

ностях относительно бесконечно малых плоских возмущений той же периодичности и четности по  $x$ , что и функции (2.1).

В общем случае знаки  $R_0$ ,  $a$  и  $\sigma_2$  устанавливаются путем вычисления этих величин на ЭВМ, однако для некоторых частных случаев это удается сделать, не прибегая к вычислениям.

На основе методики [4, 5] убеждаемся в справедливости следующих утверждений. Если  $\mu \geq 0$ , то  $R_0 > 0$  и  $\sigma_2 > 0$ . Если  $3\mu\delta + 4 \leq 0$ , то  $R_0 < 0$  и  $\sigma_2 < 0$ . Если  $\mu \geq 0$  и  $\delta = 0$ , то  $a > 0$ .

**3. Численные результаты.** Спектральная задача (2.3) и неоднородная задача (2.4) решались численно на ЭВМ БЭСМ-4 методом пристрелки. При вычислениях проводилась численная минимизация критического значения  $R_0(\alpha)$  по  $\alpha$ , т. е. отыскивалось значение  $\alpha_*$  волнового числа  $\alpha$ , соответствующее самым опасным возмущениям. Собственное решение задачи (2.3) нормировалось условием  $\tau_1(1) = 1$ , придающим амплитуде вторичного конвективного режима  $A$  простой физический смысл: безразмерная температура на свободной поверхности слоя меняется по закону

$$T = -1 + \epsilon AP \cos \alpha x + O(\epsilon^2).$$

Вычисления проводились для случая  $P = 7$ ,  $P_d = 813$ ,  $m = 0,0436$ ,  $\mu \geq 0$ , что соответствует слою морской воды (примесь, содержащаяся в жидкости, — соль), свободная поверхность которого соприкасается с воздухом. Результаты расчета зависимости критического значения волнового числа  $\alpha_*$ , минимизированного по  $\alpha$  критического значения  $R_*$ , амплитуды вторичного конвективного режима  $A$  и старшего коэффициента  $\sigma_2$  разложения декремента о равновесия (1.2) в ряд теории возмущений (2.5) от термоконцентрационного параметра  $\mu$  представлены в таблице. Для рассматриваемых значений параметров задачи величины  $R_*$ ,  $a$  и  $\sigma_2$  оказались положительными при любом  $\mu \geq 0$ . Это указывает на то, что в слое морской воды плоский вторичный стационарный режим возбуждается мягко и устойчив при малых сверхкритичностях.

Поступила 24 XII 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шапошников И. Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси. — ПММ, 1953, т. 17, вып. 5.
2. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
3. Тернер Э. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977.
4. Юдович В. И. Свободная конвекция и ветвление. — ПММ, 1967, т. 31, вып. 1.
5. Юдович В. И. Устойчивость конвекционных потоков. — ПММ, 1967, т. 31, вып. 2.

УДК 532.516.5 : 529.2

### РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ БИНАРНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ ПРИ НАЛИЧИИ ЗНАЧИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ПЛОТНОСТИ

*Д. А. Никулин, М. Х. Стрелец*

(Ленинград)

Нестационарные смешанно-конвективные течения газов и газовых смесей чрезвычайно широко распространены в природе и технике. Их исследование необходимо, например, для разработки безопасных методов эксплуатации токсичных и взрывоопасных смесей, для решения ряда экологических проблем и вопросов промсанитарии. Несмотря на существенно дозвуковой характер таких течений, пространственно-временные изменения плотности в потоке, обусловленные неизотермичностью или разливом молекулярных весов компонентов смеси, могут в ряде случаев оказаться весьма

значительными. Тем не менее до недавнего времени теоретический анализ смешанно-конвективных течений так же, как и решение задач естественной конвекции, базировался главным образом на использовании так называемого приближения Буссинеска [1], в основе которого лежит допущение о малых изменениях плотности в потоке. В [2, 3] сформулирована система уравнений, которая в отличие от приближения Буссинеска пригодна для описания естественной конвекции бинарных смесей газов при наличии произвольных конечных изменений плотности, что существенно расширило возможности численного моделирования таких течений.

