РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

2005, том 41, № 6

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.319.26

В. К. Клочко
(Рязань)

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПОВЕРХНОСТИ

Предлагаются различные методы оптимального восстановления радиолокационных изображений поверхности по интегральным наблюдениям, полученным в режимах последовательного смещения реального луча радиолокационной станции (РЛС) по азимуту и «синтезирования апертуры», позволяющие повысить разрешающую способность РЛС и устранить смазывание изображений.

Постановка задачи. При построении систем наблюдения за объектами на поверхности (и воздушной обстановкой) в передней зоне обзора бортовой радиолокационной станции (БРЛС), работающей в режиме «реального луча» с электронным сканированием [1], возникает проблема повышения разрешающей способности БРЛС по азимуту, которая заключается в следующем. Искомое поле отражения представлено совокупностью амплитуд отраженных сигналов $x(i, j)$ в i, j-х элементах дискретизации в виде матрицы искомого изображения $x(i, j),\ i \; \overline{1, M},\ j \; \overline{1, N}$, где i – номер элемента дискретизации по дальности, j – номер элемента дискретизации по азимуту. Размер элемента дискретизации по дальности совпадает с размером элемента разрешения, а по азимуту – в $n \; 2m \; 1$ раз меньше ширины главного лепестка диаграммы направленности антенны (ДНА). В последовательности дискретных моментов времени $t_1, t_2, \ldots, t_N$ на малом промежутке времени $[t_1, t_N]$ центральное направление луча РЛС последовательно занимает N положений по строке (по азимуту), каждый раз смещаясь на один элемент дискретизации по j ($j \; \overline{1, N}$). При каждом j-м положении луча запоминаются амплитуды сигналов $y_k(i, j)$, зафиксированные в i-х элементах разрешения (стробах) дальности ($i \; \overline{1, M}$) в суммарном ($k \; 1$) и разностном ($k \; 2$) приемных каналах РЛС. В результате получается матрица наблюдаемого радиолокационного (РЛ) изображения поверхности $y_k(i, j),\ i \; \overline{1, M},\ j \; \overline{1, N},\ k \; \overline{1, L}$, привязанная к некоторому текущему моменту времени t (например, $t \; t_N$), где M – число строк матрицы изображения (число элементов разрешения по дальности);

N – число ее столбцов (элементов дискретизации по азимуту), определяемое числом смещений луча РЛС; L – число каналов.

После соответствующей первичной обработки по ряду промежуточных замеров величины $y_k(i,j)$ связаны с искомым полем отражения $x(i,j)$ следующей суммарной зависимостью:

$$y_k(i,j) = \sum_{j_1=-m}^{m} \alpha_k(i,j_1)x(i,j-j_1) + w(i,j), \tag{1}$$

где $\alpha_k(i,j)$ – известные коэффициенты ДНА (аппаратные коэффициенты) k-го канала; $w(i,j) \sim N(0,\sigma_W^2)$ – гауссовская случайная составляющая.

Случайные поля $x(i,j)$ и $w(i,j)$ в выражении (1) в общем случае коррелированы по i и j, однако практически корреляцией по стробам дальности i можно пренебречь. Поэтому переменная i в (1) опускается, и в дальнейшем рассматривается модель измерения вида

$$y_k(j) = \sum_{j_1=-m}^{m} \alpha_k(j_1)x(j-j_1) + w(j), \quad j = \overline{1,N},\ k = \overline{1,L}, \tag{2}$$

в каждой i-й строке ($i = \overline{1,M}$) матрицы РЛ-изображения $y_k(i,j)$, $i = \overline{1,M}$, $j = \overline{1,N}$, независимо от других строк.

Задача повышения разрешающей способности РЛС по азимуту понимается как задача восстановления искомого поля отражения $x(i,j)$ в элементах дискретизации i, j на основе наблюдений (1) или (2).

При работе БРЛС в режиме «синтезирования апертуры» [2] (или доплеровского обужения) получается матрица изображения $y_k(i,j)$ по каждому k-му каналу измерения в координатах «дальность R_i – азимут φ_j» (или доплеровская частота f_j), элементы дискретизации которой по i и j совпадают с элементами разрешения ΔR и $\Delta\varphi$. При определенной схемной реализации указанного режима возникает взаимное влияние соседних элементов разрешения по i и j и измерение $y_k(i,j)$ оказывается связанным с искомым полем $x(i,j)$ суммарной зависимостью типа пространственного смазывания или в частном случае крестообразного смазывания по строке и столбцу:

$$y_k(i,j) = \sum_{j_1=-m}^{m} \alpha_k(j_1)x(i,j-j_1) + \sum_{i_1=-n}^{n} \beta_k(i_1)x(i-i_1,j) + w(i,j), \tag{3}$$

где коэффициенты $\alpha_k(j)$ и $\beta_k(i)$ определяют степень взаимного влияния элементов разрешения по i и j (характер смазывания); $w(i,j)$ – случайная величина: $w(i,j) \sim N(0,\sigma_W^2)$.

