

В заключение отметим, что полученные результаты могут оказаться полезными при выработке представлений об аэродинамике облака горящих частиц, взвешенных в холодном газе над плоской горизонтальной поверхностью. Разлет и деление облака, характерная газодинамическая картина, образованная восходящими и нисходящими течениями, могут возникать, если время сгорания частиц больше характерных времен развития конвекции в газе и времени осаждения. Расчеты, проведенные при больших H , показали, что отмеченные выше особенности эволюции облака (см. фиг. 1—3) сохраняются и при его падении в безграничном пространстве; зависимости, представленные на фиг. 4, 5, качественно ведут себя примерно так же.

Поступила 21 V 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Фуке Н. А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
2. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Численное исследование падения совокупности монодисперсных частиц на плоскую горизонтальную поверхность. Препринт № 191. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1981.
3. Дорфман А. Л. Численное исследование двухфазных течений с вязкой несущей фазой. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 3.
4. Кульбицкий Ю. Н. Расчет движения многих частиц в однородном вязком потоке с учетом их гидродинамического взаимодействия. Препринт № 4. М.: Сектор механики неоднородных сред, 1980.
5. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
6. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Разностная схема для численного исследования нестационарных двумерных движений сжимаемого газа. Препринт № 113. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1978.
7. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа. — ИФЖ, 1980, т. 38, № 3.
8. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.
9. Скорер Р. Аэродинамика окружающей среды. М.: Мир, 1980.

УДК 532.546

ДВУХФАЗНАЯ ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ РАСТВОРОМ АКТИВНОЙ ПРИМЕСИ

П. Г. Бедриковецкий

(Москва)

Среди новых методов повышения нефтеотдачи пластов важное место занимают процессы вытеснения нефти растворами активных примесей: углекислого газа, поверхностно-активных веществ. Ранее были получены автомоделные решения задач фронтального вытеснения нефти слабоконцентрированными растворами примесей [1, 2]. При высоких концентрациях закачиваемого раствора переход примеси из нагнетаемой фазы в нефтяную приводит к увеличению подвижности нефти и заметно влияет на процесс вытеснения. В [3] получены решения задач вытеснения растворами любых концентраций в предположении постоянства плотностей фаз. В [4] выведена система уравнений, описывающая процесс вытеснения нефти растворителем высокой концентрации для любых плотностей фаз в предположении сохранения суммарного объема фаз при растворении, а также получены некоторые решения задач фронтального вытеснения. В данной работе эта система уравнений рассмотрена применительно к активной примеси, которая может растворяться в воде и в нефти, но не вызывает межфазный массообмен водным и нефтяным компонентами. Исследована задача о распаде произвольного разрыва, и получены автомоделные решения задач фронтального вытеснения для произвольных значений заводненности пласта и любых видов функции распределения примеси по фазам. Из решения задачи о структуре разрыва получены условия устойчивости обобщенного решения. Исследованы типичные взаимодействия простых и ударных волн, и получены решения задач о вытеснении нефти оторочкой пласта активной примесью, продвигаемой по пласту водой.

1. Анализ исходной системы уравнений. В процессе вытеснения примесь распределена между водной и нефтяной фазами. Система уравнений двухфазной трехкомпонентной фильтрации состоит из уравнений нераз-

рывности для водного, нефтяного и активного компонентов [5]. При рассмотрении крупномасштабных процессов вытеснения пренебрегаем капиллярным скачком давления между фазами, диффузией примеси и неравновесностью распределения примеси по фазам. Пренебрегаем адсорбцией примеси. Предполагаем, что в процессе распределения примеси по фазам сохраняется суммарный объем смеси

$$\rho_I = c\rho_A + (1 - c)\rho_W, \quad \rho_{II} = \varphi\rho_A + (1 - \varphi)\rho_O,$$

где ρ_I, ρ_{II} — плотности водной и нефтяной фаз; ρ_A, ρ_W и ρ_O — плотности компонентов примеси, воды и нефти; c, φ — объемные концентрации примеси в водной и нефтяной фазах. Тогда зависимость между массовыми концентрациями примеси в нефтяной и водной фазах, существующая в состоянии термодинамически равновесного распределения примеси по фазам, переписывается в виде зависимости между объемными концентрациями — функции распределения примеси по фазам $\varphi = \varphi(c)$. Суммарный поток фаз сохраняется, и каждое из уравнений неразрывности для компонентов является следствием двух других. Система двухфазной трехкомпонентной фильтрации принимает вид [4]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \{(1 - c)s\} + \frac{\partial}{\partial x} \{(1 - c)F\} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{cs + \varphi(1 - s)\} + \frac{\partial}{\partial x} \{cF + \varphi(1 - F)\} = 0,$$

где x — отношение порового объема, отсчитываемого по пласту от нагнетательной скважины (галереи), к объему оторочки; t — отношение объема прокачанной жидкости к объему оторочки; $s(x, t)$ — насыщенность порового пространства водной фазой; $F(s, c)$ — функция Баклея—Леве-ретта, равная доле водной фазы в потоке. На фиг. 1 кривая $c = 0$ — график зависимости $F = F(s, 0)$.

