

О ВЛИЯНИИ ДВУМЕРНОСТИ ФРОНТА ПРИ ТЕПЛОПOTЕРЯХ НА ПРЕДЕЛЫ СТАЦИОНАРНОГО БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ

В. В. Александров, А. А. Давыденко, Ю. А. Коваленко,
Н. П. Поддубный
(Новосибирск)

Процессы СВС тугоплавких соединений, фронтальной полимеризации и другие [1], протекающие в режиме горения, часто происходят в условиях, когда существен теплообмен с окружающей средой: в узких трубах, щелевых каналах и в других малых пространственных областях. При этом, как впервые показано в [2], при определенном уровне теплопотерь происходит срыв стационарного режима распространения фронта химического превращения. В классической работе [2] и более поздних (например, [1, 3—10]), в которых выявлены основные закономерности горения в условиях теплоотвода, для количественных оценок используется одномерное приближение. При сильной внешней теплоотдаче такое приближение, вообще говоря, несправедливо. Поэтому и в связи с практической важностью стационарного режима проведения самораспространяющихся процессов экзотермического превращения представляет интерес анализ условий его существования при теплопотерях с учетом эффектов, обусловленных неоднородностью (искривлением фронта).

В общем виде такой анализ связан со значительными математическими трудностями. В настоящей работе на примере модели безгазового горения [11] с узкой реакционной зоной сделана попытка ответить на вопрос: что нового может внести элементарный учет реального искривления фронта при теплопотерях в результаты одномерного анализа. Для сравнения проводилось численное решение на ЭВМ двумерной нестационарной задачи о выходе на стационарный режим.

Рассмотрим распространение зоны реакции в цилиндрическом ($n = 1$) или плоском ($n = 0$) канале с поперечным размером d . Теплоотвод осуществляется в стенке канала в направлении y , перпендикулярном направлению распространения фронта. Уравнения стационарного горения со скоростью u в осевом направлении в системе координат, связанной с фронтом реакции, можно записать в виде

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = a \left(\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{y^n} \frac{\partial}{\partial y} y^n \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{Q_u \partial \eta}{c \partial x},$$

$$u \frac{\partial \eta}{\partial x} = k(T) f(\eta)$$
(1)

с граничными условиями

$$x = -\infty: T = T_0, \eta = 0,$$

$$x = +\infty: \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

$$y = 0: \frac{\partial T}{\partial y} = 0,$$

$$y = \frac{d}{2}: \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0).$$
(2)

Здесь T — температура; η — глубина превращения в конечный продукт; a — коэффициент температуропроводности; c — удельная теплоемкость; α — коэффициент теплоотдачи; Q — тепловой эффект реакции; $f(\eta)$ — кинетический закон взаимодействия компонентов; $k(T)$ — константа скорости, зависящая от температуры по закону Аррениуса. В (2) предполагается наиболее естественное условие равенства температуры окружающей среды начальной температуре состава. При $\alpha \rightarrow \infty$ условие на

стенке переходит в условие 1-го рода

$$y = d/2: T = T_0. \quad (3)$$

Характерное свойство самораспространяющихся по тепловому механизму реакций — большая величина показателя в аррениусовской экспоненте $\exp(-E/RT)$. В отсутствии теплопотерь величина RT/E , оставаясь малой, приобретает максимальное значение при адиабатической температуре горения $T_{ад} = T_0 + Q/c$. Обозначим $\epsilon = RT_{ад}/E$. Сильная зависимость скорости реакции от температуры $k(T)$ позволила разработать приближенную теорию скорости горения на основе представления об узкой зоне реакции вблизи максимальной температуры T_{max} [12, 13]. Для скорости распространения, нормального к поверхности фронта реакции, получается приближенная формула [1, 11—15]

$$u^2 \approx A \frac{RT_{max}^2}{E} \exp(-E/RT_{max}), \quad (4)$$

где постоянная A для узких реакционных зон зависит только от вида кинетической функции $f(\eta)$ (так как конечная степень превращения даже на пределе горения равна единице [3, 6]) и теплофизических параметров реакционной системы, но не зависит от T_{max} . Теплопотери вызывают снижение T_{max} и соответственно u . Уменьшение скорости, в свою очередь, увеличивает время пребывания вещества в реакционной зоне, что приводит к дальнейшему росту потерь тепла и понижению температуры горения. Наличие такой положительной обратной связи [2] и есть причина срыва горения при некотором критическом уровне теплопотерь.

Интенсивный боковой теплоотвод при горении в канале с холодными стенками приводит к искривлению фронта реакции и падению максимальной температуры вдоль фронта при приближении к стенке вследствие неоднородности температуры по сечению. При этом нарушается совпадение нормалей к поверхностям равной температуры и степени превращения: изотермы пересекают поверхность реакции. В этих условиях нормального распространения фронта, вообще говоря, уже нет, так как имеется касательная к фронту превращения составляющая градиента температуры. Согласно общему представлению о тепловом механизме распространения реакции, скорость фронта в данной его точке направлена уже не по нормали к фронту, что характерно для случая плоской поверхности реакции, а по нормали к изотермической поверхности, пересекающей фронт в этой точке (т. е. по антиградиенту температуры).