Задача в этом случае состоит в устранении смазывания или восстановлении поля $x(i,j)$ по измерениям (3).

Решение обеих задач (модели (1), (2) и (3)) сводится к восстановлению поля $x(i,j)$ путем нахождения наилучших в определенном смысле его оценок $\hat{x}(i,j)$ по заданным параметрам системы наблюдения и характеристикам объектов наблюдения (полей). Точность восстановления $x(i,j)$ характеризуется ошибкой оценивания $\Delta\hat{x}(i,j) = \hat{x}(i,j) - x(i,j)$.

Путем включения $x(i, j + j_1)$, $j_1 = \overline{-m, m}$, и $x(i + i_1, j)$, $i_1 = \overline{-n, n}$, в один расширенный вектор $X(j)$, $j = \overline{-(m+n), (m+n)}$, а также включения $_k(j_1)$, $j_1 = \overline{-m, m}$, и $_k(i_1)$, $i_1 = \overline{-n, n}$, в вектор $_k(j_1)$, $j_1 = \overline{-(m+n), (m+n)}$, модель (3) приводится к (2). Поэтому изложение методов восстановления $x(i, j)$ далее проводится применительно к модели (2).

Восстановление изображений методами оптимального решения систем линейных уравнений с помехами. При наличии одного (суммарного) канала измерения ($L = 1$) модель (2) представляет систему N уравнений с $N + 2m$ неизвестными параметрами $x(1 - m), \dots, x(1), \dots, x(N), \dots, x(N + m)$, или в другой нумерации:

$$
\begin{aligned}
&y(1) = (1)x(1) + (2)x(2) + \dots + (n)x(n) + w(1);\\
&y(2) = (1)x(2) + (2)x(3) + \dots + (n)x(n+1) + w(2);\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
&y(N) = (1)x(N) + (2)x(N+1) + \dots + (n)x(N+n-1) + w(N),
\end{aligned}
\qquad (4)
$$

где $n = 2m + 1$, или в матричной форме $Y = AX + W$:

$$
\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \dots \\ y(N) \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
(1) & \cdots & (n) & 0 & 0 \\
0 & (1) & \cdots & (n) & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & (1) & \cdots & (n)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \dots \\ x(N+n-1) \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} w(1) \\ w(2) \\ \dots \\ w(N) \end{bmatrix},
$$

где А – $N \times (N + n - 1)$-матрица коэффициентов ДНА; X – вектор-столбец размерности N искомых параметров; Y – N-вектор измерений и W – N-вектор помех.

Прямые методы решения неопределенной системы (4) относительно $x(1), x(2), \dots, x(n + N - 1)$ путем задания $n - 1$ начальных условий $x(1), \dots$ $\dots, x(n-1)$ оказываются неприемлемыми из-за накапливания ошибок установки начальных данных и неучтенных случайных составляющих даже в случае предварительного сглаживания (фильтрации) помех W, т. е. перехода от $Y = AX + W$ к приближенному равенству $Y \approx AX$.

Возможно (после фильтрации помех W) сведение решения $Y = AX$ к известной оптимизационной задаче на условный экстремум путем минимизации нормы

$$
\|X\|^2 = X^{\mathrm{T}} X = \sum_{j=1}^{k} x^2(j), \quad k = l + n - 1, \quad l \le N,
$$

$$
X^{\mathrm{T}} X \to \min, \quad
\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \dots \\ y(l) \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
(1) & \cdots & (n) & 0 & 0 \\
0 & (1) & \cdots & (n) & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & (1) & \cdots & (n)
\end{bmatrix}
\cdot
\begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \dots \\ x(l+n-1) \end{bmatrix},
$$

где l – число измерений, используемых при оценивании $l \quad n \quad 1$ параметров $x(1), x(2), \ldots, x(l \quad n \quad 1)$; А – $l \quad (l \quad n \quad 1)$-матрица; Т – символ транспонирования. Для решения этой задачи в соответствии с методом Лагранжа составляется функция Лагранжа $F(X, \quad) \quad X^{\mathrm{T}}X \qquad {}^{\mathrm{T}}(AX \quad Y)$, где ${}^{\mathrm{T}} \quad (\ {}_1, \ldots, \ {}_l)$ – вектор l множителей Лагранжа, и из системы уравнений для стационарной точки $F/\ X \quad 2X^{\mathrm{T}} \qquad {}^{\mathrm{T}}A \quad 0,\ AX \quad Y$ находится вектор оценок $\hat{X}$ искомых параметров X:

$$\hat{X} \quad A^{\mathrm{T}}(AA^{\mathrm{T}}) \ {}^{1}Y. \tag{5}$$

Решение (5) удобно реализуется в виде линейных операций $X \quad HY$, где $H \quad A^{\mathrm{T}}(AA^{\mathrm{T}}) \ {}^{1}$ – матрица весовых коэффициентов, вычисляемая заранее.