В данной работе принятый в [2, 3] подход обобщается на случай смешанно-конвективных течений.

Основное отличие предлагаемого ниже вывода приближенной системы уравнений смешанной конвекции от аналогичного вывода системы уравнений естественной конвекции, описанного в [2, 3], состоит в выборе масштабов, используемых для приведения к безразмерному виду полной системы уравнений Навье — Стокса, на основе которой проводится анализ. Это различие обусловлено появлением в задачах смешанной конвекции дополнительного размерного параметра — характерной скорости вынужденной конвекции. Для иллюстрации выбора масштабов рассмотрим следующую задачу. Пусть область, имеющая форму прямоугольного параллелепипеда, заполнена газом с молекулярным весом  $m_2$  при температуре  $T_2$ . В начальный момент времени через щель  $ef$  (фиг. 1) в объем со скоростью  $v_1$  начинает поступать другой газ, молекулярный вес которого  $m_1$ , а температура  $T_1$  (для определенности  $T_2 > T_1$ ,  $m_2 > m_1$ ). Одновременно через щель  $ab$  со скоростью  $v_2$  в область подается тот же газ, который заполнял объем в начальный момент времени. Через щель  $cd$  образующая смесь вытекает из объема. Требуется рассчитать развитие во времени полей скорости, концентрации и температуры смеси в объеме.

Описанная задача, с одной стороны, является достаточно типичной для рассматриваемого класса течений, а с другой — представляет определенный практический интерес, так как моделирует ситуацию, возникающую при включении аварийной приточно-вытяжной вентиляции в момент времени, когда в помещение начинает поступать инородный газ.

Для приведения системы уравнений Навье — Стокса, описывающей рассматриваемое течение, к безразмерному виду выберем в качестве масштабов следующие характерные параметры задачи: среднее геометрическое между характерными скоростями вынужденной и естественной конвекции  $v_0 = \sqrt{v_2(gL_2\varepsilon_1)^{1/2}}$  — для скорости (здесь  $\varepsilon_1 = (m_2/m_1 - 1) \times (T_2/T_1 - 1)$  в случае неизотермического течения газовой смеси,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_T = T_2/T_1 - 1$  в случае неизотермического течения однородного газа и  $\varepsilon_1 = \varepsilon_M = m_2/m_1 - 1$  в случае изотермического течения смеси),  $t_0 = L_2/v_0$  — для времени,  $T_0 = T_2$  — для температуры,  $m_0 = m_2$  — для молекулярного веса,  $\rho_0 = p_0 m_0 / RT_0$  — для плотности ( $p_0$  — давление на дне области при  $t = 0$ ),  $\mu_0 = \mu_2(T_0)$  — для коэффициента динамической вязкости,  $D_0 = D_{1,2}(T_0, p_0)$  — для коэффициента диффузии,  $\lambda_0 = \lambda_2(T_0)$  — для коэффициента теплопроводности,  $c_{p0} = c_{p2}(T_0)$  — для удельной теплоемкости при постоянном давлении.

Далее, аналогично тому, как это сделано в [2, 3], введем вместо давления  $p'$  избыточное давление  $p'_+$ , определяемое соотношением  $p'_+ = p' - p_0 \exp\left(-\frac{gm_0}{RT_0} x_2'\right)$ , и выберем в качестве масштаба для него величину динамического напора  $\rho_0 v_0^2$ .

Переходя в системе уравнений Навье — Стокса, включающей в себя уравнения движения Навье — Стокса, уравнение неразрывности для смеси, уравнение баланса массы одного из компонентов смеси без учета термо- и бародиффузии, уравнение баланса энергии без учета диффузионного термоэффекта и уравнение состояния для смеси совершенных газов, к безразмерной форме с использованием введенных выше масштабов, получим

$$(1) \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p_+ - \frac{\rho - \exp(-\varepsilon x_2)}{\varepsilon_1 \sqrt{\text{Fr}}} \mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{\text{Ar}^{1/2} \text{Re}}} \Phi;$$

$$(2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v}) = 0;$$

$$(3) \quad \rho \frac{dc}{dt} = \frac{1}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla(\rho DVC);$$

