

УДК [532.133+536.223]:544.773.4

Анализ эмпирических корреляций теплофизических свойств водных суспензий наночастиц оксида алюминия

А.А. Фомин¹, Л.Н. Фомина²

¹Кузбасский государственный технический университет
им. Т.Ф. Горбачева, Кемерово

²Кемеровский государственный университет

E-mail: fomin_aa@mail.ru

Рассматриваются приведенные ранее в литературе эмпирические соотношения, описывающие теплофизические свойства наножидкости $\text{H}_2\text{O} + \text{Al}_2\text{O}_3$, такие как коэффициенты вязкости и теплопроводности. Основными параметрами, влияющими на данные свойства наножидкости, считаются объемная доля частиц φ , температура жидкости T и размеры частиц d_p . Пригодность аппроксимационных формул для вычисления коэффициентов вязкости и теплопроводности определяется путем сравнения рассчитанных по этим формулам данных с результатами экспериментов. Поведение аналитических кривых теплофизических коэффициентов анализируется в следующих диапазонах изменения влияющих параметров: $0 < \varphi \leq 0,1$, $280 \text{ K} \leq T \leq 360 \text{ K}$, $1 \text{ nm} \leq d_p \leq 100 \text{ nm}$. Даются оценки степени зависимости результатов вычислений от значений этих параметров. Приводятся выводы о качественной и количественной достоверности предлагаемых в литературе корреляционных формул, а также о границах их применимости в диапазонах изменения влияющих параметров.

Ключевые слова: наножидкость, вязкость, теплопроводность, корреляционные соотношения, сравнительный анализ.

Введение

В последнее время широкое распространение получили научные исследования, связанные с изучением и моделированием теплофизических свойств наножидкостей, таких как коэффициенты вязкости и теплопроводности. Сам термин «наножидкость» (nanofluid) был впервые предложен, по-видимому, в работе [1] и означает коллоидный раствор наноразмерных частиц в базовой жидкости. Известно, что добавление небольшого количества таких частиц (несколько процентов объемной доли) в несущую жидкость может резко повысить эффективную теплопроводность раствора [2]. В связи с этим имеют место большие перспективы практического использования наножидкостей прежде всего в технических устройствах, подверженных интенсивному нагреванию. Поэтому научные работы, посвященные моделированию теплофизических свойств наножидкостей, имеют высокий уровень актуальности. Обзоры проведенных исследований можно найти, например, в [2–6]. Однако, несмотря на значительное количество публикаций, работы в данном направлении далеки от завершения. В этом смысле весьма показателен обзор [4], в котором, в частности, приведены таблицы значимых улучшений

теплопроводности наножидкостей по отношению к базовым жидкостям в виде сводки многочисленных экспериментальных работ. Структурирование результатов исследований проведено по типу наножидкостей, по диапазонам температур течений, по режимам течений (ламинарный/турбулентный). Также выполнен сравнительный анализ экспериментальных результатов различных авторов. Приведено 16 вариантов формулы для определения коэффициента эффективной теплопроводности наножидкости как функции объемной доли наночастиц φ и температуры раствора T . Тем не менее вывод авторов неутешителен: надежные модели расчетов эффектов вязкости и теплопроводности в наножидкостях отсутствуют, не существует даже ясной систематики предлагаемых различными авторами моделей по определению их теплофизических свойств. Результаты более поздних обзорных работ [5, 6] свидетельствуют о том, что за последнее десятилетие положение вещей в этой области исследований принципиально не изменилось.

Сложность ситуации с определением надежных корреляционных зависимостей для теплофизических свойств наножидкостей объясняется, прежде всего, большим числом влияющих на них факторов. Многочисленные экспериментальные работы (см., например, [2–4, 6–20]) показали, что к таковым следует относить материалы частиц и базовых жидкостей, условия синтеза наножидкостей, концентрацию частиц, температуру раствора, размеры наночастиц. И это только в ситуации так называемых простых наножидкостей, когда частицы одного материала и одного размера растворены в базовой жидкости. Что касается работ, посвященных изучению свойств «гибридных» наножидкостей, где присутствует смесь разнородных частиц в одной жидкости, то в литературе они встречаются очень редко [21]. Это направление изучения наножидкостей к настоящему времени остается практически не разработанным.

В качестве результата экспериментальных исследований предлагаются, как правило, корреляционные соотношения для расчета коэффициентов эффективной вязкости и теплопроводности растворов [8–12, 14, 15, 21]. Другая часть аппроксимационных формул выводится исходя из теоретико-модельных соображений [22–28]. И в том, и в другом случае на основании обзоров литературы можно сделать вывод о том, что в первую очередь теплофизические свойства наножидкостей зависят от материала и концентрации частиц. Именно этим объясняется тот факт, что нередко для той или иной комбинации «материал частиц + базовая жидкость» выписывается своя уникальная аппроксимационная зависимость и при этом часть формул в качестве аргумента имеет только объемную долю φ (см., например, [28–34]). Определенный универсализм этим формулам придает их относительная форма записи, в которой аппроксимация выполняется не для абсолютного значения коэффициента эффективной вязкости или теплопроводности, а для его отношения к соответствующему коэффициенту базовой жидкости. Если же в корреляциях присутствуют теплофизические свойства жидкости и частиц, то это также повышает их универсальность [35].

Хотя температура среды и размеры наночастиц в относительном смысле в меньшей степени влияют на конечный результат, их неучет приводит либо к серьезным погрешностям вычислений, либо к узко профилированным формулам, верным лишь для определенной температуры и размера частиц. Так, например, в работе [9] отдельные корреляционные соотношения записаны для коэффициента эффективной вязкости водного раствора оксида алюминия для частиц размером $d_p = 47$ нм и $d_p = 36$ нм. А в [14] приведены принципиально разные по структуре аппроксимации для коэффициента теплопроводности этой же наножидкости в случаях $d_p = 13$ нм и $d_p = 36$ нм. Влияние размера частиц учитывается, как правило, через моделирование механизма Броуновского движения. В этой области основополагающими можно считать работы [8, 24, 25], результаты которых с некоторыми вариациями используются в исследованиях [15, 26, 36–40]. И лишь немногие работы учитывают d_p через коэффициенты поправки модельного вида [6, 14, 23, 26, 41, 42].