Однако данный метод и ему подобные (например, метод минимума энергии [3] при обработке оптических изображений) не отвечают специфике РЛ-изображений, где амплитуды сигналов, отраженных от объектов, значительно превышают амплитуды сигналов, отраженных от фона. В этих условиях минимизация нормы приводит к снижению уровня полезного сигнала, а минимизация энергии или дисперсии требует знания неизвестного среднего уровня полезного сигнала. В частных случаях возможно использование (5) после смещения измерений $y(j)$ на некоторую среднюю величину (ожидаемое среднее значение поля отражения).

Другой подход к решению задачи восстановления изображений с позиции решения систем уравнений заключается в увеличении числа измерений. При наличии второго (разностного) канала измерений размерность системы (4) удваивается и для первых $2l$ измерений принимает следующий вид:

$$\begin{array}{l}
y(1) \quad (1)x(1) \quad (2)x(2) \ \ldots \ (n)x(n) \quad w(1); \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
y(l) \quad (1)x(l) \quad (2)x(l \quad 1) \ \ldots \ (n)x(l \quad n \quad 1) \quad w(l),
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
y \ (1) \quad (1)x(1) \quad (2)x(2) \ \ldots \ (n)x(n) \quad w \ (1); \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
y \ (l) \quad (1)x(l) \quad (2)x(l \quad 1) \ \ldots \ (n)x(l \quad n \quad 1) \quad w \ (l),
\end{array}$$

где $y \ (j), \ (j), w \ (j)$ – измерения, коэффициенты ДНА и помехи разностного канала соответственно; $2l$ – общее число измерений $(n \quad l \quad N)$, используемых при оценивании $l \quad n \quad 1$ неизвестных параметров $x(j)$.

В матричной форме $Y \quad AX \quad W$ имеем

$$\begin{array}{c} y(1) \\ \cdots \\ y(l) \\ y \ (1) \\ \cdots \\ y \ (l) \end{array} \qquad
\begin{array}{cccccc}
(1) & \cdots & (n) & 0 & 0 & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\
0 & 0 & (1) & \cdots & (n) & \\
(1) & \cdots & (n) & 0 & 0 & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\
0 & 0 & (1) & \cdots & (n) &
\end{array} \qquad
\begin{array}{c} x(1) \\ x(2) \\ \cdots \\ x(l \quad n \quad 1) \end{array} \qquad
\begin{array}{c} w(1) \\ \cdots \\ w(l) \\ w \ (1) \\ \cdots \\ w \ (l) \end{array}, \tag{6}$$

где A – $2l \quad (l \quad n \quad 1)$-матрица коэффициентов ДНА.

Так как система (6) в силу случайных составляющих W в общем случае несовместна, то ее решение заменяется решением оптимизационной задачи

$$\|W\|^2 \quad \|Y \quad AX\|^2 \quad (Y \quad AX)^{\mathrm{T}}(Y \quad AX) \quad \min, \quad X \quad R^{l \quad n \quad 1},$$

т. е. находится как решение стандартного метода наименьших квадратов (МНК) в матричной форме из необходимого условия существования экстремума функции $\|W\|^2 \quad (X)$:

$$\|W\|^2 \big/ \; X \quad 2(Y \quad AX)^{\mathrm{T}}(\; A) \quad 0^{\mathrm{T}} \quad A^{\mathrm{T}}(Y \quad AX) \quad 0 \quad (A^{\mathrm{T}}A)X \quad A^{\mathrm{T}}Y,$$

что приводит к линейной структуре вектора оценок $\hat{X}$ параметров X:

$$\hat{X} \quad HY, \quad H \quad (A^{\mathrm{T}}A) \; ^{1}A^{\mathrm{T}}, \tag{7}$$

где H – матрица весовых коэффициентов, вычисляемая заранее при условии невырожденности матрицы $A^{\mathrm{T}}A$.