Однако для узких реакционных зон угол между нормальями к температурному фронту и фронту превращения мал, и его можно не учитывать. В целом же фронт равномерно распространяется вдоль оси канала со скоростью u . Обозначим локальную скорость фронта u_f (на оси ($y = 0$) $u_f = u$). Тогда для равномерно распространяющегося искривленного фронта (из условия стационарности режима) можно записать аналогичное закону косинуса Михельсона для плоского фронта [15, 16] соотношение (рис. 1)

$$u_f = u \cos \varphi, \quad (5)$$

где φ — угол между локальным направлением распространения фронта (по нормали к его поверхности) и общим направлением (отрицательным направлением оси x). Угол φ увеличивается по мере приближения к стенке. Значение краевого угла (между стенкой и фронтом в точке их пересечения) можно оценить из следующих соображений (без учета (5) эти соображения впервые высказаны в работе [16] применительно к газовому пламени). Локальный поток тепла из зоны реакции в направлении распространения фронта в данной точке находится из выражения

$$q_f \approx u_f c_p (T_f - T_0), \quad (6)$$

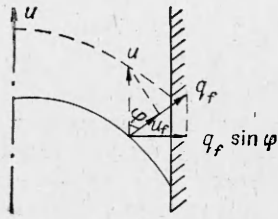


Рис. 1. Схема искривленного стационарного фронта у стенки канала, в которую происходят теплопотери.

а его нормальная к стенке составляющая на краю фронта равна потоку через стенку:

$$q_{jk} \sin \varphi_k = \alpha (T_{jk} - T_0) \quad (7)$$

(T_{jk} — температура в точке пересечения фронта со стенкой; φ_k — крайевой угол¹ между локальным и общим направлениями распространения фронта).

Из (6) и (7) получаем соотношение на кромке искривленного фронта

$$u_{jk} c_p \sin \varphi_k = \alpha, \quad (8)$$

откуда с учетом (5) для краевого угла имеем

$$1/2 \cdot c_p u \sin 2\varphi_k = \alpha. \quad (9)$$

Если коэффициент внешней теплоотдачи зафиксирован ($\alpha = \text{const}$) и достаточно мал, то уменьшение поперечного размера канала, изменяя соотношение между тепловыделением и теплоотводом, снижает и скорость горения. Это приводит к росту φ_k , так что на пределе он принимает максимальное значение. С увеличением α при фиксированном d скорость также падает, а φ_k растет. Однако, начиная с некоторого значения $\alpha = \alpha_*$, соответствующего максимуму левой части (9) и характерного для данной системы при заданном d , дальнейший рост α на кромке фронта невозможен, так как привел бы к нарушению (9). Фронт начинает отступать от стенок канала, сохраняя прежнее значение угла $\varphi_k = \pi/4$. В этой ситуации вместо α в (9) нужно подставить суммарный коэффициент теплопередачи

$$K = \frac{1}{1/\alpha + \vartheta \left(\alpha - \frac{1}{2} u c_p \right) / k_{f\delta}}, \quad (10)$$

где $k_{f\delta}^{-1}$ — тепловое сопротивление замороженного теплоотдачей пристенного слоя; $\vartheta(\alpha - \alpha_*)$ — ϑ — функция Хэвисайда;

$$\vartheta(s) = \begin{cases} 0 & s < 0, \\ 1 & s \geq 0. \end{cases}$$

Формула (9) при $\alpha > \alpha_*$ переходит в уравнение для коэффициента теплопередачи

$$1/2 \cdot u c_p = K. \quad (11)$$

Таким образом, локализация горения внутри канала без выхода на поверхность при большом внешнем теплоотводе приводит к уменьшению теплопотерь и расширению пределов горения (относительно тех пределов, которые получились бы без учета искривления стационарного фронта). Это происходит благодаря наличию (кроме положительной обратной связи, приводящей к погасанию) отрицательной обратной связи (11), которая уменьшает K (с падением u), и частичной компенсации указанной Я. Б. Зельдовичем [2] положительной связи. В этом случае (при сильной внешней теплоотдаче) теплоотвод из зоны горения начинает лимитироваться диффузией тепла к стенке.

¹ Как будет показано далее из численных решений, изотермы в передней части очага реакции при узких зонах примерно эквидистанты и начинают сильно расходиться лишь в задней части фронта, что оправдывает приближение краевого угла в данном случае.

