

шения занимает область $h'_1 < h < h'_k$. Зависимость давления от h непосредственно за скачком дается в этом случае соотношением

$$P = 2k\rho ch + \frac{\rho c}{2\tau_\mu} (h_k - h_1 + h'_k - h),$$

из которого вытекает, что размеры первой и второй зон разрушения совпадают: $h'_k - h'_1 = h_k - h_1$.

Приведенные результаты показывают, что конечность зоны разрушения существенно влияет на форму откольного импульса в целом, не отражаясь на формировании фронта. Напомним также, что, как отмечалось выше, при нулевой начальной скорости разрушения ($\alpha > 0$) область разрушения всегда бесконечна и множественный откол вообще невозможен, если не ввести критерий разрушения.

Таким образом, в рамках акустики получено аналитическое выражение для скорости свободной поверхности при постоянной и нулевой начальных скоростях разрушения материала. Найдено критическое значение скорости разрушения, при которой начинается формирование откольного импульса. Предложен способ определения начальной скорости роста удельного объема пор по крутизне фронта откольного импульса, не связанный с конкретной моделью разрушения. Показано, что откольная прочность, определяемая по спаду скорости движения свободной поверхности, в общем случае зависит от скорости расширения удельного объема в разгрузочной части падающего импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков С. А., Дивнов И. И., Иванов А. Г. Исследование разрушения стали, алюминия и меди при взрывном нагружении // Физ. металлов и металловедение.— 1964.— Т. 25, № 4.
2. Канель Г. И., Разоренов С. В. Ударно-волновое нагружение металлов. Движение поверхности образца.— Черноголовка, 1989.— (Препр./ОИХФ АН СССР).
3. Канель Г. И., Фортов В. Е. Механическое свойство конденсированных сред при интенсивных импульсных воздействиях // Усп. механики.— 1987.— Т. 19, № 3.
4. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1973.
5. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного.— М.: Наука, 1973.
6. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган.— М.: Наука, 1979.
7. Канель Г. И., Черных Л. Г. О процессе откольного разрушения // ПМТФ.— 1980.— № 6.

г. Черноголовка

Поступила 29/VI 1992 г.

УДК 539.375

М. А. Леган

О ВЗАИМОСВЯЗИ ГРАДИЕНТНЫХ КРИТЕРИЕВ ЛОКАЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ В ЗОНЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ С ЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКОЙ РАЗРУШЕНИЯ

Вопросы, связанные с хрупким разрушением материала в зонах концентрации напряжений, неоднократно привлекали внимание исследователей. Дело в том, что применение в этом случае классических критериев прочности, как правило, дает заниженные значения расчетных предельных нагрузок по сравнению с экспериментальными данными для образцов с концентраторами, особенно если образцы изготовлены из

© М. А. Леган, 1993

хрупких структурно-неоднородных материалов типа чугуна [1, 2], графита [3, 4], стеклопластиков [5, 6].

В [1, 5—13] сформировался и получил экспериментальное обоснование и теоретическое развитие градиентный подход к вопросу о прочности материала при неоднородном напряженном состоянии в окрестности концентраторов. В то же время для оценки прочности элементов конструкций с трещинами развивались другие методы, которые затем составили основу современной механики разрушения. Поскольку в том и другом случае имеет место неоднородное напряженное состояние вблизи вершины концентратора или трещины, то в [13] найдена определенная форма взаимосвязи градиентного подхода с классической механикой разрушения.

В настоящей работе рассмотрены конкретные виды градиентных критериев прочности, удовлетворяющих условию связи с классической механикой разрушения, а также сформулирован их комбинированный вариант. На примере различных задач о концентрации напряжений показано, что применение градиентных критериев прочности в частном случае концентраторов напряжений в виде трещин приводит к соотношениям линейной механики разрушения.