Перейдем в системе (1.1) к неизвестным $C_W = (1 - c)s$ (объемная концентрация воды в потоке) и $U_W = (1 - c)F$ (объемная доля воды в суммарной скорости фильтрации обеих фаз):

$$(1.2) \quad \frac{\partial C_W}{\partial t} + \frac{\partial U_W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\alpha C_W + \varphi) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha U_W + \varphi) = 0,$$

$$\alpha(c) = (c - \varphi)(1 - c)^{-1}, \quad \varphi'(c) > 0, \quad \varphi(0) = 0.$$

Кривые $F = F(s, c)$, $c = \text{const}$ перестраиваются в кривые $U_W = U_W(C_W, c)$, $c = \text{const}$ сжатием в $(1 - c)$ раз по осям C_W и U_W . На фиг. 1 кривая $c = c^0$ — график зависимости $U_W = U_W(C_W, c^0)$. В силу зависимости $U_W = U_W(C_W, c)$ в качестве неизвестных для системы (1.2) будем рассматривать как (C_W, c) , так и (C_W, U_W) .

Система (1.2) является гиперболической системой двух квазилинейных уравнений. Запишем ее в инвариантах Римана [6].

Собственным значениям гиперболической системы

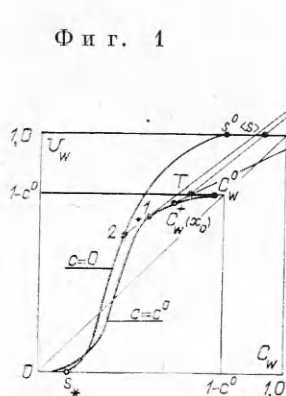
$$\xi_1 = \frac{\partial U_W}{\partial C_W}, \quad \xi_2 = (U_W + \varphi'/\alpha')(C_W + \varphi'/\alpha')^{-1}$$

соответствуют два семейства простых волн

$$(1.3) \quad \frac{dU_W}{dC_W} = \frac{\partial U_W}{\partial C_W} = \xi_1, \quad \frac{dU_W}{dC_W} = \frac{U_W + \varphi'/\alpha'}{C_W + \varphi'/\alpha'} = \xi_2$$

и два семейства характеристик

$$(1.4) \quad dx/dt = \xi_1, \quad dI(C_W, U_W)/dt = 0; \quad dx/dt = \xi_2, \quad dc(C_W, U_W)/dt = 0.$$



Инвариантом, постоянным вдоль C_W -характеристик (первое уравнение (1.4)), является произвольная функция $I = I(C_W, U_W)$, постоянная вдоль траекторий векторного поля, которое задается вторым уравнением (1.3), и монотонно меняющаяся от траектории к траектории. Инвариантом, постоянным вдоль c -характеристик (второе уравнение (1.4)), является концентрация c примеси в водной фазе. При преобразовании годографа $(x, t) \rightarrow (C_W(x, t), U_W(x, t))$ C_W -характеристики перейдут в простые c -волны (второе уравнение (1.3)), а c -характеристики — в простые C_W -волны (первое уравнение (1.3)). Характеристические скорости системы суть ξ_1 и ξ_2 . Простой C_W -волне на фазовой плоскости системы (C_W, U_W) соответствует линия $c = \text{const}$. Простой c -волне на плоскости (C_W, U_W) соответствует траектория, касательная к которой в каждой точке $\{C_W, U_W(C_W, c)\}$ проходит через точку (R', R') , $R' = -\varphi'/\alpha'$.

На плоскости (C_W, C_A) (C_A — объемная концентрация примеси в обеих фазах) точками будем изображать объемные составы водной $M(1-c, c)$, нефтяной $L(0, \varphi(c))$ и обеих фаз $K(C_W, C_A)$ соответственно (фиг. 2). Из формул $C_W = (1-c)s$, $C_A = cs + \varphi(1-s)$ следует, что точки K, L и M лежат на одной прямой, а насыщенности фаз определяются по правилу рычага $s = KL/LM$, $1-s = KM/LM$. Если известна зависимость $\varphi = \varphi(c)$, то треугольник $\{C_W \geq 0, C_A \geq 0, C_W + C_A \leq 1\}$ покрывается прямыми LM , которые будем называть нодами. На фиг. 2 рассмотрен случай примеси, преимущественно растворимой в нефти $\varphi > c$, ноды наклонены к оси C_W под тупым углом $\text{arctg } \alpha$. Если примесь растворима в воде лучше, чем в нефти, то тангенс угла наклона нод $\alpha > 0$.

2. Разрывные решения. Гиперболическая система законов сохранения (1.2) допускает разрывные решения. Условия Гюгонио баланса массы воды и баланса массы примеси на разрыве имеют вид [6]

$$[C_W]V = [U_W], \quad [\alpha C_W + \varphi]V = [\alpha U_W + \varphi],$$

где $[A]$ — скачок величины A , равный разности значений перед разрывом A^+ и за разрывом A^- ; V — скорость разрыва.

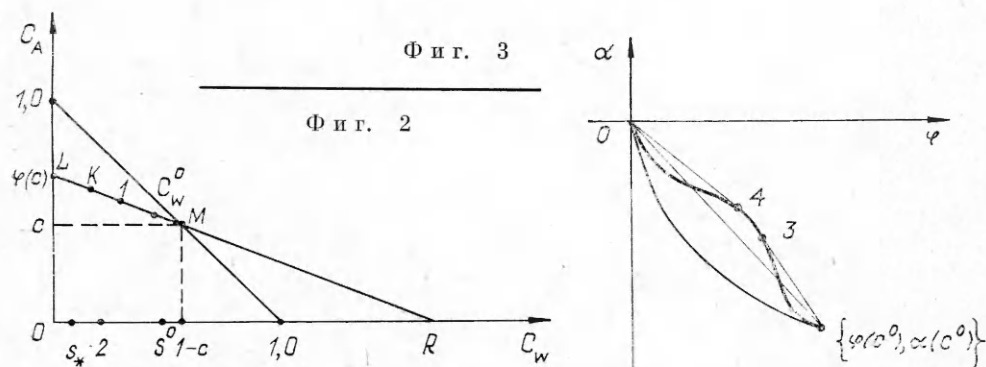
При $[c] \neq 0$ условия Гюгонио преобразуются к виду

$$(2.1) \quad V = \{U_W^+ + [\varphi]/[\alpha]\} \{C_W^+ + [\varphi]/[\alpha]\}^{-1},$$