Из соотношений (10) и (11) можно рассчитать толщину замороженного слоя δ . Считая, что

$$2\delta/d \ll 1, \quad (12)$$

получим для цилиндра ($n=1$) и пластины ($n=0$) примерно одинаковые величины внутреннего теплового сопротивления: $k_{\delta}^{-1} = \delta/\lambda$. Тогда из (10), (11) при $\alpha > \alpha_*$

$$\delta \approx 2a/u - \lambda/\alpha, \quad (13)$$

что подтверждает предположение (12), использованное при выводе k_{δ} для цилиндра. В самом деле, $\delta_{\max} = 2a/u^*$ при $\alpha \rightarrow \infty$, откуда

$$2\delta_{\max}/d^* = 4a/u^* \cdot d^* = 2/Mi^* \ll 1$$

($Mi = ud/2a$ — критерий Михельсона, на пределе для различных систем [2] $Mi_{\min} = Mi^* = 10 \div 30$).

Наличие замороженного слоя вблизи стенки означает, что в нем при сильном понижении температуры вследствие теплопотерь фронтальное распространение реакции невозможно из-за чрезвычайно низкой скорости превращения. Фактически реакция частично протекает в медленном объемном режиме в течение периода остывания (слой неоднороден по составу: ближе к горящему ядру канала вещество частично реагирует). В экспериментах, проведенных в условиях сильной теплоотдачи (плоские образцы сжигались зажатыми между массивными медными блоками), действительно наблюдалось недогорание и вообще отсутствие превращения на поверхностях контакта образцов с медными телами. Аналогичные эксперименты проводились в работе [17].

Критерием применимости приближенного одномерного анализа уравнений горения с теплопотерями является малость безразмерного комплекса (ср. [7])

$$\kappa = Vi/Mi^2, \quad (14)$$

где $Vi = \alpha d/2\lambda$ — критерий Био. Обобщая, вместо Vi нужно подставить комплекс $N_n = K\hat{d}/2\lambda$, где K определяется формулой (10), а

$$\hat{d} = 2 \left[\frac{d}{2} - \delta\theta (\alpha - \alpha_*) \right]. \quad (15)$$

Как указывалось выше, в стационарном режиме распространения фронта теплоотдача из зоны реакции не может расти до бесконечности при $\alpha \rightarrow \infty$. В этом случае для данного d

$$\kappa = N_n/Mi^2 \quad (16)$$

остается малым. В самом деле, (9) или (14) можно переписать в виде

$$1/2 \cdot Mi \sin 2\varphi_k = N_n, \quad (17)$$

откуда $\kappa = (\sin 2\varphi_k)/2Mi \ll 1$ (см. выше).

Далее, следуя [2, 7], переходим в (1) к осредненной температуре внутри ядра горения (без замороженных слоев) и получаем для безразмерной скорости $U = u_a/u$, соответствующей средней по сечению ядра горения \hat{d} температуре, в приближении узкой зоны реакции трансцендентное уравнение

$$U^2 = \exp \left[\frac{2(n+1)}{\varepsilon} \kappa_{ад} U^2 \right], \quad (18)$$

где $\kappa_{ад}$ — критерий (16), в котором в Mi в качестве определяющей взята адиабатическая скорость горения. Из (17) и (16) находим дополнительное уравнение для краевого угла (отличие от [2]):

$$\sin 2\varphi_k/U = \kappa_{ад} Mi_{ад}. \quad (19)$$

При малых α , пока (9) может быть выполнено, $\kappa_{ад} = \text{const}$ и система (18), (19) позволяет рассчитать U и φ_k . Определяя при заданном $\kappa_{ад}$

величину U из (18), находим скорость горения и затем из (19) — краевой угол. Уравнение (18) разрешимо не при любых значениях $\kappa_{ад}$. Критическое условие разрешимости (18):

$$\frac{2(n+1)}{\varepsilon} \kappa_{ад}^* = \frac{4}{e}, \quad (20)$$

$$u^* = \frac{u_a}{U^*} = \frac{u_a}{\sqrt{e}}. \quad (21)$$

Из (20) следует

$$\frac{u_a d^*}{a} = [4(n+1)e/\varepsilon] (\alpha/u_a c_p). \quad (22)$$

Разрешая (19), найдем критическое значение угла при условии (20)

$$\sin 2\varphi_k^* = \frac{Mi_{ад}^* \varepsilon}{(n+1)\sqrt{e}} = \sqrt{\frac{2N_h^* \varepsilon}{n+1}}. \quad (23)$$

Это решение имеет место для малых α , при которых $N_h^* = Vi^*$. Для больших α , как отмечалось, $\varphi_k \approx \pi/4$. В [17, 18] при интенсивном теплоотводе и d^* наблюдался фронт, близкий по форме к части сферы (к цилиндрической поверхности в случае плоских образцов) с радиусом, равным примерно диаметру (толщине) образца, что соответствует $\varphi_k^* \approx 30^\circ$. В аналогичных экспериментах, проведенных в [19] на баллистическом порохе Н, зарегистрирована глубина кратера, равная радиусу. Установлено также, что поверхность шашек не плоская и при $d > d^*$. Таким образом, следуя [17], можно говорить об универсальности формы искривления фронта на пределе, что находится в соответствии (качественном и приближенно количественном) с результатом приведенного анализа ($\varphi_k^* \approx \pi/4$).