Известно, что для уравнений линейной механики разрушения существуют определенные границы применимости в области малых длин трещин. Аналогичные ограничения найдены и для градиентных критериев в случае малых размеров концентраторов напряжений типа отверстий и пор. Полученные ограничения используются затем по методике Гриффитса для оценки критических размеров дефектов в виде не только микротрещин, но и сквозных отверстий и пор. Эти оценки, несомненно, представляют интерес, так как прочность некоторых хрупких материалов, в том числе керамических, определяется наличием дефектов типа пор.

1. О градиентном подходе к оценке прочности материала в зоне концентрации напряжений. Максимальное значение первого главного напряжения в теле $\max \sigma_1$ в момент начала разрушения назовем локальным пределом прочности σ_* , который не является постоянной величиной, а зависит от степени неравномерности напряженного состояния в окрестности самой опасной точки тела. Указанную неравномерность можно охарактеризовать относительным градиентом первого главного напряжения

$$(1.1) \quad g_1 = |\text{grad } \sigma_1| / \max \sigma_1,$$

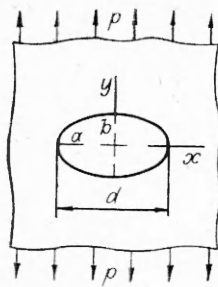
который вычисляется в самой опасной точке элемента конструкции из упругого решения соответствующей задачи.

В [1, 5, 6] экспериментально показано, что эффект локального повышения прочности в зоне концентрации напряжений можно описать функциональной зависимостью $\sigma_* = \sigma_b f(g_1)$. Здесь σ_b — обычный предел прочности, определенный на гладком образце, площадь поперечного сечения которого равна площади нетто-сечения образца с концентратором. Вид функции $f(g_1)$ предлагалось находить, исходя из конкретных экспериментальных данных. Отмечалось [6], что зависимость $\sigma_* = \sigma_b (1 + Bg_1^n)$ удовлетворительно описывает экспериментальные результаты, полученные на стеклопластиках АГ-4с и ЗЗ-18с.

В [12] обращено внимание на то, что только при $n = 1/2$ для элементов конструкций с концентраторами в виде трещин будут получены конечные значения предельных номинальных напряжений. В противном случае тело с трещиной либо невозможно разрушить, либо оно разрушится при нулевых нагрузках. Значит, градиентный критерий прочности, удовлетворяющий требованию о конечности разрушающей нагрузки для концентратора типа трещины, можно записать следующим образом:

$$(1.2) \quad \sigma_* = \sigma_b (1 + \sqrt{L_1 g_1})$$

(L_1 — параметр, имеющий размерность длины и зависящий от свойств материала, т. е. характерный размер).



Р и с. 1

В [13] с использованием известного решения задачи о растяжении пластины с эллиптическим отверстием (рис. 1) показано, что параметр L_1 должен быть связан с характеристикой трещиностойкости материала — критическим коэффициентом интенсивности напряжений K_{1c} — соотношением

$$(1.3) \quad L_1 = (2/\pi) K_{1c}^2 / \sigma_B^2.$$

В этом случае для концентратора в виде трещины Гриффитса критерий (1.2) дает известное в механике разрушения уравнение для определения предельных номинальных напряжений:

$$(1.4) \quad p_* = K_{1c} \sqrt{(2/\pi)/\bar{a}}$$

(\bar{a} — полная длина трещины).

Однако рассмотренная ранее форма записи (1.2) градиентного критерия, удовлетворяющего требованию о конечности разрушающей нагрузки для концентратора типа трещины, не является единственно возможной. Например, принимая во внимание градиентные модели в области усталостного разрушения элементов конструкций [8, 9], градиентный критерий прочности можно записать и в виде

$$(1.5) \quad \sigma_* = \sigma_B \sqrt{1 + L_1 g_1}.$$

Так как для концентраторов типа трещин $g_1 \rightarrow \infty$, то критерий (1.5) будет давать точно такие же результаты, что и (1.2). Однако для концентраторов, отличающихся от трещин, критерии (1.2) и (1.5) будут давать различные результаты. Таким образом, при одних и тех же характеристиках материала σ_B и L_1 имеются два различных градиентных критерия прочности. При этом не видно преимуществ одного критерия перед другим. Экспериментальные результаты по разрушению образцов с концентраторами, как правило, находятся в диапазоне между кривыми, построенными по критериям (1.2) и (1.5). Поэтому был предложен комбинированный вариант градиентного критерия прочности:

$$(1.6) \quad \sigma_* = \sigma_B (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + L_1 g_1}).$$

Здесь β — изменяемый параметр ($\beta \geq 0$). Если $\beta = 0$, то комбинированный критерий (1.6) переходит в (1.2), а если $\beta = 1$, то — в (1.5).