а при $[c] = 0$ — к виду

$$(2.2) \quad V = (U_W^+ - U_W^-)(C_W^+ - C_W^-)^{-1}.$$

Условие (2.1) означает, что точки (C_W^-, U_W^-) и (C_W^+, U_W^+) лежат на одной прямой, проходящей через точку $\{-[\varphi]/[\alpha], -[\varphi]/[\alpha]\}$. Наклон прямой равен скорости разрыва. Пусть две ноды, соответствующие значениям c^+ и c^- на плоскости (C_W, C_A) , пересекаются в точке с координатами (R, T) . Тогда имеем $\varphi^\pm - T = -R\alpha^\pm$, $R = -[\varphi]/[\alpha]$ — абсцисса точки пересечения нод. Устремляя $[c]$ к нулю, получим, что $R' = -\varphi'/\alpha'$ — абсцисса мгновенного центра вращения ноды.



В тех точках фазовой плоскости (C_w, U_w) , где $dR'/dc = 0$, выполняется равенство $d\xi_2/d\xi = 0$. Поэтому гиперболическая система (1.2) не является выпуклой (истинно нелинейной) [7]. В случае $dR'/dc = 0$ имеем $d\xi_2/d\xi \equiv 0$, и простые c -волны переходят в контактные c -разрывы. При этом имеем $R = R' = \text{const}$, $\varphi = -R\alpha$. Инвариант Римана, постоянный вдоль C_w -характеристик, выражается в явном виде $I = (R - U_w)(R - C_w)^{-1}$. Условия на c -разрыве (2.1) в этом случае принимают вид $V = I^\pm$. Все ноды на плоскости (C_w, C_A) пересекаются в одной точке с координатами $(R, 0)$. Зависимость объемной концентрации примеси в нефти от объемной концентрации примеси в воде при этом имеет лэнгмюровский вид $\varphi = Rc(R - 1 + c)^{-1}$. Зависимость между массовыми концентрациями также лэнгмюровская.

В качестве критерия устойчивости разрыва в гиперболической системе (1.2) принимаем следующие два условия:

1) общее число характеристик в зоне перед скачком со скоростью, не большей скорости разрыва, и в зоне за скачком со скоростью, не меньшей скорости разрыва, равно трем;

2) в интервале между c^- и c^+ знак выражения

$$\{\varphi(\alpha) - \varphi(c^-) - (\alpha - \alpha(c^-)) [\varphi]/[\alpha]\}$$

совпадает со знаком разности $(c^+ - c^-)$.

Условие 1 совпадает с обобщением условия устойчивости разрыва в форме Лакса на случай невыпуклых гиперболических систем, когда проходящими на разрыв считаются характеристики, скорость которых равна скорости разрыва [7]. Это условие обеспечивает однозначную разрешимость линеаризованной задачи о взаимодействии разрыва с малым возмущением; при этом разрыв устойчив относительно взаимодействия с малым возмущением.

Нелинеаризованная задача о взаимодействии разрыва с малым возмущением исследуется построением преобразования годографа с использованием записи системы (1.2) в инвариантах Римана. В случае выполнения условия Лакса 1, но невыполнения условия 2 происходит опрокидывание фронта малого возмущения до того, как это возмущение успевает достигнуть разрыва. Образуется сложная конфигурация, которая со временем не сходится к исходному разрыву. Если условия 1, 2 выполнены, то при решении нелинеаризованной задачи о взаимодействии разрыва с малым возмущением характеристики приносят на разрыв такое количество соотношений, которое вместе с условиями Гюгонно однозначно определяет величины c^-, c^+, C_w^-, C_w^+ и V ; разрыв устойчив.

Из условий 1, 2 следует известное обобщение условия устойчивости О. А. Олейник на случай невыпуклых гиперболических систем: разрыв устойчив, если точки (C_w^-, U_w^-) и (C_w^+, U_w^+) могут быть соединены непрерывной кривой $(C_w(\eta), U_w(\eta))$, на которой выполнены условия Гюгонно для скачка $(C_w^-, U_w^-) \rightarrow (C_w(\eta), U_w(\eta))$, причем $\forall \eta V(\eta) \geq V$ [7]. По сравнению с условием Лакса 1 условие Олейник добавляет требование, чтобы на плоскости (α, φ) параметрически заданная кривая $\{\alpha(c), \varphi(c)\}$ не пересекала отрезка, соединяющего точки за разрывом и перед ним (фиг. 3).