Зачастую исследователи используют в аппроксимационных выражениях теплофизические и геометрические параметры базовой жидкости и частиц и/или безразмерных комплексов, зависящих от этих параметров [8, 15, 24, 26, 35, 36, 38, 39]. Особенно показательна в этом смысле корреляция Гамильтона–Кроссера [35] для коэффициента эффективной теплопроводности, которая в случае сферических по форме наночастиц совпадает с широко известной формулой Максвелла Гарнетта [43, 44]. Тем самым, с одной стороны, достигается универсальность формулы по материалам и базовым средам, поскольку не надо для каждого материала строить свои зависимости, но, с другой стороны, такие аппроксимации можно считать успешными лишь тогда, когда в частных случаях, например, для раствора оксида алюминия в воде, они дают приемлемые по точности результаты.

Корреляционные зависимости интересны не сами по себе, а как инструмент определения коэффициентов эффективной вязкости и теплопроводности наножидкости при численном моделировании ее динамики и теплообмена в различных технических устройствах. В этом смысле в литературе имеет место интересная ситуация. В большинстве вычислительных исследований [45–56] применяются модель Бринкмана [28] для коэффициента вязкости и модель Гамильтона–Кроссера (Максвелла Гарнетта) [35] для коэффициента теплопроводности. При этом также существует немалое количество исследований, в которых используются иные корреляции для моделирования теплофизических свойств наножидкостей [31, 32, 36, 37, 42, 57–59]. Причем в этих исследованиях в качестве основного отличия нередко выступает учет Броуновского движения частиц [36, 57–59]. Соответственно возникает вопрос: если совокупность моделей Бринкмана и Гамильтона–Кроссера позволяет получить достоверные результаты, то почему используются еще во множестве и другие модели? А если сочетание моделей Бринкмана и Гамильтона–Кроссера не позволяет достичь приемлемых результатов численного моделирования теплопереноса в течениях наножидкостей, то почему в большом количестве вычислительных работ до настоящего времени применяется именно это сочетание? Выходит, что проблема выбора оптимальной модели описания теплофизических свойств наножидкостей из всего многообразия эмпирических корреляций, представленных в литературе, при моделировании движения и теплообмена наножидкостей до сих пор остается открытой.

Целью настоящей работы является сравнительный анализ и определение границ применимости эмпирических формул, позволяющих корректно вычислять коэффициенты вязкости и теплопроводности наножидкостей. При этом в силу большого разнообразия по используемым материалам частиц и жидким средам исследование ограничено водным раствором оксида алюминия как наиболее часто встречающегося в литературе.

1. Вязкость

Результаты экспериментальных исследований вязкости наножидкости $\text{H}_2\text{O} + \text{Al}_2\text{O}_3$ можно найти в работах [9, 11, 30, 60]. Относительная погрешность измерений в указанных исследованиях варьировалась от 1 до 6 % и составляет в среднем порядка 3 %. На рис. 1 представлены зависимости относительной вязкости раствора от температуры T и объемной доли φ для различных размеров наночастиц. Здесь коэффициент вязкости наножидкости обозначен как $\mu_{\text{нф}}$, а базовой жидкости (воды) — $\mu_{\text{бф}}$. Нетрудно видеть, что объемная доля частиц принципиальным образом влияет на величину коэффициента вязкости наножидкости. Причем влияние это монотонное: с ростом φ увеличивается значение $\mu_{\text{нф}}$. Температура в меньшей степени влияет на относительную вязкость жидкости (рис. 1а), при этом разброс значений $\mu_{\text{нф}}(T)/\mu_{\text{бф}}(T)$ во всем диапазоне изменения температур не превышает 0,2–0,3 единицы, что сопоставимо с погрешностью измерений различных авторов.

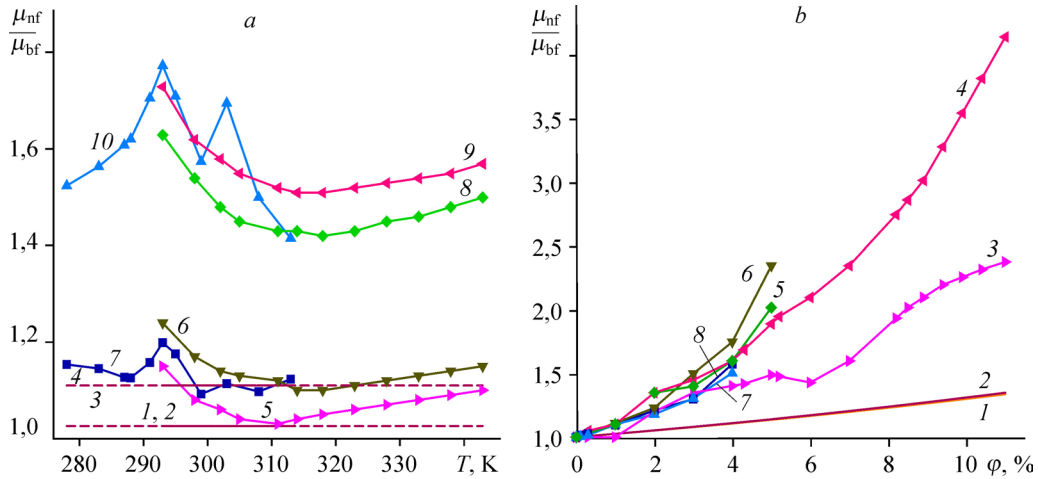


Рис. 1. Экспериментальные зависимости относительной вязкости $H_2O + Al_2O_3$ от температуры (а) и объемной доли частиц (б).

а: аналитические данные, полученные по формуле (1) для $\varphi = 1\%$ (1), 4% (3) и по формуле (2) для $\varphi = 1\%$ (2), 4% (4);
 экспериментальные данные из работы [9] для $\varphi = 1\%$, $d_p = 47$ нм (5), для $\varphi = 1\%$, $d_p = 36$ нм (6), для $\varphi = 4,5\%$, $d_p = 36$ нм (8), для $\varphi = 4\%$, $d_p = 47$ нм (9) и из работы [11] для $\varphi = 1\%$, $d_p = 33$ нм (7) и для $\varphi = 4\%$, $d_p = 33$ нм (10);
 б: аналитические данные 1, 2, полученные по формулам (1), (2) соответственно; экспериментальные данные, полученные из работы [9] при $d_p = 36$ (3), 47 (4), 43 (5) нм, и из работ [30] при $d_p = 43$ нм (6), [60] при $d_p = 33$ нм (7), [11] при $d_p = 33$ нм (8).