Для экспериментальных результатов, полученных на конкретном материале при неоднородном напряженном состоянии, можно найти такое значение β , при котором комбинированный критерий (1.6) будет лучше описывать эти результаты, чем (1.2) и (1.5). Отметим, что, согласно [14], для описания прочностных свойств материала около отверстий достаточно ввести два дополнительных параметра, один из которых должен иметь размерность длины, а второй может быть безразмерным. В критерии (1.6) роль первого параметра выполняет L_1 , а второго — β . Параметр L_1 определяется уравнением (1.3) из условия стыковки комбинированного градиентного критерия прочности с линейной механикой разрушения, а β , по существу, вводится как параметр аппроксимации, физический смысл которого пока не ясен.

Отметим также, что для концентраторов в виде трещин комбинированный критерий (1.6) будет давать те же уравнения, что и (1.2), (1.5). При этом возникает вопрос: будут ли они совпадать с уравнениями линейной механики разрушения не только в случае концентратора типа трещины Гриффитса, но и в общем случае?

2. Подтверждение связи градиентных критериев прочности с линейной механикой разрушения. Для подтверждения взаимосвязи градиентных критериев с линейной механикой разрушения и справедливости в общем случае уравнения (1.3), связывающего параметр L_1 с трещиностойкостью K_{1c} , можно использовать известные упругие решения

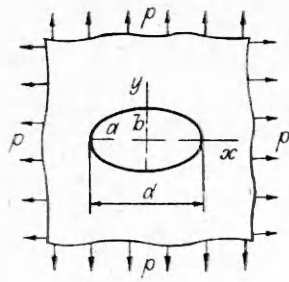


Рис. 2

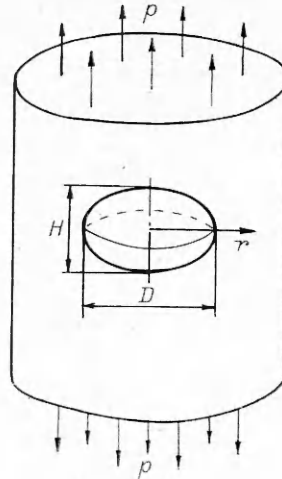
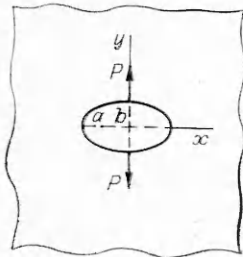


Рис. 4

Рис. 3

задач о концентрации напряжений, допускающие в пределе переход к концентраторам напряжений в виде трещин.

Примеры плоских задач. Для начала рассмотрим задачу о двухосном растяжении пластины с эллиптическим отверстием (рис. 2), решение которой известно. В [15] имеются формулы, которые дают распределение первого главного напряжения σ_1 по опасному сечению, т. е. по оси x :

$$\sigma_1 = p \frac{x(x^2 - a^2 + 2b^2)}{(x^2 - a^2 + b^2)^{3/2}}.$$

Максимум σ_1 достигается при $x = a$. Следовательно, коэффициент концентрации напряжений α , представляющий собой отношение максимального напряжения к номинальному, определяется по формуле $\alpha = 2a/b$. Заметим, что $\alpha \geq 2$, так как всегда $a \geq b$. В силу симметрии задачи $|\text{grad } \sigma_1| = |d\sigma_1/dx|$. Учитывая, что $a = d/2$ и $\alpha \geq 2$, получим $|\text{grad } \sigma_1| = \alpha p (\alpha^2 - 2)/d$. Поскольку $\max \sigma_1 = \alpha p$, то из (1.1) находим $g_1 = (\alpha^2 - 2)/d$. Подставив это выражение в комбинированный критерий, получим

$$\sigma_* = \sigma_b (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + (\alpha^2 - 2) L_1/d}).$$