Результат (7) в случае гауссовских ошибок W совпадает с методом максимального правдоподобия, и точность оценивания X по формуле (7) характеризуется ковариационной матрицей ошибок оценивания $\hat{X} \quad \hat{X} \quad X$: $K_{\;\hat{X}} \quad {}^{2}_{W}(A^{\mathrm{T}}A) \; ^{1}$, диагональные элементы которой представляют дисперсии несмещенных оценок $\hat{x}(1), \hat{x}(2), \ldots, \hat{x}(l \quad n \quad 1)$, причем наименьшую дисперсию в составе матрицы $K_{\;\hat{X}}$, вычисленной на основе коэффициентов ДНА, имеет центральная оценка $\hat{x}(k)$, где $k \quad (l \quad n)/2$.

Плохая обусловленность матрицы $A^{\mathrm{T}}A$ преодолевается введением параметра регуляризации (например, 0,1):

$$\hat{X} \quad (\; I \quad A^{\mathrm{T}}A) \; ^{1}A^{\mathrm{T}}Y,$$

где I – единичная матрица размера $(l \quad n \quad 1) \quad (l \quad n \quad 1)$. При обращении матрицы $A^{\mathrm{T}}A$ удобно использовать рекуррентный алгоритм [4]:

$$B_k \quad B_{k \quad 1} \quad B_{k \quad 1}a_k a_k^{\mathrm{T}} B_{k \quad 1} \big/ (1 \quad a_k^{\mathrm{T}} B_{k \quad 1} a_k), \; k \quad 1, 2, \ldots, l \quad n \quad 1,$$

$$B_{l \quad n \quad 1} \quad (A^{\mathrm{T}}A) \; ^{1},$$

при начальном условии $B_0 \quad I, \quad 1/ \;$.

Восстановление изображений методом минимизации среднего квадрата ошибки оценивания для линейной структуры оценки. В рамках одного из классических подходов [5] решение задачи восстановления поля $x(i, j)$ сводится к поточечному оцениванию параметров $x(j)$ по критерию минимума среднего квадрата ошибки $\hat{x} \quad \hat{x}(j) \quad x(j)$ при заданной линейной структуре оценки

$$\hat{x}(j) \quad {}_{k \quad 1}^{L} \; {}_{j_1 \quad l}^{l} \; h_k(j_1) y_k(j \quad j_1), \tag{8}$$

где L 1 или L 2; $2l$ 1 – число измерений, используемых при оценивании параметра $x(j)$; $y_k(j)$ – измерения, подчиненные модели (2).

Подобные подходы известны (например, [6]) при восстановлении оптических полей.

Искомые весовые коэффициенты $h_k(j)$, $j \quad \overline{l, l}$, $k \quad \overline{1, L}$, находятся из решения оптимизационной задачи

$$E[(\ \hat{x}(j))^2] \quad E[(\hat{x}(j) \quad x(j))^2] \qquad \min,$$

где E – символ осреднения. При этом учитываются равенства (2), (8) и нормированные автокорреляционные функции $_X(\ j)$, $_W(\ j)$ последовательностей $x(j)$, $w(j)$, $j \quad 1, 2, \ldots, N$. Число измерений $2l \quad 1$, равное числу весовых коэффициентов, разумно принять не меньше числа оцениваемых параметров $2l \quad 1 \quad 2m \quad 1$, а в случае некоррелированности $x(j)$ по j – равным числу параметров $2l \quad 1 \quad 2m \quad 1 \quad n$, так как согласно (2) все измерения $y_k(j \quad j_1)$, $j_1 \quad \overline{m, m}$, включают в себя оцениваемый параметр $x(j)$.

Весовые коэффициенты $h_k(j_1)$ находятся из необходимого условия существования экстремума

$$E[(\ \hat{x}(j))^2] \big/ \ h_q(i) \quad 0, \quad i \quad \overline{l, l}, \ q \quad \overline{1, L},$$

или

$$2E[(\hat{x}(j) \quad x(j))\ \hat{x}(j) \big/ \ h_q(i)] \quad 0, \quad \hat{x}(j) \big/ \ h_q(i) \quad y_q(j \quad i), \ i \quad \overline{l, l}, \ q \quad \overline{1, L},$$

которое после подстановки (8) представляет систему $L(2l \quad 1)$ уравнений с $L(2l \quad 1)$ неизвестными весовыми коэффициентами:

$$\sum_{k \quad 1}^{L} \sum_{j_1 \quad l}^{l} h_k(j_1) E[y_k(j \quad j_1) y_k(j \quad i)] \quad E[x(j) y_q(j \quad i)], \quad i \quad \overline{l, l}, \ q \quad \overline{1, L}. \tag{9}$$

