сплошными линиями ограничен диапазон температур, получающихся из расчета по методике [3].

Таким образом, в настоящей работе исследовано влияние нестационарных электромагнитных эффектов на возможность и достоверность измерения температуры термопарным методом в условиях импульсного деформирования; установлен эффект экранировки центральной области термопары краевой зоной; измерена температура в меди при давлениях от 15 до 39 ГПа.

Авторы искренне признательны В. М. Титову за полезное обсуждение и благодарят В. Н. Зеленого и М. А. Федотенко за помощь в экспериментах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ишуткин С. Н., Кузьмин Г. Е., Пай В. В.** К термопарным измерениям температуры при ударном сжатии металлов // ФГВ.— 1986.— № 5.
2. **Bloomquist D. D., Duvall G. E., Dick J. J.** Electrical response of a bimetallic junction to shock compression // J. Appl. Phys.— 1979.— V. 50, N 7.
3. **McQueen R. G., Marsh S. P.** Equation of state for nineteen metallic elements from shock-wave measurements to two megabars // J. Appl. Phys.— 1960.— V. 31, N 7.
4. **Ишуткин С. Н.** Измерение температуры ударного сжатия металла термопарным методом // ФГВ.— 1989.— № 1.

г. Новосибирск *Поступила 20/VII 1989 г.*

УДК 532.546

С. П. Глушко, В. В. Кадет, Н. С. Ростовский

МЕТОД РТУТНОЙ ЭЛЕКТРОПОРОМЕТРИИ

Функция плотности распределения капилляров по радиусам $f(r)$ — одна из основных характеристик пористой среды, определяющих ее фильтрационные свойства. Среди известных методов нахождения $f(r)$ наиболее широко используется метод ртутной порометрии [1]. В [2] отмечено его несовершенство и предложен альтернативный подход — метод электропорометрии. Последний, в свою очередь, также не свободен от недостатков. Во-первых, это имманентная погрешность метода, связанная с использованием модели эффективной среды, которая является предельным случаем точной перколяционной модели и хорошо описывает свойства среды вдали от порога перколяции, но вносит погрешность ~20 % в расчеты параметров протекания непосредственно вблизи него [3]. Это ведет к сужению интервала радиусов, в котором $f(r)$ определяется достаточно надежно. Во-вторых, для получения представительной экспериментальной информации по исследуемому образцу его вертикальный размер должен быть достаточно велик (~1 м), что многократно превышает размеры реальных кернов изучаемых пород.

Преодоление этих недостатков возможно на пути создания комбинированного метода, позволяющего объединить положительные стороны обоих указанных выше подходов,— метода ртутной электропорометрии. Идея предлагаемого метода состоит в получении экспериментальной информации об изменении электропроводности образца при заполнении его несмачивающей электропроводящей жидкостью одновременно с измерением давления закачки и последующей обработке этой информации с целью нахождения $f(r)$. В данной работе построен и обоснован алгоритм получения функции $f(r)$ в рамках такого подхода и на примере расчетов модельных задач продемонстрирована его эффективность.

Исследование изменения электропроводности образца по мере его насыщения, в отличие от определения изменения объема закачанной под давлением ртути в традиционном методе ртутной порометрии, позволяет получить необходимую информацию непосредственно о системе поровых проводящих каналов, а не об интегральной системе пустот в материале [2]. В то же время использование несмачивающей проводящей жидкости, закачиваемой в среду под давлением, снимает проблему размеров образца. В качестве такой жидкости наиболее естественно брать ртуть. Что касается методики математической обработки экспериментальных данных, то она может быть усовершенствована по сравнению с [2] за счет использования собственно перколяционной модели процессов переноса [4] вместо аппроксимационной модели эффективной среды.