Номинальное разрушающее напряжение $p_* = \sigma_*/\alpha$, т. е.

$$p_* = \sigma_b \left(\frac{1 - \beta}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\beta^2 + (\alpha^2 - 2) L_1/d} \right).$$

В пределе при $\alpha \rightarrow \infty$ для концентратора типа трещины и при конечных значениях параметра β имеем

$$(2.1) \quad p_* = \sigma_b \sqrt{L_1/d}.$$

Подстановка (1.3) в (2.1) дает

$$(2.2) \quad p_* = K_{1c} \sqrt{(2/\pi)/d}.$$

Получили известное [15] в механике разрушения уравнение для определения номинального разрушающего напряжения при двухосном растяжении пластины с прямолинейным разрезом.

Таким образом, подтвердилась правомерность уравнения (1.3), связывающего параметр L_1 с трещиностойкостью K_{1c} . Кроме того, при рассмотрении задачи о двухосном растяжении пластины с эллиптическим

отверстием, но существу, было проведено тестирование результатов [13], так как уравнения (1.4) и (2.2) должны были совпасть и совпали.

Далее рассмотрим задачу о действии сосредоточенных сил на контур эллиптического отверстия в бесконечной пластине (рис. 3). Решение этой задачи имеется в [16], где оно дается в специальной комплексной области и в комплексных функциях напряжений. Используя формулы Колосова, можно найти выражения для компонент напряженного состояния. Затем необходимо перейти к реальным координатам задачи и записать распределение первого главного напряжения $\sigma_1 = \sigma_1(x)$ по опасному сечению. Максимальное напряжение достигается на контуре эллиптического отверстия при $x = a$, причем оно не зависит от размера большой оси эллипса и определяется выражением

$$(2.3) \quad \max \sigma_1 = \frac{2P}{\pi b}.$$

В силу симметрии задачи $|\text{grad } \sigma_1| = |d\sigma_1/dx|$. После дифференцирования функции $\sigma_1(x)$ по координате x определим $|\text{grad } \sigma_1|$ при $x = a$. Подставив $|\text{grad } \sigma_1|$ и $\max \sigma_1$ в выражение (1.1), получим искомую формулу для относительного градиента g_1 в вершине концентратора:

$$(2.4) \quad g_1 = 2a/b^2.$$

Подстановка (2.4) в (1.6) дает

$$(2.5) \quad \sigma_* = \sigma_b (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + 2L_1 a/b^2}).$$

В момент начала разрушения $\max \sigma_1$ достигает величины локального предела прочности σ_* . Из этого условия, приравнявая выражения (2.3) и (2.5), для определения сосредоточенных усилий в момент начала разрушения находим уравнение

$$P_* = \frac{\pi}{2} b \sigma_b (1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + 2L_1 a/b^2}).$$

В случае концентратора типа трещины $b \rightarrow 0$, т. е. при конечных значениях β имеем

$$(2.6) \quad P_* = \sqrt{\frac{\pi^2}{2} \sigma_b^2 L_1 a}.$$

Подстановка (1.3) в (2.6) дает

$$P_* = K_{1c} \sqrt{\pi a}.$$

Получили известное [15] в механике разрушения уравнение для определения величины сосредоточенных усилий, действующих в центре на берега трещины в момент начала ее распространения. Значит, еще раз подтвердилась взаимосвязь градиентных критериев прочности с линейной механикой разрушения.