После подстановки (2) в (9) получается система

$$\sum_{k \quad 1}^{L} \sum_{j_1 \quad l}^{l} h_k(j_1) E \quad \sum_{i_1 \quad l}^{l} \ _k(i_1) x(j \quad j_1 \quad i_1) \quad w(j \quad j_1)$$

$$\sum_{i_2 \quad l}^{l} \ _k(i_2) x(j \quad i \quad i_2) \quad w(j \quad i)$$

$$E \ x(j) \quad \sum_{i_2 \quad l}^{l} \ _q(i_2) x(j \quad i \quad i_2) \quad w(j \quad i) \quad , \ i \quad \overline{l, l}, \ q \quad \overline{1, L},$$

которая с учетом независимости $x(j)$ от $w(j)$ и равенств:

$$E[x(j \quad j_1 \quad i_1) x(j \quad i \quad i_2)] \quad K_X(j_1 \quad i_1 \quad i \quad i_2),$$

$$E[w(j \quad j_1)w(j \quad i)] \quad K_W(j_1 \quad i), \qquad E[x(j)x(j \quad i \quad i_2)] \quad K_X(i \quad i_2)$$

после деления уравнений на $K_X(0)$ в предположении $K_X(0)$ const для стационарных полей принимает вид

$$\sum_{k \quad 1}^{L} \sum_{j_1 \quad l}^{l} h_k(j_1) \sum_{i_1 \quad l}^{l} \sum_{i_2 \quad l}^{l} {}_k(i_1) \; {}_k(i_2) \; {}_X(j_1 \quad i_1 \quad i \quad i_2) \quad {}_W(j_1 \quad i)$$

$$\sum_{i_2 \quad l}^{l} {}_q(i_2) \; {}_X(i \quad i_2), \quad i \quad \overline{l, l}, \; q \quad \overline{1, L}, \tag{10}$$

где ${}_X(\;j)$, ${}_W(\;j)$ – нормированные автокорреляционные функции: ${}_X(\;j) \quad \exp[\;k_1(\;j)^2]$, ${}_W(\;j) \quad a\exp[\;k_2(\;j)^2]$; а – параметр, подбираемый с учетом ожидаемых свойств поля отражения; k_1, k_2 – задаваемые коэффициенты. В случае некоррелированности $x(j)$ или $w(j)$ имеем:

$${}_X(\;j) \quad 1, \qquad {}_W(\;j) \quad a, \text{ если } \quad j \quad 0,$$

или

$${}_X(\;j) \quad 0, \qquad {}_W(\;j) \quad 0, \text{ если } \quad j \quad 0.$$

Проверка несмещенности оценки $\hat{x}(j)$ параметра $x(j)$, найденной в соответствии с (8), (10), в частном случае может быть выполнена следующим образом. Осреднение (8) с учетом (2) приводит к выражению

$$E[\hat{x}(j)] \quad \sum_{k \quad 1}^{L} \sum_{j_1 \quad l}^{l} h_k(j_1) \sum_{j_2 \quad m}^{m} (j_2) E[x(j \quad j_1 \quad j_2)],$$

которое в случае $E \quad [x(j \quad i)] \quad c \quad \text{const}, \; i \quad \overline{(l \quad m), (l \quad m)}$, на промежутке оценивания для несмещенной оценки $E[\hat{x}(j)] \quad E[x(j)] \quad c$ дает следующее условие нормировки (необходимое и достаточное условие несмещенности оценок для стационарных полей):

$$a \sum_{k \quad 1}^{L} \sum_{j_1 \quad l}^{l} h_k(j_1) \sum_{j_2 \quad m}^{m} {}_k(j_2) \quad 1.$$

Если $a \quad 1$, то весовые коэффициенты следует пересчитать по формуле $h_k^*(j) \quad h_k(j)/a, \; j \quad \overline{l, l}, \; k \quad \overline{1, L}.$

Несмотря на сравнительную простоту и удобство реализации, алгоритм (8) восстановления поля $x(i, j)$ имеет определенные ограничения. Одним из таких ограничений является предположение о стационарности случайной последовательности $x(j)$ в пределах промежутка оценивания, что не характерно для РЛ-сигналов отражения, амплитуда которых резко меняется при переходе от изображения фона к изображению объектов. Другим ограничением является сглаживающее свойство оценок (8) (как следствие структуры (8)), которое в случае быстро меняющихся процессов $x(j)$ приводит к уменьшению точности восстановления $x(j)$.

Более чувствительным к изменению оцениваемых параметров является рекуррентный алгоритм, рассматриваемый далее.