Условия Гюгонно и условия устойчивости 1, 2 являются условиями существования структуры при введении в систему (1.1) капиллярного скачка давления между фазами и кинетики процесса растворения примеси в нефтяной фазе:

$$(2.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} \{(1-c)s\} + \frac{\partial}{\partial x} \{(1-c)F\} = \hbar A^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (1-c) A(s, c) \frac{\partial s}{\partial x} \right\},$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{cs + \varphi'(1-s)\} + \frac{\partial}{\partial x} \{cF + \varphi'(1-F)\} = \hbar A^0 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (c - \varphi') A(s, c) \frac{\partial s}{\partial x} \right\},$$

$$\partial \varphi' / \partial t = [\varphi(c) - \varphi'] / \hbar \tau, \quad A(s, c) > 0, \quad A^0 = \text{const}.$$

Здесь φ' — текущее значение концентрации примеси в нефтяной фазе; τ — характерное время установления термодинамически равновесного распределения примеси в обеих фазах; \hbar — малый параметр. Соотношение $\varphi' = \varphi(c)$, соответствующее равновесному распределению примеси по фазам, заменено уравнением линейной кинетики растворения примеси в нефтяной фазе.

Разрыв $(s^-, c^-) \rightarrow (s^+, c^+)$ в решении системы (1.1) допускает структуру (2.3), если он может быть получен как предел решений системы (2.3) при $\hbar \rightarrow 0$. В окрестности разрыва при малых \hbar ищем решение в виде бегущей волны $s(\omega)$, $c(\omega)$, $\varphi'(\omega)$, где $\omega = (x - Vt)/\hbar$. После подстановки вида решения в систему (2.3) получим систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений. Проинтегрируем первые два уравнения по ω с точностью до констант

$$(2.4) \quad \begin{aligned} A^0(1-c)A(s, c)ds/d\omega &= (1-c)F - V(1-c)s + \text{const}, \\ A^0(c - \varphi')A(s, c)ds/d\omega &= cF + \varphi'(1-F) - V\{cs + \varphi'(1-s)\} + \\ &+ \text{const}, \\ d\varphi'/d\omega &= (\varphi' - \varphi(\omega))/V\tau. \end{aligned}$$

Если $\hbar \rightarrow 0$, то $\omega \rightarrow \infty$ при $x - Vt > 0$ и $\omega \rightarrow -\infty$ при $x - Vt < 0$. Тогда условие существования структуры (2.3) есть условие существования непрерывного решения следующей краевой задачи для системы (2.4):

$$(2.5) \quad s(\pm\infty) = s^\pm, \quad c(\pm\infty) = c^\pm, \quad \varphi'(\pm\infty) = \varphi(c^\pm).$$

Если разрешима краевая задача (2.5), то точки $\{s^-, c^-, \varphi(c^-)\}$ и $\{s^+, c^+, \varphi(c^+)\}$ являются особыми для векторного поля (2.4). Из этого следуют условия Гюгонио для системы (1.1). Вычитая из первого уравнения (2.4), умноженного на $c - \varphi'$, второе уравнение, умноженное на $1 - c$, получим $\{\varphi' - \varphi(c^-)\} \{\alpha(c) - \alpha(c^-)\}^{-1} = R$. Это означает, что точки $\{\varphi'(\omega), \alpha(\omega)\}$ лежат на отрезке, соединяющем точки $\{\varphi(c^-), \alpha(c^-)\}$ и $\{\varphi(c^+), \alpha(c^+)\}$. Выразим отсюда c через φ' и подставим в третье уравнение (2.4)

$$(2.6) \quad d\varphi'/d\omega = \{\varphi' - \varphi(c(\varphi'))\}/V\tau.$$

Краевая задача $\varphi'(\pm\infty) = \varphi(c^\pm)$ разрешима тогда и только тогда, когда знак разности $(c^+ - c^-)$ совпадает со знаком правой части уравнения (2.6) [6]. При $c^+ < c^-$ это означает, что отрезок прямой, соединяющий точки $\{\varphi(c^-), \alpha(c^-)\}$ и $\{\varphi(c^+), \alpha(c^+)\}$, лежит выше кривой $\{\varphi(c), \alpha(c)\}$. Получено условие устойчивости 2. Физическая интерпретация факта $\varphi' < \varphi(c)$ состоит в том, что при $c^+ < c^-$ в окрестности разрыва равновесная концентрация примеси в нефти больше текущей концентрации, вследствие чего переход примеси происходит из вытесняющей фазы в вытесняемую. В окрестности разрыва процесс перераспределения примеси между фазами однонаправлен.

Т е о р е м а. Краевая задача (2.5) для системы (2.4) однозначно разрешима тогда и только тогда, когда выполнены условия Гюгонио и условия устойчивости 1, 2.

3. Построение автомодельных решений. Рассмотрим процесс вытеснения нефти раствором активной примеси концентрации c^0 из неразработавшегося пласта с насыщенностью s_* связанной воды. Соответствующие начальные и граничные условия для системы (1.2) имеют вид

$$(3.1) \quad C_W(x, 0) = s_*, \quad c(x, 0) = 0, \quad C_W(0, t) = C_W^0, \quad c(0, t) = c^0.$$

Здесь $C_W^0 = (1 - c^0)s^0(c^0)$; $s^0(c^0)$ — предельная насыщенность вытесняющей фазы при применении раствора примеси концентрации c^0 . Условию на нагнетательной скважине (галерее) соответствует точка C_W^0 , лежащая на ноде $c = c^0$ (см. фиг. 2). Условию в пласте соответствует точка s_* , лежащая на прямой $C_A = 0$, примесь отсутствует.