Другим следствием полученных уравнений является то, что при больших α , когда (9) не может быть выполнено и $\sin 2\varphi_k = 1$, $\kappa_{ад}$ уже не будет константой, а зависит от U по уравнению (19), которое в этом случае имеет вид $1/U = 2\kappa_{ад} Mi_{ад}$. Отсюда из (18) на пределе горения имеем

$$\widehat{Mi}_{ад}^* = \frac{e(n+1)}{2\varepsilon}, \quad (24)$$

а скорость падает в e раз:

$$U^* = e. \quad (25)$$

При этом, как нетрудно показать аналогично [2, 7], T_{max} падает по сравнению с $T_{ад}$ на два (а не на один, как при малых α) характерных интервала: $\Delta T_{max} \approx 2RT_{ад}^2/E$. Аналогичный результат (но другими способами) получен для порохов в [5, 20], где он обусловлен, однако, иными (хотя и схожими) физическими причинами, приводящими к пропорциональности интенсивности теплопередачи из зоны горения скорости горения.

В (24) в $\widehat{Mi}_{ад}^*$ в качестве определяющего входит поперечный размер горящего канала \widehat{d} . Чтобы пересчитать на полный размер образца d , нужно учесть толщину замороженного слоя. Для плоского случая $k_{f\delta} = \lambda/\delta$ и из (10), (11) при $\alpha \rightarrow \infty$ получаем

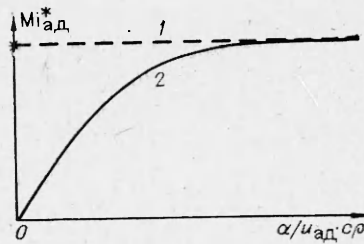
$$Mi = \widehat{Mi} + 2. \quad (26)$$

При $n = 1$ $k_{f\delta} = \frac{2\lambda}{\widehat{d} \ln(d/\widehat{d})}$, откуда из (10), (11) вытекает

$$Mi = \widehat{Mi} \exp(2/\widehat{Mi}). \quad (27)$$

Рис. 2. Зависимость безразмерного критического диаметра горения (критического значения критерия Михельсона $Mi_{ад}^*$) от безразмерного внешнего коэффициента теплоотдачи на стенке канала.

1 — (30); 2 — $Mi_{ад}^* = 2e \frac{(n+1)}{\varepsilon} (\alpha/u_{ад} \cdot c\rho)$ (при малых α , см. (31)).



Подставляя в (26) и (27) значения \widehat{Mi} на пределе (24) и заменяя скорость горения на адиабатическую, получим

$$n = 0: Mi_{эд}^* = \frac{e}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} + 4 \right), \quad (28)$$

$$n = 1: Mi_{эд}^* = \frac{2e}{\varepsilon} e^{2\varepsilon} \simeq \left(\frac{2}{\varepsilon} + 4 \right) \frac{\varepsilon}{2}. \quad (29)$$

Формулы (28) и (29) приближенно могут быть объединены очевидной более общей:

$$Mi_{эд}^* \approx \frac{e}{2} \left[\frac{(n+1)}{\varepsilon} + 4 \right]. \quad (30)$$

Последовательно проводя приближение узких зон, в (28)–(30) следовало бы в скобках оставить только первый член, однако до сравнения с численным счетом удержим и вторые слагаемые. Основанием этому может служить тот факт, что базовая формула (4), на которой построено дальнейшее приближение, обладает «большим запасом прочности» [21, 22]. Она дает хорошие результаты даже при сравнительно небольших $E/RT_{эд} = \varepsilon^{-1}$. Так, в [21] показано, что уже при $\varepsilon^{-1} = 4,5$ полученная по (4) скорость отличается от численного счета менее чем на 10%. Однако $\varepsilon^{-1} = 4,5$ — это почти 50% от значения в скобках в формуле (28), и удержание второго члена может улучшить совпадение с численным счетом для $Mi_{эд}^*$. Во всяком случае, при малых ε вторые члены не сильно скажутся на результатах. Из (28)–(30) следует представленная на рис. 2 зависимость $(d^* u_{эд}/a) = 2Mi_{эд}^* = f(\alpha/u_{эд} \cdot c\rho)$.