Восстановление изображений методом минимизации суммы квадратов ошибок оценивания для калмановской модели. Корреляционные свойства искомой последовательности $x(j),\ j = \overline{1, N}$, можно задать стохас- тическим разностным уравнением типа калмановской модели изменения состояния:

$$x(j) = ax(j-1) + b\mathrm{v}(j), \quad j = \overline{1, N+m}, \tag{11}$$

где a и b – параметры, определяющие корреляционные характеристики последовательности $x(j)$, начальный элемент которой $x(0)$ распределен по нормальному закону с математическим ожиданием m_X и дисперсией σ_X^2: $x(0) \sim N(m_X, \sigma_X^2)$, причем в случае отсутствия априорной информации можно положить $m_X = 0$; $\mathrm{v}(j)$ – последовательность случайных некоррелированных величин, моделирующих непредвиденные изменения состояния, которые распределены по нормальному закону с нулевым средним и дисперсией σ_V^2: $\mathrm{v}(j) \sim N(0, \sigma_V^2)$.

Для приведения выражений (11), (2) к стандартной калмановской модели проводится обобщение [7] на случай L-канальных измерений. Вводятся в рассмотрение следующие векторы и матрицы:

– n-вектор состояния $X(j) = (x(j-m), \ldots, x(j), \ldots, x(j+m))^{\mathrm{T}},\ n = 2m+1$;

– n-вектор случайных составляющих $V(j) = (\mathrm{v}(j-m), \ldots, \mathrm{v}(j), \ldots \ldots, \mathrm{v}(j+m))^{\mathrm{T}}$;

– L-вектор $W(j) = (w_k(j),\ k = \overline{1, L})^{\mathrm{T}} = (w_1(j), \ldots, w_L(j))^{\mathrm{T}}$ гауссовских ошибок измерения с ковариационной $(L \times L)$-матрицей R_W;

– L-вектор измерений $Y(j) = (y_k(j),\ k = \overline{1, L})^{\mathrm{T}} = (y_1(j), \ldots, y_L(j))^{\mathrm{T}},\ L = 1$ или $L = 2$;

– $n \times n$-матрицы A и B, включающие параметры a и b, и $L \times n$-матрица H коэффициентов ДНА:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & b \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} \eta_1(-m) & \cdots & \eta_1(0) & \cdots & \eta_1(m) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \eta_L(-m) & \cdots & \eta_L(0) & \cdots & \eta_L(m) \end{pmatrix}.$$

Тогда уравнение изменения состояния (11) и модель измерений (2) принимают вид векторно-матричных уравнений

$$X(j) = AX(j-1) + BV(j),\ j = \overline{1, N}; \qquad Y(j) = HX(j) + W(j),\ j = \overline{1, N}. \tag{12}$$

В рамках полученной калмановской модели (12) задача восстановления $x(j),\ j=\overline{1,N}$, сводится к нахождению в каждой i-й строке последовательности $\hat{X}(j),\ j=\overline{1,N}$, калмановских оценок вектора состояния $X(j)$, обеспечивающих минимум условного среднего (при фиксированных наблюдениях) суммарного квадрата ошибок оценивания $\tilde{x}(j)=\hat{x}(j)-x(j)$:

$$E\left\{\left\|\hat{X}(j)-X(j)\right\|^2 \Big/ Y(1),Y(2),\dots,Y(j)\right\} \to \min, \quad j=\overline{1,N}, \tag{13}$$

где

$$\left\|\hat{X}(j)-X(j)\right\|^2=(\hat{X}(j)-X(j))^{\mathrm{T}}(\hat{X}(j)-X(j))=\sum_{i=-m}^{m}(\hat{x}(j+i)-x(j+i))^2.$$

При линейных гауссовских моделях (12) условная плотность распределения $f(X(j)/Y(1),\dots,Y(j))$ является гауссовской с ковариационной матрицей $P(j)=E[(\hat{X}(j)-X(j))(\hat{X}(j)-X(j))^{\mathrm{T}}/Y(1),Y(2),\dots,Y(j)]$ и условным средним $\hat{X}(j)=E[X(j)/Y(1),\dots,Y(j)]$, которое в этом случае совпадает с калмановской оценкой $\hat{X}(j)$, обеспечивающей минимум (13). В этом случае последовательность несмещенных калмановских оценок $\hat{X}(j),\ j=\overline{1,N}$, принимает следующий стандартный вид (например, [5]):

$$\hat{X}(j)=A\hat{X}(j-1)+Q(j)(Y(j)-HA\hat{X}(j-1)), \quad j=\overline{1,N}, \tag{14}$$