Пример пространственной задачи. Далее для подтверждения справедливости уравнения (1.3) рассмотрим пространственную задачу о распределении напряжений вокруг осесимметричной, сплюснутой по оси симметрии, сферической полости в неограниченном теле при одноосном растяжении этого тела вдоль оси симметрии (рис. 4). Решение задачи известно [17] и дается в эллиптических координатах. Согласно этому решению, распределение первого главного напряжения σ_1 по опасному сечению находится из выражения

$$\sigma_1 = p \left(1 + \frac{A + 4B}{\text{sh}^3(u)} + (12B + 2(1 - \nu)C) \left(\text{arctg} \left(\frac{1}{\text{sh}(u)} \right) - \frac{1}{\text{sh}(u)} \right) \right).$$

Здесь

$$A = VW^4 [(6 - 8\nu)F - 6FW^2 + 4W^4 - 8(1 - \nu)W^2]/N;$$

$$B = VW^4 [2\nu F + 2W^4 - (1 + 2\nu)W^2]/N; \quad C = VW^4 [6F - 12W^2]/N;$$

$$u = \ln \left(2W \frac{r}{D} + \sqrt{\left(2W \frac{r}{D} \right)^2 - 1} \right);$$

$$N = 6 [8FW^2 - 2(1 + \nu)F^2 - 6FW^4 + 4W^6 - 4W^4];$$

$$F = W^4V \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{V} \right) - W^2V^2; \quad V = \sqrt{\frac{H^2}{D^2 - H^2}}; \quad W = \sqrt{\frac{D^2}{D^2 - H^2}};$$

D — диаметр полости в опасном сечении; H — размер полости по оси симметрии (высота); r — текущий радиус от оси симметрии; ν — коэффициент Пуассона.

Максимальные напряжения в опасном сечении достигаются на поверхности сфероидной полости, где $r = D/2$. Можно доказать, что в этих точках $\operatorname{sh}(u) = V$. Значит,

$$(2.7) \quad \alpha = 1 + \frac{A + 4B}{V^3} + (12B + 2(1 - \nu)C) \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{V} \right) - \frac{1}{V} \right).$$

По определению (1.1) находим

$$(2.8) \quad g_1 = \frac{|24B + 4(1 - \nu)C - 6(A + 4B)W^2/V^2|}{A + 4B - (12B + 2(1 - \nu)C) \left(V^2 - V^3 \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{V} \right) \right) + V^3} \frac{1}{D}.$$

Рассмотрим предельный переход от сфероидной полости к плоской круглой трещине при $H/D \rightarrow 0$, в этом случае $V \rightarrow 0$, $W \rightarrow 1$. Запишем встречающиеся в (2.7) и (2.8) комбинации коэффициентов A , B , C , учитывая лишь величины большего порядка:

$$(2.9) \quad A + 4B = \frac{2}{\pi} V^2, \quad 12B + 2(1 - \nu)C = -\frac{2}{\pi}.$$

Подстановка (2.9) в (2.7) для α при $V \rightarrow 0$ дает выражение

$$(2.10) \quad \alpha = (4/\pi)/V.$$

Аналогичным образом, подставляя (2.9) в (2.8) и учитывая в знаменателе лишь члены порядка малости V^2 , получим выражение для относительного градиента g_1 в случае концентратора типа плоской круглой трещины, т. е. при $H/D \rightarrow 0$, $V \rightarrow 0$, $W \rightarrow 1$:

$$(2.11) \quad g_1 = \frac{4}{V^2 D}.$$

Далее определим номинальное разрушающее напряжение $p_* = \sigma_*/\alpha$. С учетом (2.10) запишем $p_* = (\pi/4)V\sigma_*$. Применение комбинированного критерия и выражения (2.11) дает

$$p_* = \frac{\pi}{4} V \sigma_b \left(1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + (4/V^2) L_1/D} \right).$$

Так как $V \rightarrow 0$, то

$$p_* = \sigma_b \sqrt{(\pi^2/4) L_1/D}.$$

Учитывая (1.3), имеем

$$(2.12) \quad p_* = K_{1c} \sqrt{(\pi/2)/D}.$$

Получили известное в механике разрушения уравнение для определения номинальных разрушающих напряжений при наличии плоской круглой трещины диаметра D .