Из приведенных соотношений видно, что геометрия канала при прочих равных условиях по-разному влияет на величину d^* в зависимости от внешней теплоотдачи. При $\alpha < \alpha_*$ ($\alpha = \text{const}$) из (22) следует

$$d^* = \frac{2\alpha\lambda}{(u_{эд}c\rho)^2 \kappa^*} - \frac{4e\alpha\lambda(n+1)}{(u_{эд}c\rho)^2 \varepsilon}, \quad (31)$$

откуда вытекает соотношение критических размеров цилиндрического $d_{ц}^*$ и плоского $d_{п}^*$ каналов

$$\frac{d_{п}^*}{d_{ц}^*} = 2. \quad (32)$$

При стабилизированном теплообмене, когда $Bi = \text{const}$, из (16) и (20) получаем

$$d^* = \frac{2a}{u_{эд}} \sqrt{\frac{Bi}{\kappa_{эд}}} = \frac{2a}{u_{эд}} \sqrt{\frac{2eBi(n+1)}{\varepsilon}}, \quad (33)$$

$$\frac{d_{п}^*}{d_{ц}^*} = \sqrt{2}.$$

Наконец, при больших α , когда горение переходит в подповерхностный режим, из (28)–(30) имеем

$$\frac{d_{п}^*}{d_{ц}^*} \approx 2(1 - 2\varepsilon). \quad (34)$$

Таким образом, отношение $d_{\text{н}}^*/d_{\text{п}}^*$ в зависимости от условий теплоотдачи может изменяться в пределах от $\sqrt{2}$ до 2.

Для численного анализа двумерной модели горения использовалась следующая система нестационарных уравнений:

$$\begin{aligned} \text{ср } \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{y^n} \frac{\partial}{\partial y} \lambda y^n \frac{\partial T}{\partial y} + Q\rho w(T, \eta), \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= w(T, \eta) = \begin{cases} 0, & T < T_{\text{н}}, \\ k_0 \exp(-m\eta - E/RT), & T \geq T_{\text{н}}, \quad 0 \leq \eta < 1, \\ 0, & \eta > 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} t = 0: & T = T_0, \quad \eta = 0 \quad (x \neq 0), \\ x = 0: & T = T_{\text{п}}, \\ x = \infty: & T = T_0, \quad \eta = 0, \\ y = 0: & \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \\ y = \frac{d}{2}: & \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{\alpha}{\lambda} (T - T_0). \end{aligned} \quad (36)$$

В части численных экспериментов при $x=0$ по истечении некоторого времени температура задавалась равной T_0 . Примененная функция тепловыделения позволяет учесть торможение химической реакции образующимся продуктом. Однако в настоящей работе использовались малые значения степени торможения $m \leq 5$, при которых реакционная зона остается узкой по сравнению с зоной прогрева [23].

Для численных экспериментов взяты типичные для СВС-систем параметры модели; температура поджигания $T_{\text{п}}$ полагалась равной адиабатической температуре горения, умноженной на коэффициент 0,9. В численных экспериментах наблюдалась стационарная волна горения, на которую выходило решение нестационарной задачи по истечении некоторого времени. Скорость распространения волны определялась по перемещению точки на оси ($y=0$) с температурой $T_{\text{п}}$ (температура начала реакции). Та величина поперечного размера d , при которой решение уже не выходило на стационарную волну, принималась за критический размер d^* . Такой подход к определению критических условий требует ответа на два нетривиальных вопроса: связано ли отсутствие стационарного горения только с величиной теплопотерь вне зависимости от условий поджигания или с затруднениями на стадии зажигания из-за теплопотерь. И, если имеет место второе, то все ли возможности инициирования процесса горения были исчерпаны?

Однозначного ответа на вопрос о совпадении или несовпадении критических условий зажигания и горения в настоящее время нет. Однако в работе [21], одной из первых, где использовался метод установления (основанный на рассмотрении системы нестационарных уравнений) для решения задач стационарного горения, с помощью численных экспериментов на одномерной модели показано, что эти условия примерно одинаковы. В настоящей работе для получения приблизительного ответа на этот вопрос варьировались условия зажигания. Зажигание производилось накаливаемой поверхностью (контактирующей как постоянно, так и кратковременно), а также адиабатической волной. Полученные во всех случаях поджигания критический размер и скорость горения в пределе с точностью экспериментального определения ($\sim 10\%$) совпадали. Эти результаты указывают на то, что значения d^* , найденные в численных экспериментах по формированию волны накаливаемой поверхностью с $T_{\text{п}} = 0,9T_{\text{ад}}$, по-существу, являются критическими диаметрами горения.

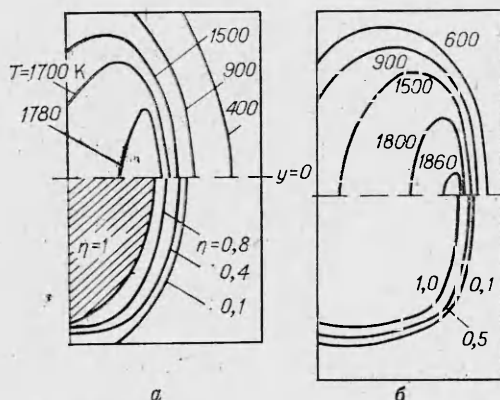


Рис. 3. Распределение температуры и глубины превращения при безгазовом горении в щелевых каналах ($u_{ад} = 4,3$ см/с, $T_{ад} = 1913$ К, $T_{н} = 933$ К, $E = 20$ ккал/моль, $Q = 264$ кал, $k_0 = 5 \cdot 10^6$ 1/с, $m = 5$, $\lambda = 0,0175$ кал/(см \cdot с \cdot К), $c = 0,165$ кал/(г \cdot К), $\rho = 2,8$ г/см 3).