где $Q(j)-n\times L$-матрица коэффициентов усиления калмановского алгоритма: $Q(j)=(Q_1(j),\dots,Q_L(j))$, $Q_k(j)=(q_k(-m,j),\dots,q_k(0,j),\dots,q_k(m,j))^{\mathrm{T}}$, $k=\overline{1,L}$, вычисляемая на j-м шаге по формуле

$$Q(j)=P(j/j-1)H^{\mathrm{T}}(HP(j/j-1)H^{\mathrm{T}}+R_W)^{-1}$$

на основе априорной ковариационной матрицы

$$P(j/j-1)=AP(j-1)A^{\mathrm{T}}+\sigma_V^2BB^{\mathrm{T}}.$$

Здесь $P(j-1)$ – апостериорная $n\times n$-ковариационная матрица, вычисленная на предыдущем $(j-1)$-м шаге и далее уточняемая по формуле

$$P(j)=(I-Q(j)H)P(j/j-1).$$

Начальные условия устанавливаются следующим образом. Начальный вектор оценок $\hat{X}(0)$ определяется как среднее априорное на основе модели (11) при $b=0$:

$$\hat{X}(0)=E[0,\dots,0,x(0),x(1),\dots,x(m)]^{\mathrm{T}}=m_X[0,\dots,0,1,a,a^2,\dots,a^m]^{\mathrm{T}}.$$

Начальная матрица $P(0)$ задается как $n \times n$-ковариационная матрица вектора $X(0)$:

$$P(0) = E[X(0)X^{\mathrm{T}}(0)] = E[x^2(0)] \begin{pmatrix} Q_{m,m} & Q_{m,m+1} \\ Q_{m+1,m} & P_{m+1,m+1} \end{pmatrix},$$

где

$$P_{m+1,m+1} = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 & \cdots & a^m \\ a & a^2 & a^3 & a^4 & \cdots & a^{m+1} \\ a^2 & a^3 & a^4 & a^5 & \cdots & a^{m+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a^m & a^{m+1} & a^{m+2} & a^{m+3} & \cdots & a^{2m} \end{pmatrix};$$

$Q_{m,m}$ – нулевая $m \times m$-матрица; $E[x^2(0)] = \sigma_X^2 + m_X^2$.

В качестве оценки $\hat{x}(j)$ на каждом j-м шаге ($j = 1, 2, \ldots, N$) берется центральный элемент $\hat{x}(j)$ вектора $\hat{X}(j) = (\hat{x}(j-m), \ldots, \hat{x}(j), \ldots, \hat{x}(j+m))^{\mathrm{T}}$.

При $m = 0$ алгоритм (14) переходит в обычный калмановский фильтр.

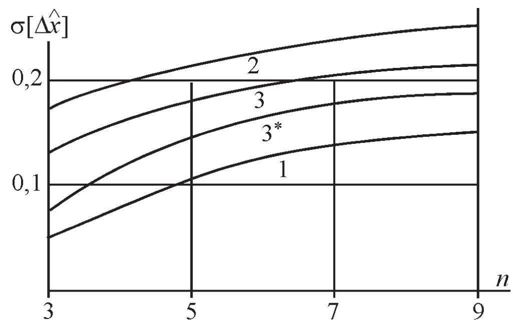
Рекуррентное оценивание при соответствующем выборе параметров a и b модели (11) оказывается более чувствительным к последним измерениям $Y(j)$, чем (8), что важно при восстановлении (обнаружении) резко меняющихся амплитуд сигналов отражения от объектов. Вместе с тем рекуррентный алгоритм зависит от выбора параметров a, b и обладает (хотя и в меньшей степени, чем (8)) сглаживающими свойствами.

Для компенсирования сглаживающих свойств рассмотренных алгоритмов при восстановлении последовательности амплитуд сигналов отражения от объектов целесообразно полученные оценки $\hat{x}(j)$, $j = \overline{1, N}$, подвергать операциям повышения контрастности типа кусочно-постоянной аппроксимации, например использовать рекуррентный фильтр нулевого порядка для запоминания последних средних значений $\bar{x}(n)$ амплитуд, вычисленных по формуле

$$\bar{x}(k+1) = \bar{x}(k) + (\hat{x}(j) - \bar{x}(k))\big/(k+1), \quad k = \overline{1, n},$$

причем переход от одного участка аппроксимации к другому осуществляется в моменты превышения модуля невязок порога δ: $\left|\hat{x}(j) - \bar{x}(n)\right| > \delta$. Возможно применение других методик.