$$(4) \quad \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{(k-1) M \sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon} N_{\text{дис}}}{\sqrt{k}(\varepsilon_T + 1) \sqrt{Ar^{1/2} Re}} + \frac{(k-1)}{\sqrt{k}(\varepsilon_T + 1)} \frac{dp}{dt} + \frac{\nabla(\lambda \nabla T)}{Pr \sqrt{Ar^{1/2} Re}} + \\ + \frac{(c_{p1} - c_{p2})}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \rho DVC \nabla T;$$

$$(5) \quad p_+ M \sqrt{k \varepsilon \varepsilon_1} + \exp(-\varepsilon x_2) = \rho T (\varepsilon_T + 1) (\varepsilon_M C + 1) = p.$$

Здесь  $\Phi = 2 \operatorname{div}(\mu \dot{S}) - \frac{2}{3} \nabla(\mu \mathbf{v})$ ,  $N_{\text{дис}} = 2\mu \dot{S}^2 - \frac{2}{3} \mu (\nabla \mathbf{v})^2$ ,

$$Re = \frac{\rho_0 v_2 L_2}{\mu_0}, \quad Fr = \frac{v_2^2}{g \varepsilon_1 L^2}, \quad Sc = \frac{\mu_0}{\rho_0 D_0}, \quad Ar = \frac{\rho_0^2 L_2^3 g \varepsilon_1}{\mu_0^2}, \quad Pr = \\ = \frac{c_{p0} \mu_0}{\lambda_0}, \quad M = \frac{v_2}{\sqrt{k p_0 / \rho_0}}, \quad \varepsilon = \frac{m_0 g L_2}{RT_0}.$$

Будем рассматривать течения, в которых число Маха  $M$  принимает значения, много меньшие единицы. Учитывая, что в большинстве практически важных задач параметр гидростатической сжимаемости  $\varepsilon$  также принимает малые значения, можно предположить, что для описания таких течений целесообразно использовать предельную форму системы уравнений (1)–(5) при  $M$  и  $\varepsilon$ , стремящихся к нулю. Совершая указанный предельный переход и преобразуя уравнение неразрывности (2) с учетом (3)–(5) аналогично тому, как это сделано в [2], получим

$$(6) \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p_+ - \frac{(k-1)}{\varepsilon_1} \mathbf{j} \frac{1}{\sqrt{Fr}} + \frac{1}{\sqrt{Ar^{1/2} Re}} \Phi;$$

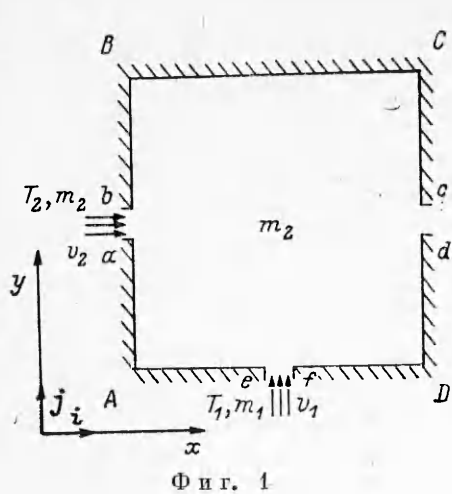
$$(7) \quad \nabla \mathbf{v} = \frac{\nabla(\lambda \nabla T)}{\rho T c_p Pr \sqrt{Ar^{1/2} Re}} + \frac{(c_{p1} - c_{p2})^D}{T c_p Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla C \nabla T + \\ + \frac{\varepsilon_M}{(\varepsilon_M C + 1) Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla(\rho DVC);$$

$$(8) \quad \rho \frac{dC}{dt} = \frac{1}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla(\rho DVC);$$