Сравнение значений $2Mi_{ад}^*$ на пределе горения, полученных численным решением системы уравнений (35), (36), с рассчитанными по приближенной формуле (28)

n	ε^{-1}	Численный счет	По формуле (28)
0	5,3	22	25,3
	5,5	24	25,8
	6,3	26	28,0
	7,2	28	30,4
	7,3	31	30,7
	9,3	32	36,2
1	7,3	58	50,6

Примечание. Значения физико-химических параметров те же, что для кривых на рис. 3, ε изменен за счет E . Погрешность численного определения критических условий $\sim 10\%$.

На рис. 3 представлены типичные поля температуры и глубины превращения в стационарной волне при $\alpha = 1$ (а) и $\alpha = 2000$ кал/(см $^2 \times$ с \cdot К) (б) (соответственно $d = 0,18$ и $0,4$ см). Видно, что наибольшая часть падения температуры приходится на небольшой участок вблизи стенки и четко выделяется высокотемпературное ядро зоны горения.

Результаты определения $Mi_{ад}^*$ для $\alpha = 2000$ кал/(см $^2 \cdot$ с \cdot К) (при этом коэффициенте внешней теплоотдачи на стенке $T = T_0$ и $Mi_{ад}^*$ зависят только от ε) приведены в таблице. Там же представлены критические значения, рассчитанные по формуле (28). Как видно из таблицы, удержание второго члена в (28) — (30), хотя и неправомерное с формальной точки зрения, оправдано практически. Этот факт воспроизводится во всех численных экспериментах (расхождение между численным решением и приближенными оценками нигде не выходит за пределы 15%) и, по-видимому, неслучаен, хотя и требует осмысления.

При прочих равных параметрах системы, но различных α (1, 10 и 2000 кал/(см $^2 \cdot$ с \cdot К) на оси получаются примерно одни и те же значения $T_{max} \approx 1660$ К (что соответствует $T_{ад} - T_{max} \approx 1,5RT_{ад}^2/E$) и $u^* \approx 2,8$ см/с (что примерно в 1,54 раза меньше адиабатической). Разница появляется лишь в критическом размере, причем увеличение α от 1 до 10 приводит к заметному изменению структуры изолиний и критических условий (d^* составляет $0,14 \div 0,18$ см), однако рост α от 10 до 2000 уже практически не сказывается на картине горения и погасания, что находится в соответствии с изложенными выше представлениями: при $\alpha \approx 1$ кал/(см $^2 \cdot$ с \cdot К) теплоотдача в стенке переходит в режим, лимитируемый диффузией тепла через замороженный слой. Расхождение же T_{max}^* и u^* с предсказанными значениями может быть обусловлено следующим.

Во-первых, не исключено, что предел возможности существования стационарного режима не достигнут при счете, а достигнута граница его устойчивости, где скорость и температура еще не упали так низко, как получено выше. Поскольку дальнейшее развитие решения не прослеживалось, а найденные в одномерном приближении критерии устойчивости могут и не работать в двумерном случае (они выполнены везде, за исключением значения $\varepsilon^{-1} = 9,3$ в таблице), то такую возможность исключить нельзя. Во-вторых, аналитически снижение максимальной температуры на два интервала $RT_{ад}^2/E$ относится к средней по сечению тем-

пературе $\frac{1}{s} \int_{(s)} T d\sigma$, а T_{\max}^* — значение на оси, и оно выше среднего.

Отличие в этих температурах будет сильнее для кругового сечения, так как в среднюю температуру с большим весом войдут величины на периферии канала. Следствием сказанного является и большая скорость u^* , чем предсказанная, так как она есть функция T_{\max}^* .

В связи со вторым замечанием интересно сравнить приведенные выше результаты с результатами, которые получаются с помощью хорошо зарекомендовавшего себя в задачах теплового взрыва и зажигания метода координатного осреднения уравнения теплопроводности [24] (подход Я. Б. Зельдовича [2, 7] равносильно осреднению с единичным весом). В качестве весовой функции при осреднении уравнения (1) по y выбирается первая собственная функция краевой задачи

$$\frac{1}{\xi^n} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi^n \frac{\partial v}{\partial \xi} + \mu^2 v = 0, \quad (37)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = -\text{Bi} v \Big|_{\xi=1},$$