Задача (3.1) является задачей о распаде разрыва для системы (1.1). Она допускает автомодельное решение $C_W(\xi), c(\xi), \xi = x/t$. Автомодельное решение системы (1.1) может состоять из следующих элементов:

- центрированных C_W -волн; соответствующий участок на фазовой плоскости системы (C_W, U_W) будем обозначать C_W ;
 - центрированных c -волн; соответствующий участок движения на плоскости (C_W, U_W) будем обозначать c ;
 - C_W -разрывов; соответствующее обозначение $(C_W^-, c) - J \rightarrow (C_W^+, c)$;
 - c -разрывов; обозначение $(C_W^-, c^-) - Jc \rightarrow (C_W^+, c^+)$;
 - зон покоя, т. е. постоянства значений C_W и c ; обозначение P .
- Автомодельная подстановка приводит условия (3.1) к виду

$$(3.2) \quad C_W(0) = C_W^0, c(0) = c^0, C_W(\infty) = s_*, c(\infty) = 0.$$

Решение задачи (3.2) состоит в нахождении такого пути $(C_W(\xi), U_W(\xi))$ на плоскости (C_W, U_W) , который соединяет точки (C_W^0, c^0) и $(s_*, 0)$ и может состоять из пяти перечисленных выше элементов.

Рассмотрим вначале случай такой функции распределения примеси по фазам $\varphi = \varphi(c)$, когда на интервале между значениями $c = 0$ и $c = c^0$ на плоскости (φ, α) отрезок, соединяющий точки $(0, 0)$ и $\{\varphi(c^0), \alpha(c^0)\}$, лежит не ниже кривой $\{\varphi(c), \alpha(c)\}$. Проведем из точки $O_c(R, R)$, где $R = -\varphi(c^0)/\alpha(c^0)$, касательную $O_c - I - 2$ к кривой $c = c^0$ (см. фиг. 1).

Путь, соответствующий решению задачи (3.2), состоит из движения в простой C_W -волне от точки C_W^0 до точки I , c -скачка из точки I в точку 2 со скоростью V_1 , зоны покоя в точке 2 и C_W -скачка из точки 2 в точку s_* со скоростью D :

$$(3.3) \quad (C_W^0, c^0) - C_W - (C_W^1, c^0) - Jc \rightarrow (C_W^2, 0) - P - J \rightarrow (s_*, 0).$$

Оба скачка, входящие в решение, устойчивы. Их скорости находятся из условий на разрывах. Аналогично [9] можно показать, что на c -разрыве выполняются условия Жуге $V_1 = \partial U_W(C_W^1, c^0)/\partial C_W$.

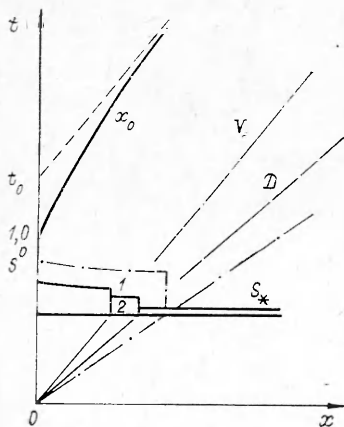
Автомодельное решение имеет следующий вид:

$$x/t = \partial U_W / \partial C_W, c = c^0, 0 < x/t < V_1 = \partial U_W(C_W^1, c^0) / \partial C_W = (U_W^1 - R)(C_W^1 - R)^{-1},$$

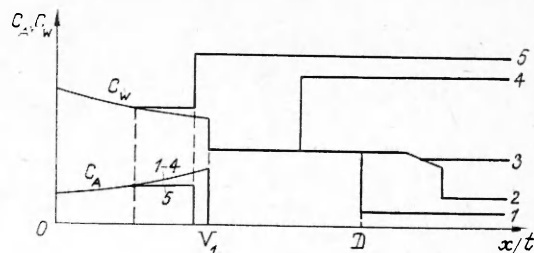
$$C_W = C_W^2, c = 0, V_1 = (U_W^2 - R)(C_W^2 - R)^{-1} < x/t < D,$$

$$C_W = s_*, c = 0, D = U_W(C_W - s_*)^{-1} < x/t < \infty.$$

На фиг. 4 при $t < 1$ приведены профили распределения по пласту концентраций воды и примеси при вытеснении нефти раствором активной примеси (сплошная линия) и водой (штриховая). Структура зоны вытеснения такова: за зоной вытесняемой нефти идет водонефтяной вал без примеси, затем — зона раствора примеси, концентрация которого в водной фазе равна c^0 . Обводненность продукции в зоне вала равна U_W^2 (точка 2 на фиг. 1—3). Появление водонефтяного вала связано с наличием в пласте воды до начала разработки. Раство-



Ф и г. 4



Ф и г. 5

римость примеси в нефти увеличивает отставание фронта вытеснения $x = Dt$ от фронта концентрации закачиваемой примеси $x = V_1 t$. При увеличении значения $\varphi(c)$ скорость V_1 уменьшается, D увеличивается, зона водонефтяного вала расширяется.

На фронте $x = V_1 t$ происходит полный скачок концентрации. Изображающая точка на фиг. 1, 2 движется от точки C_W^0 на скважине до точки 1 на фронте. При этом концентрация примеси возрастает от C_A^0 до C_A^1 (см. фиг. 2). Возрастание концентрации примеси по пласту от начальной скважины является интересной особенностью, связанной с преимущественным растворением примеси в нефти. Если примесь лучше растворяется в воде, то при движении вдоль ноды $c = c^0$ от точки C_W^0 к точке 1 величина C_A уменьшается. Из фиг. 3 видно, что по сравнению с обычным заводнением использование примеси увеличивает период безводной эксплуатации и снижает объемную концентрацию воды. За счет перехода части примеси в вытесняемую фазу и уменьшения величины остаточной нефтенасыщенности при вытеснении нефти раствором активной примеси $\{1 - s^0(c^0)\} \{1 - \varphi(c^0)\}$ по сравнению с обычным заводнением $1 - s^0$ увеличивается степень вытеснения на заключительной стадии разработки.