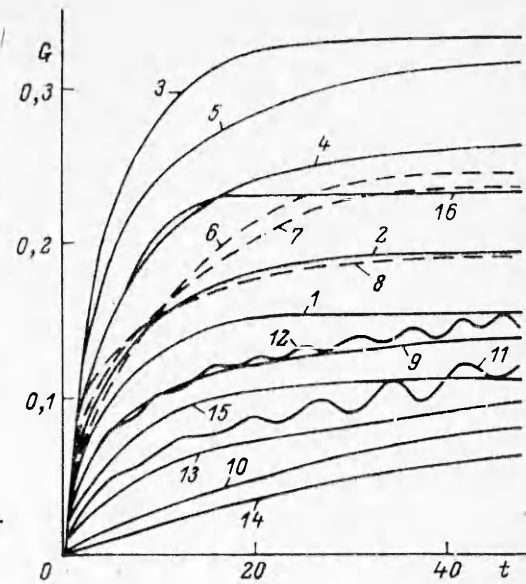
$$(9) \quad \rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{1}{Pr \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla(\lambda \nabla T) + \frac{(c_{p1} - c_{p2})}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \rho DVC \nabla T;$$

$$(10) \quad (\varepsilon_M C + 1) (\varepsilon_T + 1) \rho T = 1.$$

С математической точки зрения система уравнений (6)–(10) аналогична системе уравнений в приближении Буссинеска. Действительно, так же как и уравнение несжимаемости  $\nabla \mathbf{v} = 0$ , входящее в систему уравнений в приближении Буссинеска, уравнение (7) является неэволюционным (не включает производных от искомых функций по времени). Указанное обстоятельство чрезвычайно важно, так как благодаря ему открывается возможность использования для решения системы уравнений (6)–(10) эффективных численных методов, разработанных для интегрирования системы уравнений в приближении Буссинеска, записанной в естественных переменных, и тем самым избежать трудностей, возникающих при интегрировании системы уравнений (1)–(5) в случае существенно дозвуковых течений [4]. Для иллюстрации указанной возможности рассмотрим результат решения описанной выше задачи на основе системы уравнений (6)–(10). Ограничимся частным случаем изотермического течения



Ф и г. 2



смеси ( $T_1 = T_2$ ). При этом система уравнений (6)–(10) существенно упрощается и принимает вид

$$(11) \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla \bar{p} + \frac{(\rho - 1)}{\varepsilon_M \sqrt{Fr}} \mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{Ar^{1/2} Re}} \Phi;$$

$$(12) \quad \nabla \mathbf{v} = \frac{\varepsilon_M}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla (\rho \nabla C);$$

$$(13) \quad \rho \frac{dC}{dt} = \frac{1}{Sc \sqrt{Ar^{1/2} Re}} \nabla (\rho \nabla C);$$

$$(14) \quad \rho(\varepsilon_M C + 1) = 1.$$

Начальные условия к этой системе уравнений для рассматриваемой задачи записываются следующим образом:

$$(15) \quad \mathbf{v} = 0, C = 0 \text{ при } t = 0.$$

В качестве граничных условий на твердых стенках используются условия прилипания для скорости и условие равенства нулю проекции вектора диффузионного потока на нормаль к стенке:

$$(16) \quad v_w = 0, (\partial C / \partial n)_w = 0.$$

На отрезках  $ab$  и  $ef$  задаются однородные профили нормальной и нулевые значения тангенциальной составляющих вектора скорости, а концентрация легкого газа полагается равной 0 и 1 соответственно.

На отрезке  $cd$  используются «мягкие» граничные условия:

$$(17) \quad \partial \mathbf{v} / \partial x_1 = \partial c / \partial x_1 = 0.$$

Численное интегрирование системы уравнений (11)–(14) с начальными и граничными условиями (15), (17) проводилось на основе использования одной из модификаций SMAC метода Харлоу [5] на равномерной конечно-разностной сетке с числом узлов  $22 \times 22$ . Расчеты на более мелких сетках ( $32 \times 32$ ,  $22 \times 42$ ) показали, что при этом достигается достаточно высокая точность описания возникающего течения во всем рассматриваемом диапазоне изменения определяющих критериев задачи. Что касается шага интегрирования по времени, то он определяется условием Куранта  $u \Delta t / \Delta x < 1$  для несжимаемой жидкости. Таким образом, при использовании системы уравнений (11)–(14) не возникает необходимости в неоправданном с точки зрения точности расчета уменьшении шага по времени в соответствии с условием Куранта для сжимаемого газа ( $u +$