нормированная на единицу $\int_0^1 v_1 d\xi^{n+1} = 1$, а средняя температура определяется по формуле

$$\bar{T} = \int_0^1 T(\xi) v_1(\xi) d\xi^{n+1}, \quad (38)$$

где $\xi = y/(d/2)$. Тогда задаче (1), (2) соответствует осредненное уравнение

$$u \frac{d\bar{T}}{dx} = a \frac{d^2 \bar{T}}{dx^2} - \frac{4\mu_{1n}^2 a}{d^2} (\bar{T} - T_0) + \frac{Q}{c} k(\bar{T}) f(\eta), \quad (39)$$

в котором μ_{1n} — первое собственное значение (37), являющееся наименьшим нулем функции

$$F_n(\mu) = \begin{cases} \mu \operatorname{tg} \mu - \text{Bi}, & n = 0, \\ \mu I_1(\mu) - \text{Bi} I_0(\mu), & n = 1, \end{cases}$$

$I_n(\mu)$ — функции Бесселя. Уравнение (39) аналогично исследованному в [2, 7], а при $\text{Bi} \rightarrow 0$ они совпадают (при этом $\mu_{1n} = \sqrt{(n+1)\text{Bi}}$). Поэтому при всех Bi результат определения критических условий разрешимости (39) сохранится, если только вместо $[(n+1)\alpha]$ в (22) подставить $\alpha = 2\mu_{1n}^2 \lambda/d$. В итоге получим для критической скорости то же соотношение (21), а для критического числа Михельсона (или безразмерного критического размера)

$$\text{Mi}_{\text{зд}}^* = \mu_{1n} \sqrt{2e/\varepsilon}. \quad (40)$$

Поскольку при $\text{Bi} \rightarrow \infty$ μ_{1n} ограничено, результат (40) качественно совпадает с (30) (см. также рис. 2), количественное же расхождение довольно существенное. Численный счет дает критические величины u^* и T_{\max}^* , которые ближе к полученным осреднениям (37) — (39), тогда как $\text{Mi}_{\text{зд}}^*$ оказывается ближе к (30).

Численные расчеты подтверждают также влияние формы каналов на d^* , выраженное формулами (32), (34): в цилиндрических каналах критический размер примерно вдвое больше, чем в плоских. Из (40) получаем другое соотношение

$$\dot{a}_{\text{ц}}^*/\dot{a}_{\text{п}}^* = \mu_{11}/\mu_{10} = \frac{2,405}{(\pi/2)} = 1,53.$$

Аналогичные изложенным в настоящей работе результаты (снижение скорости горения на пределе в ϵ раз, а температуры на два характерных интервала $2RT_{ад}^2/E$, качественно схожий характер зависимости критического поперечного размера от величины теплотерь (см. рис. 2)) содержатся в [10], где для случая контакта горячей системы с инертным материалом предложена оценка коэффициента теплоотдачи² по формуле

$$\alpha \approx \frac{h_{ин}}{b} u_{ср}, \quad (41)$$

в которой $b = \lambda/\sqrt{a}$ и $b_{ин} = \lambda_{ин}/\sqrt{a_{ин}}$ — коэффициенты тепловой активности состава и инертного материала. Различие с результатами работы [10] носит в основном количественный характер:

1) снижение скорости на пределе в ϵ раз, обусловленное пропорциональностью коэффициента теплоотдачи скорости горения (41), в [10] получается при любом уровне теплотерь;

2) найденная в [10] в предельных по теплоотдаче условиях первой краевой задачи ($b_{ин} \gg b$) оценка толщины замороженного пристенного слоя при срыве горения, составляющая $d^*/4$, сильно отличается от даваемой формулой (13) — $\delta^* = 2a/u^*$, которая больше соответствует наблюдаемым в экспериментах и численных расчетах размерам этого слоя $\delta^* \ll d^*$;

3) подстановка (41) в соотношения (9) — (27) в условиях недогорания у стенок дает критические значения $Mi_{ад}^*$ и δ^* , отличающиеся от [10]:

$$Mi_{ад}^* = \frac{1}{2} \left[\frac{n+1}{\epsilon} + 4 - 2 \frac{b}{b_{ин}} \right], \quad \delta^* = \frac{2a}{u^*} \left(1 - \frac{b}{2b_{ин}} \right).$$

Таким образом, при больших α учет искривления фронта и недогорания у стенок приводит к расширению пределов стационарного горения, связанному с переходом теплоотвода в режим, лимитируемый диффузией тепла через замороженный слой толщиной (13). Особенно чувствительным к этой смене режимов оказывается критический поперечный размер, что подтверждается численным счетом.