При относительно малых значениях объемной доли ($\varphi < 4\%$) влияние размеров частиц также незначительно, однако с ростом φ оно заметно увеличивается (рис. 1б).

Для сравнения на рис. 1 приведены графики относительной вязкости, полученные по формулам Бринкмана [28]

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = (1 - \varphi)^{-2,5} \quad (1)$$

и Бэтчелора [22]

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 2,5\varphi + 6,2\varphi^2. \quad (2)$$

Здесь и далее, если не оговорено специально, φ в формулах берется в долях. Видно, что графики зависимостей (1) и (2), во-первых, практически совпадают, а во-вторых, они заметно отличаются от экспериментальных данных. Тем не менее, как уже отмечалось выше, формула Бринкмана (1) широко используется при численном моделировании тепломассопереноса наножидкостей.

Графики четырех аппроксимаций, в которых явным образом присутствует температура T , представлены в сравнении с экспериментальными данными на рис. 2. Формулы имеют следующий вид:

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1,1250 - 0,0007(T - 273,15), \quad \varphi = 1\% \quad [9]; \quad (3)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 2,1275 - 0,0215(T - 273,15) + 0,0002(T - 273,15)^2, \quad \varphi = 4\% \quad [9]; \quad (4)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + (\rho_p V_B d_p^2) / (72C'\delta) \quad [25], \quad (5)$$

где $V_B = d_p^{-1} \sqrt{18\kappa T / (\pi\rho_p d_p)}$, $C' = 10^{-6} [-(1,33d_p \cdot 10^9 + 2,771)\varphi + 0,09d_p \cdot 10^9 - 0,393]$,

$$\delta = (\pi(6\varphi))^{1/3} d_p;$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = -0,155 - 19,582/T + 79,4\varphi + 2094,47/T^2 - 1920\varphi^2 - 811\varphi/T - 27463,863/T^3 + 12700\varphi^3 + 16044\varphi^2/T + 217,54\varphi/T^2 \quad [57]; \quad (6)$$

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_{bf}} = (1-\varphi)^{-2,5} + \frac{5 \cdot 10^4 \beta \varphi \rho_{bf} f(T, \varphi)}{\mu_{bf} k_{bf} Pr_{bf}} \sqrt{\frac{\kappa T}{\rho_p d_p}} \quad [24, 37], \quad (7)$$

где $f(T, \varphi) = (-6,04\varphi + 0,4705)T + (1722,3\varphi - 134,63)$, $\beta = 0,0017(100\varphi)^{-0,0841}$.

В приведенных выражениях $\kappa = 1,38064852 \cdot 10^{-23}$, Дж/К — постоянная Больцмана, ρ_p — плотность частиц, k_{bf} — теплопроводность базовой жидкости, $Pr_{bf} = \mu_{bf} c_{bf} / k_{bf}$ — число Прандтля базовой жидкости. Здесь и далее, если не оговорено специально, T берется в кельвинах. Следует обратить внимание, что формулы (3) и (4) записаны для конкретных значений объемной доли частиц, то есть не предполагают распространения на произвольные значения φ .

Исходя из поведения кривых на рис. 2, трудно какую-либо из аппроксимаций (3)–(7) считать удовлетворительной. Действительно, если, например, для малых значений φ результаты, полученные по формуле (5) (кривая 3 на рис. 2a), в среднем совпадают с разбросом экспериментальных данных, то для $\varphi = 4\%$ (см. рис. 2b) кривая проходит ниже. А значения корреляции (4) на рис. 2b (кривая 2) близки к экспериментальным данным только в среднем диапазоне температур. Слишком резкий подъем кривой 5, построенной по формуле (7), противоречит экспериментальным данным даже в среднем диапазоне температур, поскольку согласно эксперименту в этом диапазоне должен быть локальный минимум зависимости. Что касается корреляции (6) (кривая 4), то большой градиент по температуре ограничивает снизу ее область применения: относительный коэффициент вязкости не может быть меньше 1, так как моделируется увеличение вязкостных свойств по отношению к базовой жидкости. С другой стороны, эта корреляция практически не подтверждается экспериментом. Вывод: рассмотренные аналитические зависимости вязкости наножидкости от температуры являются неудовлетворительными.

Аппроксимации относительной вязкости только от объемной доли частиц можно разделить на две группы. К первой относятся параболические зависимости по образцу

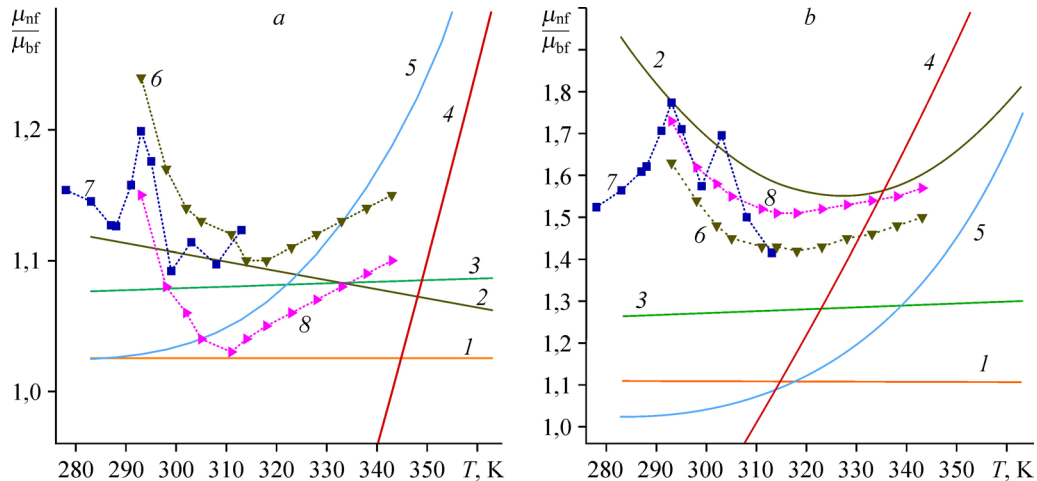


Рис. 2. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной вязкости от температуры для $\varphi = 1\%$ (a) и $\varphi = 4\%$ (b).