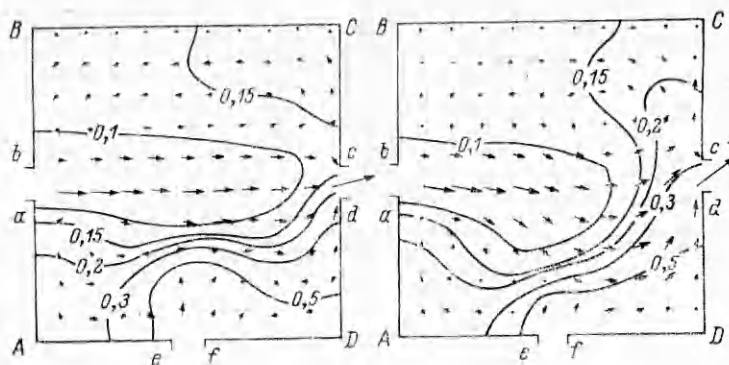
N	$\sqrt{\text{Ar}^{1/2} \text{Re}}$	$v_{1,2}$	$\varepsilon_1$	Fr	Sc	N	$\sqrt{\text{Ar}^{1/2} \text{Re}}$	$v_{1,2}$	$\varepsilon_1$	Fr	Sc
1	300	1	1	0,25	1	9	300	0,7	1	0,25	1
2	100	1	1	0,25	1	10	300	0,01	1	0,25	1
3	20	1	1	0,25	1	11*	300	0,3	1	0,25	1
4	300	1	0,2	0,25	1	12*	300	0,3	0,1	0,25	1
5	300	1	0,01	0,25	1	13	300	0,3	1	0,0625	1
6	300	1	1	1	1	14	300	0,3	10	0,75	1
7	300	0,75	1	1	1	15	100	0,3	1	0,25	1
8	300	1,5	1	1	1	16	20	0,3	1	0,25	1

\* — автоколебательный режим.

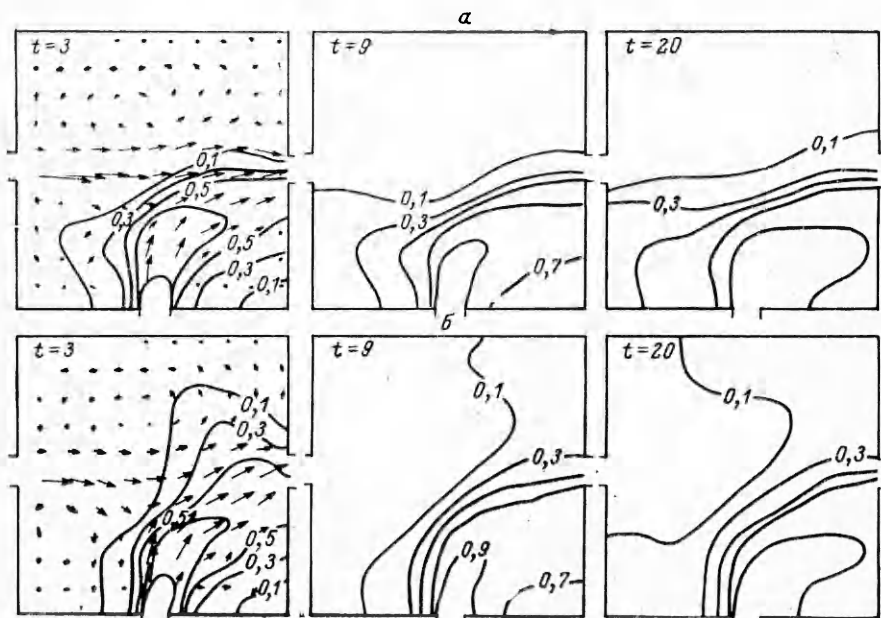
+  $a) \Delta t / \Delta x < 1$  ( $a$  — скорость звука), которое, по существу, исключает возможность расчета рассматриваемого течения на основе полной системы уравнений Навье — Стокса с помощью явных схем и требует разработки специальных весьма громоздких неявных алгоритмов (см., например, [6, 7]).