Результаты моделирования. На рисунке представлены характеристики точности восстановления поля отражения: зависимости среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания (восстановления) поля $\sigma[\Delta\hat{x}(j)]$, где $\Delta\hat{x}(j) = \hat{x}(j) - x(j)$, от числа n делений ДНА при амплитуде $A = 1$ и СКО помехи $\sigma_W = 0{,}1$, полученные путем моделирования РЛ-изображений объектов на фоне подстилающей поверхности по данным суммарного и разностного каналов, близким к натурным данным, для следующих алгоритмов: зависимость 1 – алгоритм (7) МНК решения систем уравнений для двухканальных измерений с рекуррентным обращением матрицы (параметр регуляризации $\alpha = 0{,}1$); зависимость 2 – алгоритм (8) минимизации среднего квадрата ошибки оценивания с конечной памятью; зависимость 3 – рекуррентный



(калмановский) алгоритм (14) минимизации суммарного квадрата ошибки оценивания и 3* – этот же алгоритм с повышением контрастности.

Результаты моделирования (см. рисунок) показывают, что алгоритм 1 дает наиболее точные оценки $\hat{X}$ параметров X, но требует информации по двум каналам измерения. Рекуррентный алгоритм 3* хорошо приспособлен для работы с одним суммарным каналом (использование данных второго разностного канала для алгоритмов 2, 3 и 3* не дает существенного увеличения точности).

При оценке повышения разрешающей способности по результатам моделирования можно исходить из следующих соображений. Точность восстановления поля $[\ \hat{x}]$ для алгоритма 3* соизмерима с уровнем помех $_W$: $[\ \hat{x}]\ \ 1{,}0-1{,}5\ _W$ при числе делений ДНА (элементов дискретизации) n 3 5, а для алгоритма 1 – при n 7 9 (при дальнейшем увеличении n или уменьшении размера элемента дискретизации идет установившийся процесс), т. е. исходя из рисунка разрешающая способность повышается в 5 раз для одного суммарного канала или в 7–9 раз для суммарного и разностного каналов, элемент разрешения составляет 1/5 или 1/7–1/9 ширины ДНА соответственно. Этот вывод подтверждался также при моделировании работы алгоритма 3* с реальными РЛ-изображениями двух объектов по данным суммарного канала. При этом разрешающая способность $_{\text{р}}$ оценивалась как минимальное относительное угловое расстояние по азимуту $_{\min}$ между объектами, при котором они различались на изображении: $_{\text{р}}$ $_{\min}/$, где – ширина ДНА.

Заключение. Предложенные методы, являющиеся одним из направлений восстановления радиолокационных изображений, могут найти применение при разработке бортовых радиолокационных систем наблюдения за поверхностью (или воздушной обстановкой) в координатах «азимут – дальность» в режиме последовательного смещения реального луча РЛС по азимуту, что дает возможность повысить в несколько раз разрешающую способность РЛС по азимуту. Данная методика после некоторых модификаций может быть использована при совместном повышении разрешающей способности РЛС по азимуту и углу места в заданном диапазоне дальности, а также для устранения пространственных смазываний изображений. При этом повышается качество изображения, необходимое для последующего решения задачи его распознавания [8].

Другое направление решения задачи восстановления РЛ-изображений при повышении разрешающей способности РЛС по азимуту основано на элементах распознавания с учетом информации о форме последовательности амплитуд сигналов отражения от объектов. Это приводит к построению достаточно простых и надежных алгоритмов восстановления поля $x(i, j)$ путем обнаружения и восстановления последовательностей амплитуд сигналов отражения от объектов в реальном масштабе времени. Данные алгоритмы представлены отдельной публикацией.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клочко В. К., Мойбенко В. И. Концепция пространственно-временной обработки радиолокационных изображений поверхности на базе бортовых РЛС с электронным сканированием // Радиопромышленность. 2001. № 3. С. 10.
2. Антипов В. Н., Горяинов В. Т., Кулин А. Н. и др. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны /Под ред. В. Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988.
3. Васьков С. Т., Ефимов В. М., Резник А. Л. Быстрая цифровая реконструкция сигналов и изображений по критерию минимума энергии //Автометрия. 2003. 39, № 4. С. 13.
4. Чураков Е. П. Математические методы в экономике: Учебн. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004.
5. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ. /Под ред. Б. Р. Левина. М.: Связь, 1976.
6. Грузман И. С. Двухэтапное восстановление дефокусированных изображений // Автометрия. 1997. № 2. С. 93.
7. Ильин М. Е., Новиков А. И., Фатьянов С. О., Чураков Е. П. Математическое обеспечение задач интерпретации результатов косвенных измерений в спектроскопии // Электронное моделирование. 1991. № 2. С. 81.
8. Клочко В. К., Курилкин В. В., Шейнина И. В. Сравнительный анализ алгоритмов распознавания радиолокационных изображений объектов по данным бортовой РЛС // Радиотехника. 2003. № 12. С. 3.

Рязанская государственная
радиотехническая академия,
E-mail: VM@RGRTA.RYAZAN.RU

Поступила в редакцию
5 января 2004 г.