Аналитические данные 1, 3–5, полученные соответственно по формулам (1), (5)–(7), и данные 2 по формулам (3) (a) и (4) (b); экспериментальные данные из работы [9] для $d_p = 36$ (6), 47 нм (8) и из работы [11] для $d_p = 33$ нм (7).

квадратичной формулы Бэтчелора. Они имеют следующий вид:

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 39,11\varphi + 533,9\varphi^2 \quad [12], \quad (8)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 2,5\varphi + 150\varphi^2 \quad [31], \quad (9)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 4,93\varphi + 222,4\varphi^2 \quad [11], \quad (10)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 4,62\varphi + 199,21\varphi^2 \quad [33], \quad (11)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 7,3\varphi + 123\varphi^2 \quad [34]. \quad (12)$$

Кривые, построенные по формулам (8)–(12), представлены на рис. 3а. Ко второй группе относятся все остальные корреляции:

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 2,5\varphi + 2,25(1 + \gamma)^{-1} \left[1/(2\gamma) - 1/(1+2\gamma) - 1/(1+2\gamma)^2 \right] \quad [23], \quad (13)$$

где $\gamma = 1/(6\varphi/\pi)^{1/3} - 1$, $0 < \varphi < \pi/6$;

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = \exp[4,91\varphi/(0,2092 - \varphi)] \quad [29], \quad (14)$$

где $\varphi < 0,2092$;

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = \left(1 + 1631 [\varphi/(1 - \varphi)]^{2,8} \right) \quad [30], \quad (15)$$

где $0,0033 < \varphi < 0,2092$.

Графики зависимостей (13)–(15), а также (6) при фиксированной комнатной температуре ($T = 298$ К) приведены на рис. 3б. Несмотря на то, что соотношения (9)–(12) совпадают по структуре с формулой Бэтчелора, они достаточно хорошо коррелируют с экспериментальными данными, чего нельзя сказать про сильно завышенный относительно этих данных график аппроксимации (8) (кривая 6 на рис. 3а). Что касается графиков на рис. 3б, то их следует признать неудовлетворительными. Действительно, результат, полученный по зависимости (13) (кривая 2), слабо отличается от результата по формуле Бринкмана (1), а зависимость (14) (кривая 4) как и формула (8) дает завышенный результат. Аппроксимация (6) (кривая 5) в рассматриваемом диапазоне изменения φ находится

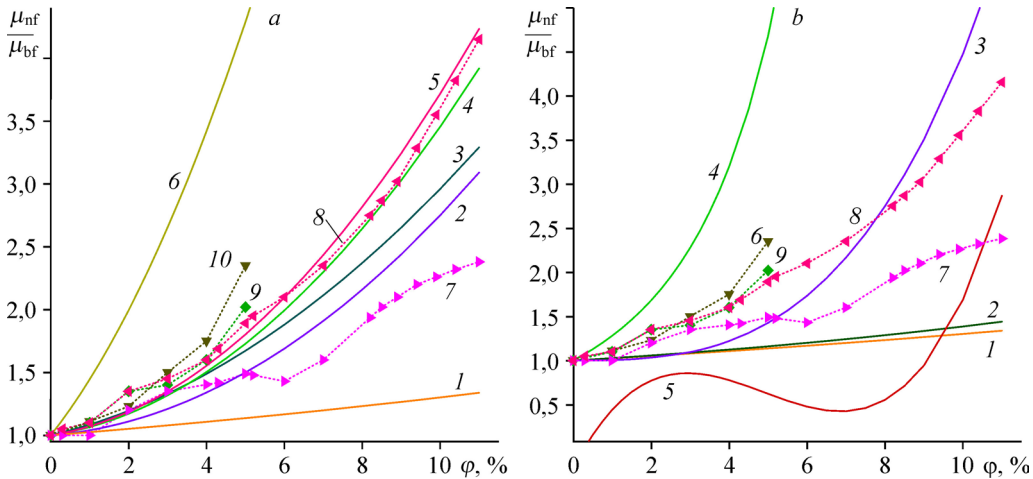


Рис. 3. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной вязкости от объемной доли частиц.

- а: аналитические данные 1–6, полученные соответственно по формулам (1), (9), (12), (11), (10), (8); экспериментальные данные работ [9] для $d_p = 36$ (7), 47 (8), 43 (10) нм и [30] для $d_p = 43$ (9) нм;
 б: аналитические данные 1–5, полученные соответственно по формулам (1), (13), (15), (14), (6) при $T = 298$ К; экспериментальные данные работ [30] для $d_p = 43$ нм (6) и [9] для $d_p = 36$ (7), 47 (8), 43 (9) нм.

не просто ниже значений, рассчитанных по формуле Бринкмана, но и ниже единицы, то есть предсказывает понижение вязкости раствора вместо экспериментально подтвержденного повышения. И наконец, аппроксимация (15) (кривая 3) удовлетворительно совпадает с разбросом экспериментальных данных в начальном и среднем диапазонах изменения φ , но имеет завышенный градиент увеличения вязкости наножидкости при $\varphi > 8\%$. В целом из рис. 3 следует, что простые параболические зависимости можно считать наиболее приемлемыми при условии, что размеры частиц и температура наножидкости имеют некоторые «типичные» значения, такие, например, как $30 < d_p < 50$ нм при комнатной температуре.

И наконец, на рис. 4 представлены графики зависимостей относительной вязкости от объемной доли φ , в которые в явном виде входят размеры частиц. Эти зависимости имеют следующий вид:

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = \left[1 - 34,87 \left(d_f / d_p \right)^{0,3} (100\varphi)^{1,03} \right]^{-1} \quad [26], \quad (16)$$

где $d_f = \left[6M / (\pi N \rho_{f_0}) \right]^{1/3}$ — оценка размера молекулы базовой жидкости, M — молярная масса жидкости, $N = 6,022141 \cdot 10^{26}$ кмоль⁻¹ — число Авогадро, ρ_{f_0} — плотность жидкости при $T = 293$ К;

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 1 + 2,5\varphi + 6,2\varphi^2 + 13,427\varphi(1 + 38,334\varphi) \exp(-0,0421d_p / d_f) \quad [6], \quad (17)$$

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = (1 + 2,5\varphi) \left[1 + 210\varphi^{2/3} \sqrt{d_p / H} \right] \quad [42], \quad (18)$$