Рассмотрим основные результаты расчетов. Прежде всего проведенное численное параметрическое исследование (значения определяющих параметров, для которых проводились расчеты, приведены в таблице) показало, что в зависимости от значений определяющих параметров задачи в области возникают два принципиально различных типа течения. Первый из них характеризуется асимптотическим стремлением всех характеристик потока к некоторым постоянным значениям при  $t \rightarrow \infty$ . Второй тип, реализующийся в сравнительно узкой области изменения определяющих критериев, характеризуется немонотонным изменением параметров потока во времени и установлением квазистационарного автоколебательного режима течения при  $t \rightarrow \infty$ . Наглядной иллюстрацией сказанного является фиг. 2, на которой приведены зависимости относительного массосодержания легкого газа в объеме  $G = \int \int \rho C dx_1 dx_2 / (\int \int \rho \times dx_1 dx_2)$  от времени при различных значениях определяющих параметров задачи (номера кривых соответствуют номерам вариантов в таблице). О возможности возникновения автоколебательных режимов течения в рассматриваемой задаче впервые упоминается в [8]. Рассмотрим более подробно механизм этого явления. При определенном соотношении интенсивностей диффузионного переноса массы и импульса, а также естественной и вынужденной конвекции, характеризуемых значениями параметров  $\sqrt{\text{Ar}^{1/2} \text{Re}}$ , Sc, Fr,  $v_{1,2} = v_1/v_2$ ,  $\varepsilon_1$ , на начальной стадии процесса в результате экранирующего действия струи тяжелого газа, поступающей через отверстие  $ab$ , легкий газ скапливается в нижней части объема ABCD (участки роста на кривых 11, 12 на фиг. 2). После того как его масса достигает некоторого «критического» значения, архимедова сила выталкивает «пузырь» легкого газа в верхнюю часть области. При этом он интенсивно выносится из объема через выходное отверстие  $cd$  (участки падения на кривых на фиг. 2). Затем экранирующая горизонтальная струя тяжелого газа вновь восстанавливается, и весь описанный процесс повторяется сначала. При этом с течением времени устанавливается квазистационарный автоколебательный режим течения. Его характерные фазы представлены на фиг. 3, где изображены поля вектора скорости и изолинии концентрации легкого газа в моменты времени  $t = 62; 67$  для условий, соответствующих режиму  $N = 11$  в таблице.

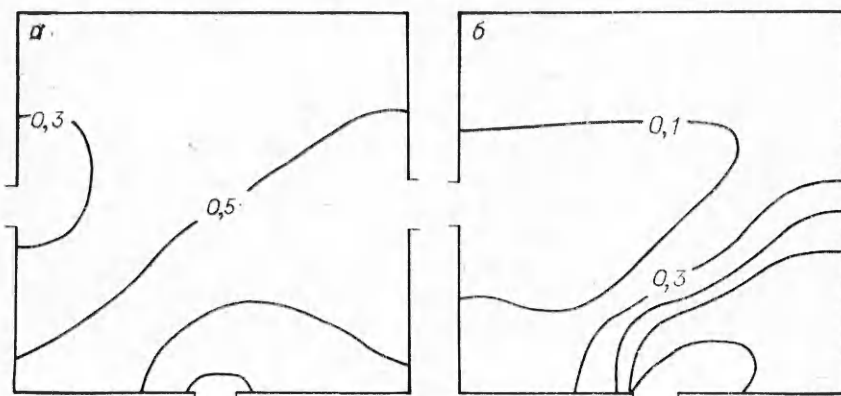
Наряду со значениями критериев  $\sqrt{\text{Ar}^{1/2} \text{Re}}$ , Fr,  $v_{1,2}$ ,  $\varepsilon_1$ , которые, как видно из фиг. 2, определяют режим возникающего в объеме ABCD течения, он зависит также от начальных условий. Так, в случае, если при  $t = 0$  область заполнена не тяжелым, а легким газом, автоколебательный ре-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

жим течения вообще не наблюдается, что находится в полном соответствии с описанным выше механизмом его развития.