На фиг. 5 приведены профили распределения величины C_W и C_A для различных значений начальной заводненности пласта $s(x, 0)$. Кривая 1 соответствует значениям $s_* < s(x, 0) < s'$, s' — точка пересечения касательной к кривой $c = 0$ в точке 2 с кривой $c = 0$. Кривая 2 построена для значений $s' < s(x, 0) < s''$, где s'' — точка перегиба кривой $c = 0$. C_W -скачку в точке $s(x, 0)$ предшествует движение в центрированной C_W -волне вдоль кривой $c = 0$. Профиль величины C_W в начальный период обводнения совпадает с профилем водонасыщенности при обычном заводнении. Это же имеет место при $s'' < s(x, 0) < C_W^2$ (кривая 3). Кривая 4 соответствует довытеснению нефти из сильно обводненного пласта с начальной водонасыщенностью $s(x, 0) > C_W^2$. Часть примеси из вытесняющей фазы переходит в нефтяную фазу, что увеличивает ее насыщенность и подвижность. При малых c^0 , когда прямая, проходящая через точки O_c и $s(x, 0)$, пересекает кривую $c = c^0$, возникает ситуация довытеснения, соответствующая кривой 5. За невозмущенной зоной вытесняемых нефти и воды идет нефтяное плато, содержащее примесь. Отставания фронта примеси от фронта вытеснения не происходит.

Рассмотрим случай произвольной кривой $\{\varphi(c), \alpha(c)\}$. Построим выпуклую оболочку кривой на интервале $(0, c^0)$ — график минимальной выпуклой функции $\varphi = \varphi(\alpha)$, точки которой лежат не выше кривой (см. фиг. 3). Оболочка состоит из участков дуг кривой и касательных к кривой. Из фиг. 3 видно, что $\varphi'(c_3)/\alpha'(c_3) = \{\varphi(c_3) - \varphi(c^0)\}/\{\alpha(c_3) - \alpha(c^0)\} = -R_3$, $\varphi'(c_4)/\alpha'(c_4) = \varphi(c_4)/\alpha(c_4) = -R_4$. В автомодельном решении задачи фронтального вытеснения (3.1) переход из зоны $c = c^0$ в зону вала $c = 0$ осуществляется не полным c -скачком, а последовательностью c -скачков и центрированных c -волн. Участкам дуг кривой $\{\varphi(c), \alpha(c)\}$ в ее оболочке соответствуют c -волны, касательным — соответствуют c -скачки. Решению задачи (3.1) для случая кривой, изображенной на фиг. 3, на плоскости (C_W, U_W) соответствует путь

$$(C_W^0, c^0) - C_W - (C_W^1, c^0) - Jc \rightarrow (C_W^3, c_3) - c - (C_W^4, c_4) - Jc \rightarrow (C_W^2, 0) - P - J \rightarrow (s_*, 0).$$

Скорости первого и второго c -скачков в решении находятся из условий Гюгонио на разрыве и условия Жуге

$$V_3 = \frac{\bar{R}_3 - U_W(C_W^1, c^0)}{R_3 - C_W^1} = \frac{\partial U_W(C_W^1, c^0)}{\partial C_W}, V_4 = \frac{R_4 - U_W(C_W^4, c_4)}{R_4 - C_W^4}.$$

Между зоной закачиваемого раствора $c = c^0$ и валом $c = 0$ появляется зона, в которой величина c непрерывно меняется от c_3 до c_4 .

Заметим, что для рассматриваемой кривой $\{\varphi(c), \alpha(c)\}$ задача (3.1) допускает автомодельное решение (3.3), в котором полный скачок концентрации устойчив по Лаксу, но неустойчив по Олейник. Можно доказать, что задача о распаде произвольного разрыва для гиперболической системы (1.1) имеет единственное обобщенное автомодельное решение, на разрывах которого выполняются условия устойчивости 1, 2.

4. **Вытеснение нефти оторочкой раствора активной примеси.** Ввиду высокой стоимости примесей их растворы закачивают в виде конечных объемов (оторочек), продвигаемых по пласту водой. Соответствующие начальные и граничные условия для системы (1.2) имеют вид

$$(4.1) \quad C_W(x, 0) = s_*, \quad c(x, 0) = 0, \quad C_W(0, t) = \begin{cases} C_W^0, & t < 1, \\ 1, & t > 1, \end{cases}$$

$$c(0, t) = \begin{cases} c^0, & t < 1, \\ 0, & t > 1. \end{cases}$$

До момента $t = 1$ в пласт закачивают раствор примеси, после — воду. При $t < 1$ решение задачи (4.1) совпадает с автомодельным решением задачи фронтального вытеснения нефти раствором примеси. В момент $t = 1$ происходит распад разрыва граничного условия $C_W = 1$, $c^- = 0$, $C_W^+ = C_W^0$, $c^+ = c^0$ и начинается взаимодействие конфигурации распада с C_W -волной автомодельного решения.