где H — характерный размер задачи (в настоящей работе для определенности принято $H = 1$ м);

$$\mu_{nf} / \mu_{bf} = 0,904 \exp(14,8\varphi), \quad d_p = 47 \text{ нм} \quad [9]. \quad (19)$$

Также на рис. 4а представлены график по формуле (9) (кривая 6), поскольку в работе [9] утверждается, что данная аппроксимация подобрана для $d_p = 36$ нм, и графики зависимостей (5) и (7) (кривые 7 и 2 соответственно), поскольку в эти корреляции входит

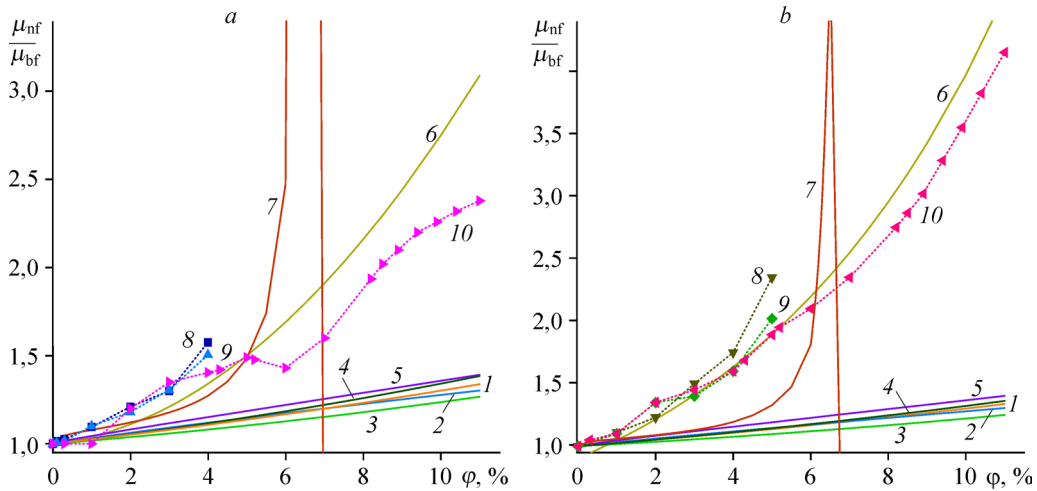


Рис. 4. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной вязкости от объемной доли частиц для $d_p = 36$ нм (а) и $d_p = 43$ нм (б) при $T = 298$ К.

а: аналитические данные 1–7, полученные соответственно по формулам (1), (7), (16)–(18), (9) и (5); экспериментальные данные работ [11] для $d_p = 33$ нм (8), [60] для $d_p = 33$ нм (9), [9] для $d_p = 36$ нм (10);

б: аналитические данные 1–7, полученные соответственно по формулам (1), (7), (16)–(19), (5); экспериментальные данные работ [30] для $d_p = 43$ нм (8) и [9] для $d_p = 43$ (9), 47 (10) нм.

размер частиц. Нетрудно видеть, что почти все кривые на рис. 4 группируются рядом с графиком, полученным по формуле Бринкмана (1), несмотря на относительно непростые выражения зависимостей. Исключение составляют лишь кривые 6 и 7. Однако первая выполнена для конкретных значений d_p , а поведение кривой 7 свидетельствует о том, что формула (5) применима в усеченном диапазоне параметров, а именно: $d_p < 36$ нм и $\varphi < 5\%$. Следует заметить, что такими значениями d_p и φ ограничено применение (5) в первоисточнике [25]. Как и в случае с графиками на рис. 2, приходится констатировать отсутствие на рис. 4 удовлетворительных аппроксимаций.

В целях оценки влияния размеров частиц на расчетную величину относительной вязкости на рис. 5 приведены графики ее зависимости от φ для двух предельных значений d_p : 1 нм и 100 нм. Первое, на что следует обратить внимание, это отсутствие кривой для формулы (5) на рис. 5а. Дело в том, что во всем диапазоне изменения φ эта формула дает отрицательные значения относительной вязкости. Данный факт еще больше сужает диапазон её применимости. К тому же для больших значений d_p (рис. 5б) зависимость (5) (кривая 6) тоже непригодна в силу ограниченности применения ($\varphi < 5\%$) и заниженных значений, поскольку они лежат ниже аппроксимации Бринкмана (1), которая, в свою очередь, расположена ниже экспериментальных данных (см. рис. 3, 4). Остальные графики при больших d_p примыкают к кривой 1, то есть ведут себя для этих значений d_p неудовлетворительно. Поведение кривой 3 на рис. 5а при сравнении с кривой 3 на рис. 4а показывает, что аппроксимация (16) верна только при малых значениях d_p . Что касается зависимости (17) (кривая 4), то она для малых значений d_p экстремально резко уходит вверх, а для средних и больших размеров частиц почти не отличается от формулы Бринкмана. Можно предположить, что для умеренно небольших значений размеров частиц ($d_p < 40$ нм) будет иметь место корреляция между зависимостью (17) и соответствующим экспериментом, но это требует дополнительной проверки. Остальные кривые примыкают к графику формулы Бринкмана и слабо реагируют на изменения размеров наночастиц.

Степень пригодности эмпирических корреляций для определения коэффициента вязкости наножидкости может быть определена не только с помощью анализа поведения соответствующих графиков, но и аналитически, опираясь на экспериментальные данные