Схема экспериментального определения удельной электропроводности среды σ состоит в следующем. Образец с площадью поперечного сечения S и высотой l помещают в емкость с ртутью, которую нагнетают в образец под давлением P. Пропуская через образец ток I и измеряя при этом падение напряжения U на нем, находят его сопротивление $R = U/I$ и удельную электропроводность $\sigma = lS^{-1}R^{-1}$. Проводя серию таких замеров при различных давлениях $\{P_i\}$ и ставя им в соответствие на основании формулы Лапласа минимальный радиус капилляров $r_i = 2\gamma\cos\theta/P_i$, в которые может при этом проникать ртуть, получим связь $\sigma(r_i)$. Здесь γ — коэффициент поверхностного натяжения на границе ртути с воздухом; θ — угол смачивания ртутью поверхности поровых каналов, а зависимость $\sigma(r_i)$ может быть либо представлена в виде интерполяционной кривой, либо затабулирована с целью последующего выполнения всех необходимых численных операций на ЭВМ.

В соответствии с [4] значения $\sigma(r_i)$ могут быть рассчитаны теоретически по известной $f(r)$:

$$\sigma(r_i) = \frac{A\int\limits_{r_i}^{r_c}\left[\int\limits_x^{r_c} f(r)\,dr\right]^{\nu}\int\limits_x^{\infty} f(r)\,dr f(x)\,dx}{\int\limits_x^{\infty} f(r)\,r^{-2}\,dr}, \tag{1}$$

где A — численный коэффициент [4]; r_c — критический радиус протекания, определяемый из условия

$$\int\limits_{r_c}^{\infty} f(r)\,dr = p_c \tag{2}$$

(p_c — порог перколяции для выбранной решетки, моделирующей поровое пространство, ν — индекс радиуса корреляции [4, 5]).

Если функцию $\sigma(r_i)$ считать известной, а $f(r)$ — неизвестной, то (1) есть нелинейное интегральное уравнение относительно $f(r)$. Продифференцировав его один раз по r_i и проведя очевидные преобразования, имеем

$$f(r_i) = -\frac{\frac{d\sigma}{dr_i}\int\limits_{r_i}^{\infty} f(r)\,r^{-2}\,dr}{\left[\int\limits_{r_i}^{r_c} f(r)\,dr\right]^{\nu}\left[\int\limits_{r_i}^{\infty} f(r)\,dr\right]} \tag{3}$$

или, вводя обозначения

$$\lambda(r_i) = -\frac{d\sigma/dr_i}{A}\left[\int\limits_{r_i}^{r_c} f(r)\,dr\right]^{-\nu}\left[\int\limits_{r_i}^{\infty} f(r)\,dr\right]^{-1}, \tag{4}$$

$$z(x) = \int\limits_x^{\infty} f(r)\,r^{-2}dr, \quad z_c = z(r_c), \quad \varphi(r_i) = z_c\lambda(r_i),$$

получим нелинейное неоднородное уравнение Вольтерра второго рода в стандартной форме

$$f(r_i) = \lambda(r_i)\int\limits_{r_i}^{r_c} f(r)\,r^{-2}dr + \varphi(r_i). \tag{5}$$

Исходя как из физического смысла перколяционной модели процессов переноса в неоднородной среде, так и непосредственно из анализа соотношения (3), легко видеть, что оно, а следовательно, и (5), справедливы в области $0 < r_i < r_c$.

При измерении $\sigma(r_i)$ могут быть получены участки $r_i < r < r_i + \Delta_i$, где электропроводность среды не меняется, т. е. $d\sigma(r_i)/dr_i = 0$. Если Δ_i не включают r_c, то в этих интервалах $\lambda(r_i) = \varphi(r_i) = 0$ что, согласно (5), приводит к $f(r_i) = 0$ при $r_i < r < r_i + \Delta_i$. Значит, в среде нет капилляров с $r_i \in \Delta_i$. Если же некий Δ_i включает участок с r_c, то, подставляя $\lambda(r_i) = \varphi(r_i) = 0$ в (5), также получаем $f(r_i) = 0$. Поскольку в (4) интеграл от $f(r)$ стоит в знаменателе, формально возникает неопределенность типа нуль на нуль. Однако равенство $d\sigma/dr_i = f(r_i) = 0$ вблизи первоначально введенного r_c лишь означает отсутствие капилляров с r_i, близкими к r_c. Поэтому достаточно уменьшить r_c вплоть до ближайших r_i, при которых $d\sigma/dr_i \neq 0$, и принять его за новое r_c, что не меняет ни смысла, ни содержания всех формул и позволяет избавиться от формальной неопределенности. Такие случаи встречаются лишь в средах, обладающих функцией $f(r)$ с двумя глобальными максимумами, т. е. имеющих два различных вида пористости (например, в средах с блоковой и межблоковой пористостями или в кавернозно-трещиноватых породах).