Таким образом, применение градиентных критериев прочности в частном случае концентраторов напряжений в виде трещин приводит к соотношениям линейной механики разрушения. Однако для несимметричных задач вопрос о соответствии результатов, полученных по уравнениям классической механики разрушения и по градиентным критериям, нуждается в дальнейших исследованиях.

3. Случай малых размеров концентраторов напряжений. Известно, что для уравнений линейной механики разрушения существуют определенные границы применимости в области малых длин трещин. Анало-

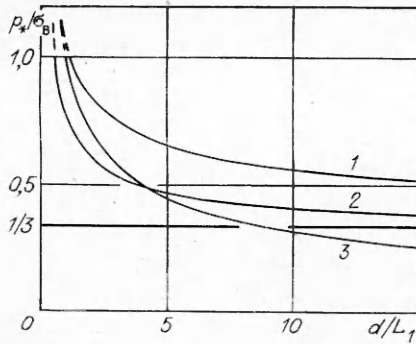


Рис. 5

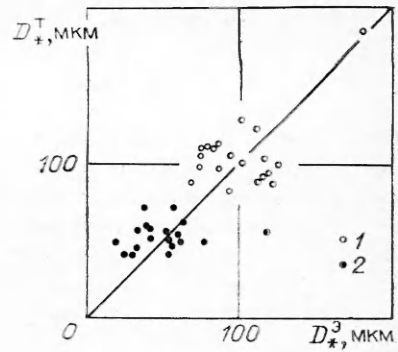


Рис. 6

гичные ограничения существуют и для градиентных критериев при малых размерах концентраторов напряжений в виде отверстий и пор. Дело в том, что при использовании градиентных критериев в указанном случае номинальное разрушающее напряжение p_* будет больше, чем σ_b , что противоречит физическому смыслу. Например, для задачи об одноосном растяжении пластины с эллиптическим отверстием на рис. 5 показаны зависимости p_* от размера концентратора по опасному сечению d для трещины Гриффитса (кривая 3) и для круглого отверстия (кривые 1 и 2, построенные с помощью критериев (1.2) и (1.5) соответственно).

Рассмотрим более внимательно условие

$$(3.1) \quad p_* \leq \sigma_b$$

с целью найти границы непротиворечивости комбинированного градиентного критерия, например, для концентраторов в виде сквозных эллиптических отверстий (см. рис. 1). При этом относительный градиент находится из уравнения [13]

$$g_1 = (\alpha - 1)^2 (1 + 1/2\alpha) / d,$$

где $\alpha = 1 + 2a/b$. После подстановки этого уравнения в критерий (1.6) по определению $p_* = \sigma_b / \alpha$ имеем

$$p_* = \sigma_b \left(\frac{1 - \beta}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\beta^2 + (\alpha - 1)^2 (1 + 1/2\alpha) L_1 / d} \right).$$

Используя условие (3.1) и выражение для p_* , получим искомое ограничение $\bar{a} \geq \bar{a}_*$, где

$$(3.2) \quad \bar{a}_* = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 2\beta - 1} \left(1 + \frac{1}{2\alpha} \right) L_1.$$

Таким образом, градиентный критерий (1.6) при конкретном значении β можно применять только тогда, когда размер отверстия по опасному сечению не меньше определенного значения \bar{a}_* для данной формы отверстия. Иначе получим противоречащие здравому смыслу завышенные значения расчетных предельных нагрузок.

Найденное ограничение аналогично тем, которые возникают в линейной механике разрушения при малых размерах трещин, и аналогичным образом может быть использовано для оценки критических размеров дефектов в материале в виде не только микротрещин, но и сквозных отверстий. Именно наличием в материале дефектов определенных (критических) размеров объясняется в теории Гриффитса реальная прочность σ_b хрупких материалов. Отметим, что при $\alpha \rightarrow \infty$, согласно (3.2), имеем $\bar{a}_* = L_1$, т. е. параметр L_1 оказался равен критическому размеру дефекта типа трещины Гриффитса.