Результаты исследований течения первого типа, характеризуемого, как уже отмечалось, установлением стационарного режима при  $t \rightarrow \infty$ , представлены на фиг. 2, 4—6. Несколько неожиданным оказался характер зависимости асимптотического значения  $G(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  от значений пара-



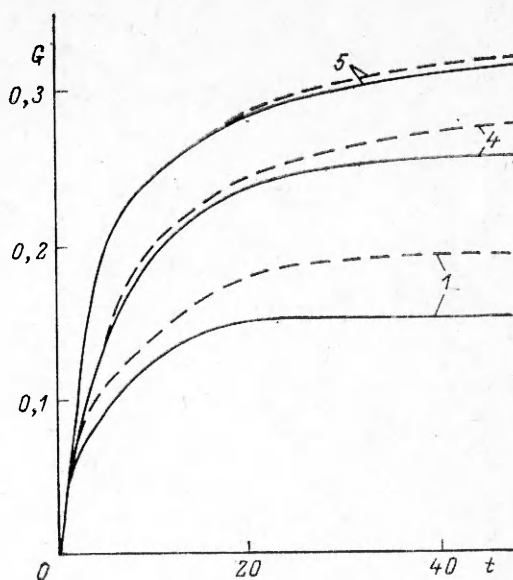
метра  $v_{1,2}$ . Как видно из сравнения штриховых кривых на фиг. 2, указанная зависимость является немонотонной. Это означает, что при некоторых условиях эффективность вентиляции объема ABCD, характеризуемая величиной  $G(t)$ , падает с увеличением скорости подачи вентилярующего газа. Объяснить этот факт можно на основании анализа локальных характеристик течения, имеющих место при условиях, соответствующих вариантам расчета  $N = 7$  и 8. Из фиг. 4, а видно, что в первом случае легкий газ не может преодолеть экранирующее действие струи тяжелого газа, в результате чего он в основном сосредотачивается в нижней части области.

Во втором случае струя тяжелого газа разрушается и создается такая гидродинамическая обстановка, при которой легкая смесь свободно проникает к «выходному» отверстию  $cd$  и выносится из объема (фиг. 4, б). Это и объясняет повышение эффективности вентиляции. Однако такая ситуация имеет место лишь в сравнительно узком диапазоне изменения параметра  $v_{1,2}$ . При его значениях, выходящих за эти пределы, зависимость величины  $G(t)$  от  $v_{1,2}$  имеет обратный характер (см. фиг. 2): с ростом  $v_{1,2}$   $G|_{t \rightarrow \infty}$  возрастает. Это объясняется тем, что описанное выше изменение гидродинамической обстановки, приводящее вначале к повышению эффективности вентиляции с ростом  $v_{1,2}$ , в дальнейшем уже не может компенсировать имеющего при этом место увеличения объема легкого газа, поступающего в ABCD в единицу времени.

Влияние на структуру рассматриваемого течения параметра  $\sqrt{Ar^{1/2}Re}$  иллюстрирует фиг. 5. Уменьшение значения этого параметра приводит к увеличению роли диффузионного переноса, что создает условия для быстрого перемешивания смеси. Так, при  $\sqrt{Ar^{1/2}Re} = 20$  (режим  $N = 3$ ) смесь в ABCD более однородна по составу (фиг. 5, а), а легкого газа в ней больше, чем при значениях  $\sqrt{Ar^{1/2}Re} = 100$  или 300 (кривые 1—3 на фиг. 2 и фиг. 5, б, на которой приведены результаты расчета варианта  $N = 1$ ).

Значительный интерес представляет сравнение результатов, полученных на основе системы уравнений (11)—(14), с соответствующими результатами, полученными при решении той же задачи в рамках приближения Буссинеска. Результаты такого сравнения, представленные на фиг. 6 (сплошные кривые — решение системы уравнений (11)—(14), штриховые — приближение Буссинеска), свидетельствуют о том, что с ростом  $\epsilon_1$  погрешность, вносимая в расчет в результате использования приближения Буссинеска, увеличивается и уже при  $\epsilon_1 = 1$  (кривая 1) достигает 25%. Этот вывод является вполне естественным, поскольку с ростом  $\epsilon_1$  увеличивается отношение плотностей легкого и тяжелого газов, а следовательно, и степень неоднородностей плотности в потоке.