Учитывая новое определение r_c, оценим $\lambda(r_i)$ и $\varphi(r_i)$.

Из (1) и (4) с учетом ограничения $0 \leqslant f(r) \leqslant M < \infty$

$$(6)\qquad |d\sigma(r_i)/dr_i| \leqslant A(1 - p_c)^{\nu} M/z_c,$$

$$|\lambda(r_i)| \leqslant \frac{M}{z_c p_c}\left(\frac{1-p_c}{N_c\delta}\right)^{\nu}, \quad |\varphi(r_i)| \leqslant \frac{M}{p_c}\left(\frac{1-p_c}{N_c\delta}\right)^{\nu}.$$

Здесь N_c — среднее значение $f(r)$ на первом участке $r_c - r_1$ $(r_c - r_1 \equiv \delta)$.

Поскольку для интегрального уравнения Вольтерра второго рода принцип сжимающих отображений справедлив при любых конечных λ и φ [6], соотношения (6) дают возможность положительно решить вопросы о существовании и единственности решения уравнения (5), а также о правомерности использования для его нахождения метода последовательных приближений с произвольной начальной функцией $f^{(0)}(r)$.

Тогда, имея в качестве n-го приближения нормированную функцию $f^{(n)}(r)$, для получения следующего приближения вначале по (5) рассчитываем его ненормированное значение

$$(7)\qquad f_0^{(n+1)}(r_i) = \lambda^{(n)}(r_i) \int_{r_i}^{r_c} f^{(n)}(r) r^{-2}\, dr + \varphi^{(n)}(r),$$

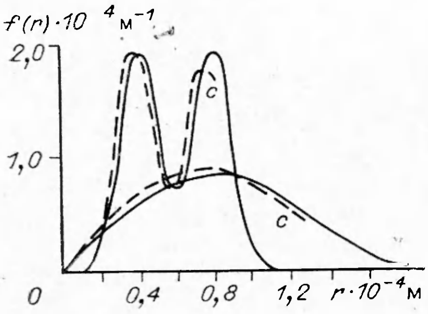
а затем нормируем

$$(8)\qquad f^{(n+1)}(r) = \frac{f_0^{(n+1)}(r)}{C^{(n+1)}}, \quad C^{(n+1)} = \left(\int_0^{\infty} f_0^{(n+1)}(r)\, dr\right)^{-1}.$$

Использование соотношений (2), (4), (7), (8), где функция $\sigma(r_i)$ считается известной из эксперимента, позволяет найти $f(r)$ в интервале $0 \leqslant r \leqslant r_c - \delta$. При $r > r_c - \delta$ функция $f(r)$ в рамках данного подхода непосредственно не определяется, так как «сканирование давлением» становится невозможным из-за разрыва бесконечного кластера. Необходимы какие-либо априорные предположения о поведении $f(r)$ в этой области, где в подавляющем большинстве случаев она монотонно убывает. Можно принять, что при $r > r_c - \delta$ $f(r) \sim r^{-k}$, где $k > 1$. Тогда, например, для случая $k = 2$ с учетом (2) запишем

$$(9)\qquad f(r) = p_c(r_c - \delta) r^{-2}, \quad r_c - \delta < r < \infty.$$

Соответственно и величина z, также определенная в области $r - \delta < r < \infty$, должна рассчитываться на основе соотношения типа (9). В приведенном примере $z_c = (p_c/3)(r_c - \delta)^{-2}$.