В заключение авторы выражают свою признательность А. П. Алдушину за критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Мержанов. — В кн.: Тепломассообмен в процессах горения. Черногловка, ОИХФ АН СССР, 1980.
2. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1941, 1, 159.
3. А. П. Алдушин, Т. М. Мартемьянова и др. ФГВ, 1973, 9, 5, 613.
4. А. П. Алдушин. Канд. дис. ОИХФ АН СССР, 1974.
5. Б. И. Кондриков, Б. В. Новожилов. ФГВ, 1974, 10, 5, 661.
6. К. Г. Шкадинский, М. И. Лебедев. ФГВ, 1975, 11, 4, 530.
7. Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. Б. Либрович. Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
8. К. Г. Шкадинский. Докт. дис. ОИХФ АН СССР, 1983.
9. А. П. Алдушин. ФГВ, 1984, 20, 3, 10.
10. С. С. Рыбанин, С. Л. Соболев. Докл. АН СССР, 1983, 269, 6, 1394.
11. А. Г. Мержанов. Теория безгазового горения. Препринт ОИХФ АН СССР, Черногловка, 1973.
12. Я. Б. Зельдович, Д. А. Франк-Каменецкий. ЖФХ, 1938, 12, 1, 100.
13. Я. Б. Зельдович. ЖФХ, 1948, 22, 1, 27.
14. Б. В. Новожилов. Докл. АН СССР, 1961, 141, 1, 151.
15. Б. Льюис, Г. Эльбе. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: ИЛ, 1948.
16. Д. А. Франк-Каменецкий. Докл. АН СССР, 1945, 46, 6, 254.
17. А. А. Зенин, Г. А. Нерсисян. Структура зон волны СВС при образовании боридов вблизи критических условий погасания. Препринт ОИХФ АН СССР. Черногловка, 1981.
18. А. А. Зенин, О. И. Лейпунский и др. ФГВ, 1976, 12, 2, 179.

² В [10] $E' = E/2$.

19. И. Я. Вишневецкий, А. П. Денисюк, А. Е. Фогельзанг. ФГВ, 1979, 15, 1, 12.
20. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11—12, 498.
21. Y. B. Zeldovich, G. I. Barenblatt. Comb. Flame, 1959, 3, 1, 61.
22. Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
23. В. В. Александров, А. А. Давыденко, Ю. А. Коваленко и др. ФГВ, 1984, 21, 1, 21.
24. А. И. Вольперт, С. И. Худиев. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.

*Поступила в редакцию 15/VIII 1984,
после доработки — 16/IV 1986*

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПРИ ГАЗОФАЗНОМ ОКИСЛЕНИИ УГЛЕВОДОРОДОВ

С. Г. Бернатосян, А. А. Манташян

(Ереван)

Исследования осцилляций в процессах окисления углеводородов в проточных условиях в двухсекционном реакторе [1—3] позволили показать, что в этих системах возникают как затухающие, так и стабильные осцилляции. Система через затухающие осцилляции переходит в режим стабилизированного холодного пламени. Изменение параметров системы, таких как скорость потока, давление, температуры в первой секции T_1^0 и особенно во второй T_2^0 , где возникают осцилляции, позволяет получить режим стабильных, непрерывных осцилляций с определенной амплитудой и частотой колебаний. В зависимости от этих параметров стабильные осцилляции могут быть гармоническими, квазигармоническими или релаксационными. Для детального изучения осцилляций, установления их природы необходимо определить их характеристики в различных точках реактора: по его вертикальному и горизонтальному сечениям. Выяснить, осциллирует ли весь объем реактора одновременно или имеет место последовательное распространение холоднопламенной волны, возникающей в определенной точке реактора.

Эксперименты проводили в двухсекционном цилиндрическом реакторе ($l_1 = 330$ мм, $l_2 = 140$ мм, $d_1 = d_2 = 60$ мм) с отдельным терморегулируемым подогревом секций [1] при $T_2^0 = 570 \div 600$ К. Давление в реакторе $p = 42 \div 45$ кПа, а время контакта во второй секции $\tau_2 = 10 \div 60$ с.

Изучалось осцилляционное окисление пропана ($C_3H_8 : O_2 = 1 : 1$, пропилена ($C_3H_6 : O_2 = 1 : 1$), а также смесей, содержащих пропан и пропилен в разных соотношениях — $C_3H_8 : C_3H_6 : O_2 = 1 : 1 : 2$; $C_3H_8 : C_3H_6 : O_2 = 2 : 1 : 3$.

Осцилляции температуры фиксировались тонкими нихром-копелевыми термопарами ($d = 0,05$ мм), предварительно обработанными диэтиловым эфиром ортокремниевой кислоты с целью пассивации поверхности. Две термопары вводились с двух торцов реактора через входной и выходной штуцеры соответственно, спаи которых находились на расстоянии 13 см друг от друга и при необходимости могли передвигаться. Через боковой штуцер по вертикальной оси была опущена третья термопара. Спаи последней достигал до горизонтальной оси реактора и находился на расстоянии 6 см от одной и 7 см от другой термопары. Одновременно записывались показания всех трех термопар на самописце.

Предварительно проведены эксперименты в статических условиях. Выключался подогрев первой секции реактора, а во второй устанавливалась температура 580 К. После заполнения реактора пропанокислородной смесью при $p = 45$ кПа отключалась струя. Запись показаний тер-