_0/E, & Fk &= r_0^2 Q \rho k_0 E \exp(-E/RT_0)/(\lambda RT_0^2) = R_0^2, \end{aligned}$$

где Fk — параметр Франк-Каменецкого; T_0 — температура очага; T_n — температура среды; r_0 — размер очага; t — время; E — энергия активации; k_0 — предэкспонент; Q — тепловой эффект реакции; λ — коэффициент теплопроводности; c — теплоемкость; ρ — плотность.

Авторами разработан метод приближенного анализа критических условий очагового воспламенения, учитывающий следующие характерные особенности процесса:

1) период индукции очагового теплового взрыва много меньше времени тепловой релаксации очага. Отсюда следует, что за время развития процесса в очаге успевает остыть только лишь слой вещества у поверхности ($\xi = R_0$) очага, а вещество в центральной части очага охлаждается слабо;

2) для очагового воспламенения необходимы большие начальные перепады температуры очага и окружающей его среды ($\Theta_n > 4$). По-