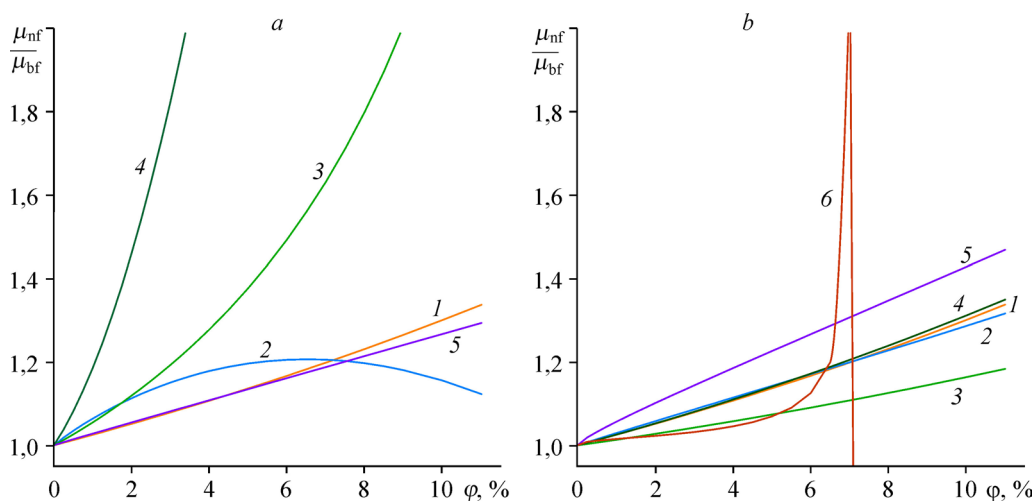


Рис. 5. Поведение графиков зависимостей относительной вязкости от φ для предельных значений размеров частиц: $d_p = 1$ нм (а) и $d_p = 100$ нм (б). $T = 298$ К; 1–6 — аппроксимации по формулам (1), (7), (16)–(18), (5) соответственно.

по течению наножидкостей. Действительно, в работе [61] приведены результаты экспериментов по исследованию сопротивления и теплообмена течения наножидкости в круглой трубке диаметром $D = 6$ мм и длиной $L = 1$ м. В частности, в этой работе показана зависимость перепада давления на концах трубки от числа Рейнольдса течения водного раствора оксида алюминия. Параметры наножидкости были следующими: $\rho_{bf} = 10^3$ кг/м³ — плотность воды, $\rho_p = 3970$ кг/м³ — плотность частиц Al_2O_3 , $d_p = 100$ нм — размер частиц, $\varphi = 0,02$ — объемная доля частиц в растворе. Диапазон изменения числа Рейнольдса составлял $2000 \leq Re \leq 10000$. Иными словами, в основном имел место турбулентный режим течения. В этом случае, в рамках допущения, что наножидкость является ньютоновской [26], для коэффициента сопротивления течению λ справедлива формула Блазиуса [62]

$$\lambda = 0,3164/Re^{1/4}. \quad (20)$$

Используя определения числа Рейнольдса ($Re = \rho_{nf}LU / \mu_{nf}$) и коэффициента сопротивления ($\Delta P = \lambda(\rho_{nf}U^2/2)(L/D)$), можно записать

$$\lambda = \Delta P \rho_{nf} D^3 / (L Re^2 \mu_{nf}^2), \quad (21)$$

здесь ΔP — перепад давления на концах трубки, $\rho_{nf} = 1059$ кг/м³ — плотность наножидкости. Приравнивание правых частей (20) и (21) дает выражение для коэффициента вязкости наножидкости:

$$\mu_{nf} = \left[\Delta P \rho_{nf} D^3 / (0,3164 L Re^{7/4}) \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Подстановка в (22) значений ΔP как функции (Re) (см. рис. 9 в [61]) позволяет получить $\mu_{nf} = \mu_{nf}(Re)$. В случае верности допущения о ньютоновском характере наножидкости коэффициент μ_{nf} должен быть постоянной величиной, что, собственно говоря, и подтверждается при расчётах по формуле (22) для нескольких значений числа Рейнольдса из диапазона $3000 \leq Re \leq 10000$: $\mu_{nf} = 0,8785 \pm 0,020$ сП. Восстановленная подобным образом величина вязкости чистой воды в рассматриваемом эксперименте составляет в среднем $\mu_{bf} = 0,7486 \pm 0,020$ сП. Отсюда, в силу однозначного соответствия между температурой и коэффициентом вязкости воды, следует, что температура жидкости в эксперименте $T \approx 306$ К. В итоге, располагая такими параметрами наножидкости, как плотность ρ_{nf} , температура T , объемная доля φ и размер частиц d_p , несложно по приведенным ранее аппроксимационным формулам рассчитать коэффициент вязкости водного раствора оксида алюминия для условий эксперимента и сравнить его с восстановленным относительным коэффициентом вязкости наножидкости $(\mu_{nf}/\mu_{bf})_{экс} \approx 1,1735$. Результаты этих расчетов, включая относительную погрешность δ , приведены в таблице. Хорошо видно,

Таблица

Аналитические значения относительного коэффициента вязкости водного раствора оксида алюминия согласно условиям эксперимента [61]

Формула	(1)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
μ_{nf}/μ_{bf}	1,0518	1,0230	0,8646	1,0631	1,9958	1,110	1,1876	1,1721
$\delta, \%$	10,4	12,8	26,3	9,4	70,1	5,4	1,2	0,1
Формула	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)
μ_{nf}/μ_{bf}	1,1952	1,0574	1,6804	0,0302	1,0275	1,0525	1,1014	1,2154
$\delta, \%$	1,8	9,9	43,2	97,4	12,4	10,3	6,1	3,6

что наиболее близкие к эксперименту результаты получены по формулам (10), (11) и (12), в то время как формулы (6), (8), (14) и (15) предсказывают значение относительного коэффициента вязкости хуже всех остальных — погрешность в десятки процентов не может считаться удовлетворительной. Следует отметить, что сделанные подобным образом выводы о степени применимости эмпирических корреляций соответствуют выводам, основанными на анализе графиков корреляций на рис. 2–5 настоящей работы.

2. Теплопроводность

Улучшение теплопроводных свойств наножидкостей по отношению к базовым чистым жидкостям является главной причиной их интенсивного изучения и, как следствие, широкого представления результатов исследований в литературе. В частности, в работах [7, 8, 11, 30, 60, 63–65] приведены экспериментальные данные по изменению относительной теплопроводности водного раствора оксида алюминия в зависимости от температуры среды и объемной доли частиц. Часть из них представлена на рис. 6. Здесь и далее относительная погрешность измерений в зависимости от рассматриваемого первоисточника варьируется от 1,5 до 7 % и в среднем имеет значение порядка 4 %. Для сравнения на этом же рисунке приведен график широко используемой корреляции Гамильтона–Кроссера [35] для случая сферических частиц

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2(k_{bf} - k_p)\varphi}{k_p + 2k_{bf} + (k_{bf} - k_p)\varphi}, \quad (23)$$