Рассмотрим контактный случай лэнгмюровской функции распределения примеси по фазам $\varphi = -R\alpha$. Конфигурации распада разрыва граничного условия соответствует путь на плоскости (C_W, U_W) $(1, 0) \rightarrow J \rightarrow (s_5, 0) \rightarrow P \rightarrow Jc \rightarrow (C_W^0, c^0)$. Согласно условию (2.1), точка s_5 лежит на пересечении прямых $O_c - (C_W^0, c^0)$ и $U_W = 1$. Образовавшийся контактный c -разрыв $x_0(t)$ — тыл оторочки — распространяется вдоль c -характеристики. На нем происходит полный скачок концентрации $c^-(x_0) = 0$, $c^+(x_0) = c^0$. Поскольку в области центрированной волны выполняется неравенство $x/t = \partial U_W / \partial C_W < (R - U_W)(R - C_W)^{-1} = dx_0/dt$, все C_W -характеристики — лучи центрированной C_W -волны — пересекают линию разрыва $x = x_0(t)$. Они приносят на линию разрыва x_0 значения инварианта I^+ . Отсюда имеем

$$(4.2) \quad x_0/t = \partial U_W(C_W^+(x_0), c^0) / \partial C_W, \quad dx_0/dt = I^\pm(x_0).$$

При движении разрыва в центрированной волне величина $C_W^+(x_0)$ убывает от C_W^0 до C_W^1 , скорость разрыва возрастает до величины V_1 (см. фиг.1).

Проинтегрируем второе уравнение (1.2) по области плоскости (x, t) , ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (0, 0)$ (см. фиг. 4). Согласно формуле Грина, интеграл по этому контуру от дифференциальной формы $\Theta_A = (\alpha U_W + \varphi)dt - (\alpha C_W + \varphi)dx$ равен нулю. Форма Θ_A имеет смысл объемного потока примеси. Интеграл от Θ_A по отрезку $(0, 0) \rightarrow (0, 1)$ равен $\alpha(c^0)(1 - c^0) + \varphi(c^0) = c^0$. Поскольку $c^-(x_0) = 0$, интеграл от Θ_A по кривой $x_0(t)$ равен нулю. Физический смысл этого факта состоит в том, что через линию контактного разрыва не происходит перетока примеси. Поэтому интеграл от формы Θ_A по отрезку $(0, 0) \rightarrow (x_0, t)$ не зависит от времени и является первым интегралом движения $x = x_0(t)$ [10]:

$$(4.3) \quad R - 1 + c^0 = \Delta(C_W^+(x_0), c^0)t, \quad \Delta(C_W, c) = R - U_W(C_W, c) - (R - C_W)\partial U_W / \partial C_W.$$

Из системы двух трансцендентных уравнений, состоящей из первых уравнений (4.2), (4.3), для любого момента времени t однозначно определяются величины $C_W^+(x_0)$ и x_0 . Из условий на разрыве (второе уравнение (4.2)) определяется $C_W^-(x_0)$.

Система (4.2), (4.3) может быть решена геометрическим построением на плоскости (C_W, U_W) [11]. Проведем касательную к кривой $c = c^0$ в точке $C_W^+(x_0)$ до пересечения с прямыми $C_W = R$ и $U_W = R$ в точках E и N соответственно (см. фиг. 1). Тогда в силу (4.3) имеем

$$\begin{aligned} O_c E &= R - U_W(C_W^+(x_0), c^0) - (R - C_W^+(x_0)) \partial U_W / \partial C_W = (R - 1 + c^0) / t, \\ O_c N &= O_c E (\partial U_W / \partial C_W)^{-1} = (R - 1 + c^0) / x_0. \end{aligned}$$

Для нахождения положения тыла оторочки в момент t надо отложить отрезок $O_c E$ и провести касательную к кривой $c = c^0$. Точка $C_W^-(x_0)$ лежит на пересечении прямой $O_c - C_W^+(x_0)$ и кривой $c = 0$.

В зоне проталкивающей воды $c = 0$, и задача (4.1) для системы (1.2) сводится к смешанной задаче $C_W(0, t) = 1$, $C_W(x_0, t) = C_W^-(x_0(t))$ для первого уравнения (1.2). Значения $C_W^-(x_0)$ переносятся в зону проталкивающей воды $0 < x < x_0$ вдоль C_W -характеристик. На фиг. 1 $C_W^-(x_0) > s^0$, наклон C_W -характеристик равен нулю, нефтяная фаза неподвижна, полное обводнение продукции наступает в момент достижения тылом оторочки добывающей галереи.

При $t \rightarrow \infty$ имеем $C_W^+(x_0) \rightarrow C_W^1$, $dx_0/dt \rightarrow V_1$; объем оторочки $\Omega(t) = V_1 t - x_0(t)$ возрастает. Проинтегрируем второе уравнение (1.2) по области плоскости (x, t) , ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (x_0, t) \rightarrow (V_1 t, t) \rightarrow (0, 0)$. Поскольку интегралы от формы Θ_A по линиям контактных разрывов $x = x_0(t)$ и $x = V_1 t$ равны нулю, имеем

$$c' = \int_{x_0(t)}^{V_1 t} \{ \alpha(c^0) C_W(x, t) + \varphi(c^0) \} dx.$$

Полученное выражение имеет смысл баланса примеси в оторочке. Устремив в нем $t \rightarrow \infty$, получим $\Omega(\infty) = (R - 1 + c^0) (R - C_W^1)^{-1}$. Объем оторочки со временем стабилизируется. Поэтому при плоскопараллельном вытеснении толщина оторочки со временем стабилизируется, при радиальном — асимптотически уменьшается до нуля. С момента $t = 1$ объем оторочки увеличится в $t_0 = (R - 1 + c^0) (R - U_W^1)^{-1}$ раз. Тыл оторочки имеет наклонную асимптоту $x = V_1(t - t_0)$ (см. фиг. 4).