Как известно, прочность некоторых хрупких материалов, в том числе керамических, определяется наличием дефектов в виде пор. В [18—152

21] экспериментально показано, что чем больше размер дефектов такого типа, тем меньше прочность материала. Возникает необходимость оценки предельно допустимых размеров дефектов в виде пор. Пусть это будут сферические поры. В данном случае можно использовать решение Леона о распределении напряжений вокруг сферической полости в неограниченном теле при одноосном растяжении этого тела.

Согласно решению Леона [16], имеет место следующее распределение первого главного напряжения по опасному сечению:

$$\sigma_1 = p \left(1 + \frac{4-5\nu}{14-10\nu} \frac{a^3}{r^3} + \frac{9}{14-10\nu} \frac{a^5}{r^5} \right).$$

Здесь p — номинальное напряжение; ν — коэффициент Пуассона. Максимальные напряжения достигаются на поверхности сферической полости, где $r = a$. Значит,

$$(3.3) \quad \alpha = \frac{27-15\nu}{14-10\nu}.$$

В силу симметрии задачи $|\text{grad } \sigma_1| = \left| \frac{d\sigma_1}{dr} \right| = \frac{57-15\nu}{14-10\nu} \frac{p}{a}$. Согласно (1.1), находим

$$(3.4) \quad g_1 = \frac{57-15\nu}{27-15\nu} \frac{1}{a}.$$

Применение комбинированного градиентного критерия (1.6) с учетом (3.4) и (3.3) для определения номинального разрушающего напряжения дает уравнение

$$p_* = \frac{14-10\nu}{27-15\nu} \sigma_b \left(1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + \frac{114-30\nu}{27-15\nu} L_1/D} \right),$$

где $D = 2a$ — диаметр сферической полости. Используя это уравнение и условие $p_* = \sigma_b$, находим критический диаметр дефекта в виде сферической поры:

$$(3.5) \quad D_* = \frac{114-30\nu}{27-15\nu} \frac{L_1}{(\alpha-1)(\alpha+2\beta-1)}.$$

Здесь коэффициент концентрации α определяется по формуле (3.3).

Например, при $\nu = 0,22$ для керамики WC — 10% Co [22], полагая $\beta = 1/2$, из уравнения (3.5) имеем $D_* = 2,237 L_1$. Использование этой оценки применительно к экспериментальным данным [20], полученным на материале WC — 10% Co, приводит к хорошему соответствию теоретических D_*^T и экспериментальных значений D_*^E (рис. 6). Хрупкое разрушение образцов инициировалось дефектами в виде искусственных и естественных пор (точки 1 и 2), диаметр которых после излома находился с помощью электронного сканирующего микроскопа.

В [20, 21] предполагается, что воздействие сферической поры определенного диаметра на прочность эквивалентно воздействию плоской круглой трещины точно такого же диаметра, т. е. в соответствии с (2.12) и (1.3)

$$D_* = \frac{\pi^2}{4} L_1 \approx 2,47 L_1.$$

Кроме того, для оценки критических размеров дефектов в виде пор используется [18, 19] модель поры, окруженной кольцеобразной трещиной. Согласно оценкам [19], для удовлетворительного описания экспериментальных данных по хрупкому разрушению нитрида кремния длина кольцеобразных трещин должна быть на порядок больше, чем размер зерна, т. е. эти трещины должны иметь длину, достаточную для их обнаружения. Однако экспериментальные исследования, проведенные в [20] с помощью электронного сканирующего микроскопа, не подтвердили гипотезу о наличии вокруг пор кольцеобразных трещин. В этой связи

следует отметить, что использование комбинированного градиентного критерия прочности (1.6) позволяет получить приемлемые оценки критических размеров дефектов в виде пор без привлечения дополнительных гипотез о наличии вокруг пор кольцеобразных трещин.