Расчеты показали, что погрешность, вносимая в расчет величины  $G(t)$ , в результате использования приближения Буссинеска не превышает 5% лишь при  $\epsilon_1 \leq 0,1$ .



Фиг. 6

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Никулин Д. А., Потехин Г. С., Стрелец М. Х. Приближенная система уравнений для описания нестационарной концентрационной естественной конвекции в бинарных газовых смесях. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 5.
3. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. Математическая модель и результаты расчетов нестационарного теплообмена при естественной конвекции бинарных смесей с произвольным отношением плотностей. — В кн.: Теплообмен-VI. Т. 1, ч. 3. Минск, 1980.
4. Роч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
5. Ramshaw J. D., Trapp J. A. A numerical technique for low-speed homogeneous two-phase flow with sharp interfaces. — J. Comput. Phys., 1976, vol. 21, N 4.
6. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный расчет газодинамических процессов, сопровождающих горение конденсированных веществ. — ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
7. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1976.
8. Никулин Д. А., Стрелец М. Х. О возможности автоколебательных решений нестационарных задач смешанной конвекции в газовых смесях. — ДАН СССР, 1981, т. 260, № 3.

УДК 532.529

### ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОВОЙ СТРУИ С ТЯЖЕЛЫМИ ЧАСТИЦАМИ НА ОСНОВЕ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Л. Б. Гавин, В. А. Наумов, В. В. Шор

(Калининград)

Теоретические [1—4] и экспериментальные [5, 6] исследования, проведенные в последнее время, показывают, что дисперсные частицы оказывают существенное влияние на газодинамические параметры и турбулентную структуру двухфазных струй. При теоретическом исследовании течений такого рода возникают две основные задачи: формулировка исходной системы уравнений и представление неизвестных корреляционных моментов. Решение первой получено в [7] путем пространственного осреднения микроуравнений, описывающих процессы внутри составляющих фаз; вторая до настоящего времени решалась в рамках теории пути смешения [1—3]. При этом в [2] вместо формулы Прандтля применяется уравнение переноса турбулентной вязкости «чистого» газа.

Для исследования турбулентных течений в однофазных средах в настоящее время широко используются двухпараметрические модели, содержащие уравнения переноса энергии турбулентных пульсаций и скорости ее диссипации [8, 9]. Такие модели позволяют не только рассчитывать осредненные параметры и характеристики турбулентности с учетом предыстории потока, но и более обоснованно учесть влияние внешних воздействий. В [4] впервые использовано уравнение переноса пульсационной энергии для расчета струи с малой концентрацией капель в предположении отсутствия осредненного скольжения фаз. При этом влияние капель на пульсационную энергию учтено приближенно, введением эмпирических поправок к традиционным членам, описывающим генерацию и диссипацию турбулентной энергии; масштаб турбулентности считается пропорциональным ширине струи.

В данной работе для численного исследования турбулентной газовой струи с твердыми частицами в условиях существенной неравновесности по скоростям составляющих фаз предложена модель  $\epsilon - \epsilon$ ; получены выражения для неизвестных корреляционных моментов, обусловленных присутствием дисперсной фазы.

**1. Постановка задачи.** Система уравнений для осредненных величин, описывающая истечение осесимметричной двухфазной турбулентной струи, имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial u_g}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y v_g) = 0;$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho_p u_p) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y (\rho_p v_p + \langle \rho_p' v_p' \rangle)) = 0;$$

$$(1.3) \quad \rho_g \left( u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right) + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_g \langle u_g' v_g' \rangle) = -F_x;$$

$$(1.4) \quad \rho_p u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} + (\rho_p v_p + \langle \rho_p' v_p' \rangle) \frac{\partial u_p}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} (y \rho_p \langle u_p' v_p' \rangle) = F_x;$$