Таким образом, соотношения (2), (4), (7)—(9) представляют собой замкнутый алгоритм определения $f(r)$ по известной из эксперимента зависимости $\sigma(r_i)$. Для проверки его работоспособности проведены модельные расчеты на ЭВМ. В качестве исходных данных использованы зависимости $\sigma(r_i)$, полученные прямыми расчетами по формуле (1) для заданных $f_i(r)$. Затем эти функции восстанавливались посредством описанной итерационной процедуры, и найденные распределения $f(r)$ сравнивались с исходными $f_i(r)$.

За нулевое приближение во всех случаях принималась функция $f^{(0)}(r) = \text{const}$. Расчеты показали, что итерационный процесс достаточно быстро сходится — число итераций до установления $5 \div 10$. При правильном выборе характера зависимости $f(r)$ в (9) совпадение восстановленной и исходной $f(r)$ очень хорошее ($\sim 0{,}1$ %). Внесение значительной погрешности в (9), и, следовательно, в величину z_c приводит к искажению поведения $f(r)$ вблизи r_c ($\leqslant 50$ %). Однако в целом функция $f(r)$ удовлетворительно восстанавливается и в этом случае, причем наиболее точно — в области малых r, что особенно важно в целом ряде приложений.

В качестве иллюстрации эффективности метода на рисунке представлены результаты восстановления для двух случаев: «одногорбого»

$$f_i(r) = \left(2r/r_0^2\right)\exp\left[-(r/r_0)^2\right] \quad \left(r_0 = 10^{-4}\ \text{м}\right)$$

и указанного выше «двугорбого»

$$f_i(r) = B^{-1}\{\exp[-(x - x_1)^2/\Sigma^2] + \exp[-(x - x_2)^2/\Sigma^2]\}$$

$(x = r/r_0,\ x_i = r_i/r_0 = 0{,}4,\ x_2 = r_2/r_0 = 0{,}8,\ r_0 = 10^{-4}$ м, $\Sigma = 0{,}15,\ B = 2\sqrt{\pi}\Sigma r_0)$ исходных распределений. В обоих случаях $f_i(r)$ — сплошная линия, а восстановленные распределения — штриховая. Сопоставление кривых $f(r)$ проведено на интервале восстановления $0 \leqslant r \leqslant r_c$. Справа от r_c функция $f(r)$ может быть сшита в точке c со степенной зависимостью $f(r) \sim r^{-k}$, как отмечалось выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Чирков Ю. Г., Черненко А. А.** К вопросу об интерпретации результатов ртутной порометрии // Электрохимия.— 1979.— Т. 15, вып. 5.
2. **Абдульманов И. Г., Глушко С. П., Кадет В. В., Селяков В. И.** Электропорометрический метод восстановления функции распределения капилляров по радиусам // ПМТФ.— 1988.— № 4.
3. **Займан Дж.** Модели беспорядка.— М.: Мир, 1982.
4. **Селяков В. И.** Проводимость зернистых и кавернозных сред // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1986.— № 12.
5. **Соколов И. М.** Размерности и другие геометрические критические показатели в теории протекания // УФН.— 1986.— Т. 150, вып. 2.
6. **Арсенин В. Я.** Методы математической физики и специальные функции.— М.: Наука, 1984.

г. Москва *Поступила 21/VII 1989 г.*

УДК 533.6.011+536.423.4

Ю. Е. Горбачев, В. Ю. Круглов

КИНЕТИКА ГОМОГЕННОЙ ИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ НУКЛЕАЦИИ В РАМКАХ КВАЗИХИМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Вопросам анализа кинетики гомогенной конденсации посвящено значительное число работ (см., например, обзор [1]), начало которым положено в [2]. Подавляющее большинство из них использует те или иные модификации подхода, заложенного Бек-