здесь k_{nf} , k_{bf} , k_p — коэффициенты теплопроводности наножидкости, базовой жидкости и наночастиц соответственно. Для аппроксимации зависимостей теплопроводностей воды и оксида алюминия от температуры используются табличные данные [66, 67]. Видно, что с ростом как температуры, так и объемной доли частиц относительная теплопроводность

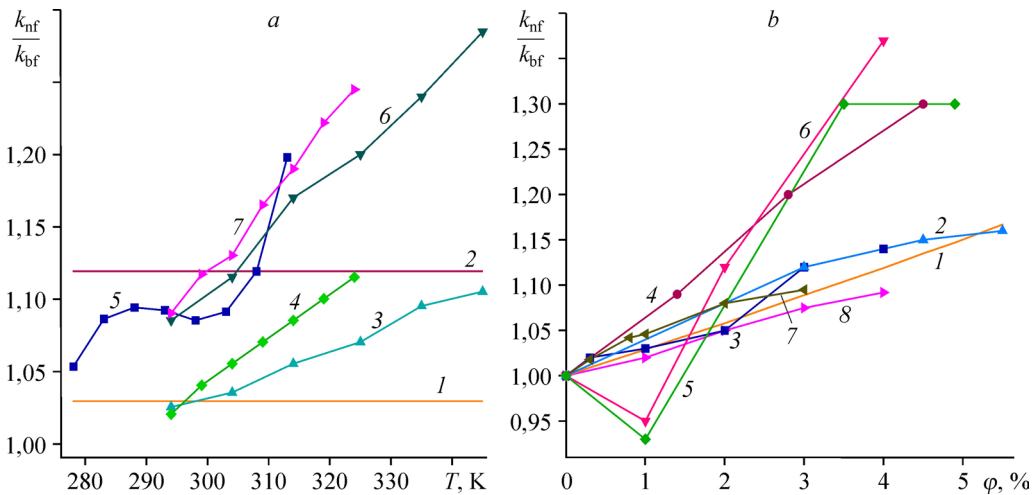


Рис. 6. Экспериментальные зависимости относительной теплопроводности $H_2O + Al_2O_3$ от температуры (а) и объемной доли частиц (б).

а: аналитические данные, полученные по формуле (23) для $\varphi = 1\%$ (1), 4% (2); экспериментальные данные работы [8] для $\varphi = 1\%$, $d_p = 47$ нм (3) и для $\varphi = 4\%$, $d_p = 47$ нм (6); работы [63] для $\varphi = 1\%$, $d_p = 38,4$ нм (4) и для $\varphi = 4\%$, $d_p = 38,4$ нм (7), работы [11] для $\varphi = 4\%$, $d_p = 33$ нм (5);

б: аналитические данные, полученные по формуле (23) (1); экспериментальные данные работ [60] для $d_p = 33$ нм (2), [11] для $d_p = 33$ нм (3), [64] для $d_p = 33$ нм (4), [65] для $d_p = 33$ нм (5), [63] для $d_p = 33$ нм (6), [30] для $d_p = 43$ нм (7), [7] для $d_p = 38,4$ нм (8).

увеличивается в рассматриваемом диапазоне изменения T и φ . При этом экспериментальные данные достаточно неплохо согласуются между собой, что повышает доверие к результатам. Легко заметить, что относительная теплопроводность в равной степени откликается на повышение и температуры, и объемной доли частиц. Отсюда следует, что удачная эмпирическая корреляция должна в одинаковой мере отражать зависимости как от T , так и от φ , чего нельзя сказать о формуле Гамильтона–Кроссера (23). Тем не менее эта аппроксимация для выбранных в настоящей работе диапазонов изменения температуры и объемной доли частиц, в отличие от формулы Бринкмана для вязкости, дает значения теплопроводности, вполне сопоставимые с экспериментальными данными. Здесь следует отметить, что неявно — через коэффициенты теплопроводности жидкости и частиц — результат по (23) зависит от температуры. Однако в рассматриваемом диапазоне температур его максимальное отличие от среднего по температуре значения не превышает 0,1 %, что говорит о практической независимости относительного коэффициента теплопроводности по формуле Гамильтона–Кроссера рассматриваемой наножидкости от температуры.

Следующие две формулы представляют собой аппроксимации относительной теплопроводности, в которых отсутствует явная зависимость от размера частиц:

$$k_{\text{nf}}/k_{\text{bf}} = 1 + 0,764481464 \varphi + 0,018688867 (T - 273,15) - 0,462147175 \quad [10]. \quad (24)$$

$$k_{\text{nf}}/k_{\text{bf}} = (c_{\text{nf}}/c_{\text{bf}})^{-0,023} (\rho_{\text{nf}}/\rho_{\text{bf}})^{1,358} (M_{\text{bf}}/M_{\text{nf}})^{0,126} \quad [30], \quad (25)$$

здесь c , ρ , M — удельная теплоемкость, плотность и молярная масса соответственно; для наножидкости они рассчитываются как аддитивная композиция с учетом весового фактора φ , то есть $A_{\text{nf}} = (1 - \varphi) A_{\text{bf}} + \varphi A_{\text{p}}$, где $A = \{c, \rho, M\}$.

Следует заметить, что в формуле (24) T и φ присутствуют явно, а в (25) — неявно, поскольку удельная теплоемкость и плотность веществ зависят от температуры. На рис. 7 представлены графики (24) и (25) как функции T для двух фиксированных значений φ в сравнении с экспериментальными данными. Видно, что неявная зависимость от температуры (25) (кривая 2) практически никак не сказывается на поведении графика, а сама кривая близка к аппроксимации Гамильтона–Кроссера для сферических частиц, в то время как данные формулы (24) (кривая 3) коррелируют с экспериментом в очень узком диапазоне температур $300 \text{ K} \leq T \leq 310 \text{ K}$, что совпадает с заявленным в работе [10]