Для нахождения средней водонасыщенности $\langle s \rangle$ в пласте в момент t_W полного обводнения (подхода тыла оторочки к добывающей галерее) проинтегрируем первое уравнение (1.2) по области, ограниченной контуром $(0, 0) \rightarrow (0, t_W) \rightarrow (x_0(t_W), t_W) \rightarrow (0, 0)$:

$$\langle s \rangle = C_W^+(x_0) + (1 - U_W(C_W^+(x_0), c^0)) (\partial U_W / \partial C_W)^{-1} - c^0 / x_0.$$

Величина $\langle s \rangle$ находится как точка пересечения прямых $U_W = 1$ и $O_c T$, где T — точка пересечения касательной NE с прямой $U_W = 1 - c^0$ (см. фиг. 1). При увеличении объема оторочки (концентрации примеси c^0) точка N (кривая $c = c^0$) смещается вправо, значение $\langle s \rangle$ увеличивается, нефтеотдача возрастает.

Если $dR'/dc < 0$, то тыл оторочки пройдет зону C_W -волны автомодельного решения и будет распространяться в зоне центрированной c -волны. Скорость тыла возрастает до скорости фронта оторочки при $t \rightarrow \infty$. Концентрация примеси в оторочке будет убывать от некоторого значения на тыле до нуля на фронте. При $dR'/dc > 0$ с конфигурацией автомодельного решения взаимодействует центрированная c -волна конфигурации распада разрыва граничного условия в момент $t = 1$. Когда характеристика $c = c^0$ достигнет фронт оторочки, зона $c = c^0$ исчезнет. Концентрация примеси возрастает от нуля на тыле до некоторого значения на фронте. В перечисленных случаях при $t \rightarrow \infty$ имеем $\Omega(t) \sim t^{1/2}$,

$C_A \sim t^{-1/2}$; при плоскопараллельном вытеснении толщина оторочки $\sim t^{1/2}$, при радиальном — стабилизируется.

Автор благодарит Я. Е. Дорфмана за полезные обсуждения и большую помощь в работе.

Поступила 30 XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М. Физико-химическая гидродинамика процессов в пористых средах (Математические модели методов повышения нефтеотдачи пластов). Препринт № 161, М.: ИПМ АН СССР, 1980.
2. Брагинская Г. С., Ентов В. М. О неизотермическом вытеснении нефти раствором активной примеси. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 6.
3. Зискин Е. А., Рыжик В. М. Автономные решения задачи двухфазного вытеснения нефти раствором активной примеси с учетом массообмена между фазами. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, № 4.
4. Wachmann C. A mathematical theory for the displacement of oil and water by alcohol. — Soc. Petrol. Eng. J., 1964, vol. 4, N 3.
5. Николаевский В. П., Бондарев Э. А. и др. Движение углеводородных смесей в пористой среде. М.: Недра, 1968.
6. Гельфанд Н. М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений. — УМН, 1959, вып. 2(86).
7. Рождественский Б. Л., Яненко Н. П. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978.
8. Ентов В. М., Шыганков Н. О капиллярной проницаемости гидрофобных нефтенасыщенных пород раствором активной примеси. — ЦМТФ, 1981, № 4.
9. Куликовский А. Г. О свойствах ударных адиабат в окрестности точек Жуге. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, № 2.
10. Бедриковецкий П. Г. Вытеснение нефти оторочками растворов активных примесей. — ДАН СССР, 1982, т. 262, № 1.
11. Бедриковецкий П. Г., Дорфман Я. Е. Нелинейные волны в процессах двухфазной трехкомпонентной фильтрации. — ДАН СССР, 1982, т. 264, № 1.

УДК 534.222

КОЭФФИЦИЕНТ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ГАЗОМ ИЛИ ЖИДКОСТЬЮ, ПОСЛЕ ПРОВЕДЕНИЯ В НЕЙ КАМУФЛЕТНОГО ВЗРЫВА

А. Н. Бовт, Н. Ф. Зобов,
В. В. Кадет, В. И. Селяков, Е. А. Шурыгин
(Москва)

Исследование изменения фильтрационных свойств среды под действием камуфлетного взрыва представляет большой научный и практический интерес. Одна из первых попыток определения коэффициента проницаемости среды в окрестности камуфлетного взрыва была сделана в [1]. В данной работе приводятся результаты обработки экспериментальных данных, полученных при исследовании фильтрационных свойств пористой насыщенной среды после проведения в ней камуфлетного взрыва. Методика исследования фильтрационных свойств среды подробно описана в [2, 3]. В эксперименте в стационарном режиме фильтрации определяется перепад давлений и расход флюида между различными точками среды, подвергнутой действию взрыва. С использованием этих данных в качестве исходных в настоящей работе решается двумерная обратная задача по определению коэффициента проницаемости среды. Разработанная методика решения такой задачи используется при обработке экспериментальных результатов, полученных при исследовании фильтрационных свойств пористой насыщенной среды после проведения в ней камуфлетного взрыва.

Экспериментальные данные. Исследование фильтрационных свойств среды после проведения в ней камуфлетного взрыва проводилось по методике, аналогичной [2, 3]. Экспериментальные взрывы проводились в искусственно-цементированной среде, имеющей свойства, близкие к свойствам реальных коллекторов, и представляющей собой смесь из обогащенного песка, известковой муки и жидкого стекла. Среда размещалась в металлической цилиндрической емкости диаметром 300 мм и высотой