Хотелось бы еще раз обратить внимание на то, что для концентраторов типа трещин этот критерий дает проверенные на практике уравнения линейной механики разрушения. Таким образом, анализ предложенного комбинированного градиентного критерия прочности (1.6) показал его широкие достаточно универсальные возможности и перспективность применения в расчетах на прочность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серенсен С. В., Крамаренко О. Ю. Конструкционная прочность глобулярного чугуна // Вести. машиностроения.— 1959.— № 1.
2. Ярема С. Я., Ратыч Л. В. Исследование хрупкого разрушения образцов с концентраторами напряжений // Концентрация напряжений: Сб./АН УССР, Ин-т механики.— 1965.— Вып. 1.
3. Барабанов В. Н., Ануфриев Ю. П., Лаухина Н. С., Дергунов Н. Н. Исследование влияния концентрации напряжений на прочность графитовых образцов и изделий // Конструкционные материалы на основе графита: Сб. тр.— М.: Металлургия, 1971.— № 6.
4. Строков В. И., Барабанов В. Н. Прочность графита в условиях концентрации напряжений // Пробл. прочности.— 1975.— № 3.
5. Серенсен С. В., Стреляев В. С. Статическая конструкционная прочность стеклопластиков // Вести. машиностроения.— 1962.— № 3.
6. Зайцев Г. П., Стреляев В. С. Сопротивление стеклопластмасс деформированию и разрушению при статическом растяжении // Конструкционные свойства пластмасс.— М.: Машиностроение, 1968.
7. Серенсен С. В. Динамическая прочность металлов и расчет деталей авиаконструкций // Тр. Всесоюз. конф. по прочности авиаконструкций, 23—27 декабря 1933 г.— М.: ЦАГИ, 1935.
8. Афанасьев Н. Н. О природе усталости образцов с выточкой // ЖТФ.— 1936.— Т. 6, вып. 8.
9. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов.— Киев: Изд-во АН УССР, 1953.
10. Ваганов Р. Д., Диментберг Ф. М., Серенсен С. В. Вопросы динамической прочности роторов турбогенераторов // Изв. АН СССР. ОТН.— 1955.— № 9.
11. Серенсен С. В., Кобаев В. П., Бекли Т. А. Эффект абсолютных размеров и вероятность разрушения от усталости // Статистические вопросы прочности в машиностроении.— М.: Машгиз, 1961.
12. Новопашин М. Д., Сукнев С. В. Градиентный критерий текучести элементов конструкций с концентраторами напряжений // Моделирование в механике: Сб. науч. тр./АН СССР, Сиб. отд-ние, ИТПМ, ВЦ.— 1987.— Т. 1, № 3.
13. Леган М. А. О градиентном подходе к оценке прочностных свойств хрупких материалов в зоне максимальных напряжений // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр./АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т гидродинамики.— 1990.— Вып. 98.
14. Полилов А. Н., Погарский М. В. Параметры повреждаемости и поврежденности, характеризующие чувствительность композитов к отверстиям // Пробл. машиностроения и надежности машин.— 1990.— № 1.
15. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1970.— Т. 2.
16. Хан Х. Теория упругости.— М.: Мир, 1988.
17. Neuber H. Kerbspannungslehre.— Berlin: Springer-Verlag, 1958.
18. Эванс А. Г., Лэнгдон Т. Г. Конструкционная керамика.— М.: Металлургия, 1980.
19. Munz D., Rosenfelder O., Goebbels K., Reiter H. Assessment of flaws in ceramic materials on the basis of non-destructive evaluation // Fracture mechanics of ceramics.— N. Y.; L.: Plenum Press, 1986.— V. 7.
20. Nordgren A., Melander A. Influence of porosity on strength of WC — 10 % Co cemented carbide // Powder Metallurgy.— 1988.— V. 31, N 3.
21. Kishimoto H., Ueno A., Kawamoto H., Ura S. Tensile test of sintered Si₃N₄ and the influence of process defects such as pores on fracture strength // J. Soc. Mater. Sci. Jap.— 1989.— V. 38, N 424.
22. Туманов В. И. Свойства сплавов системы карбид вольфрама — кобальт.— М.: Металлургия, 1971.

г. Новосибирск

Поступила 8/VIII 1992 г.