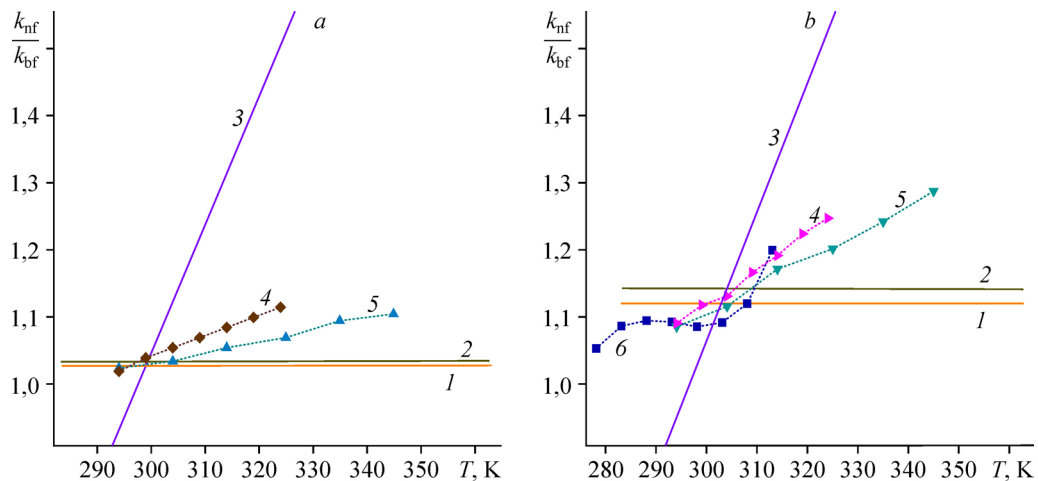


Рис. 7. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной теплопроводности от температуры для $\varphi = 1\%$ (а) и $\varphi = 4\%$ (б).

Аналитические данные 1–3, полученные соответственно по формулам (23), (25), (24); экспериментальные данные работ [63] для $d_p = 38,4 \text{ нм}$ (4), [8] для $d_p = 47 \text{ нм}$ (5) и [11] для $d_p = 33 \text{ нм}$ (6).

температурным диапазоном применимости данной аппроксимации. Соответственно, эта зависимость мало подходит для практических задач.

Аппроксимации относительной теплопроводности наножидкости, в которых помимо температуры и объемной доли частиц присутствуют еще и их размеры, представлены в литературе в большей степени. Ниже приведены некоторые из них:

$$k_{nf}/k_{bf} = 0,991 + 0,253 (100 \varphi) - 0,001 (T - 273,15) - 0,002 d_p - 0,189 (100 \varphi)^2 + 6,19 \cdot 10^{-5} (T - 273,15)^2 + 1,317 \cdot 10^{-5} d_p^2 + 0,049 (100 \varphi)^3 - 7,66 \cdot 10^{-7} (T - 273,15)^3 \quad [14]; \quad (26)$$

$$k_{nf}/k_{bf} = 1 + 64,7 \varphi^{0,746} (d_{bf}/d_p)^{0,369} (k_p/k_{bf})^{0,7476} Pr_{bf}^{0,9955} Re_p^{1,2321} \quad [8], \quad (27)$$

где $Re_p = \rho_{bf} \kappa T / (3\pi \mu_{bf}^2 l_{bf})$;

$$k_{nf}/k_{bf} = 1 + 4,4 \varphi^{0,66} (T/T_0)^{10} (k_p/k_{bf})^{0,03} Pr_{bf}^{0,66} Re_p^{0,4} \quad [26], \quad (28)$$

где $Re_p = 2\rho_{bf} \kappa T / (\pi \mu_{bf}^2 d_p)$;

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \left(\frac{k_{nf}}{k_{bf}} \right)_{HC} + \frac{\rho_p \varphi c_p}{2k_{bf}} \sqrt{\frac{2k_p T}{3\pi d_p \mu_{bf}}} \quad [39]; \quad (29)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \left(\frac{k_{nf}}{k_{bf}} \right)_{HC} + 5 \cdot 10^4 f(T, \varphi) \beta \varphi \frac{\rho_{bf} c_{bf}}{k_{bf}} \sqrt{\frac{\kappa T}{d_p \rho_p}} \quad [15], \quad (30)$$

где $f(T, \varphi) = (0,028217 \varphi + 0,003917) T/T_0 - 0,030669 \varphi - 0,00391123$, $\beta = 8,4407 (100 \varphi)^{-1,07304}$;

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \left(\frac{k_{nf}}{k_{bf}} \right)_{HC} + 5 \cdot 10^4 f(T, \varphi) \beta \varphi \frac{\rho_{bf} c_{bf}}{k_{bf}} \sqrt{\frac{\kappa T}{d_p \rho_p}} \quad [24, 37], \quad (31)$$

где $f(T, \varphi) = (-6,04 \varphi + 0,4705) T + 1722,3 \varphi - 134,63$, $\beta = 0,0017 (100 \varphi)^{-0,0841}$. Здесь Pr_{bf} — число Прандтля базовой жидкости, κ — постоянная Больцмана, d_{bf} и l_{bf} — диаметр и длина свободного пробега молекулы базовой жидкости (для воды $d_{bf} = 0,29$ нм, $l_{bf} = 0,17$ нм), $T_0 = 273,15$ К, $(k_{nf}/k_{bf})_{HC}$ вычисляется по формуле (23). Хорошо видно, что основные формулы (30) и (31) совпадают, а различие имеет место только во вспомогательных аппроксимациях $f(T, \varphi)$ и β . Также следует отметить совпадение структур формул (27) и (28). Однако в (27) явно присутствует размер частиц, в то время как в (28) — температура среды. Соответственно можно ожидать качественного совпадения в поведении графиков пар корреляций (30)–(31) и (27)–(28).

На рис. 8 представлены графики аппроксимаций (26)–(31) в сравнении с данными, полученными по формуле Гамильтона–Кроссера для сферических частиц, и экспериментальными данными для двух значений объемной доли частиц. Прежде всего следует отметить хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетом по формулам (27) и (28) (кривые 3 и 4 соответственно). При этом для больших температур зависимость (28) (кривая 4) дает более резкое увеличение относительной теплопроводности по отношению к зависимости (27) (кривая 3). Учитывая, что в первоисточнике [26] результаты формулы (28) анализируются в пределах $294 \text{ К} < T < 324 \text{ К}$, нетрудно сделать вывод, что поведение кривой 4 подтверждает диапазон применимости данной зависимости по температуре. График, построенный по данным (29) (кривая 5), расположен выше экспериментальных данных (особенно для $\varphi = 4\%$). А зависимости (26) и (31) (кривые 2 и 7 соответственно) не коррелируют с экспериментальными данными ни количественно, ни даже качественно: кривая 2 с ростом температуры понижается, а кривая 7 с увеличением

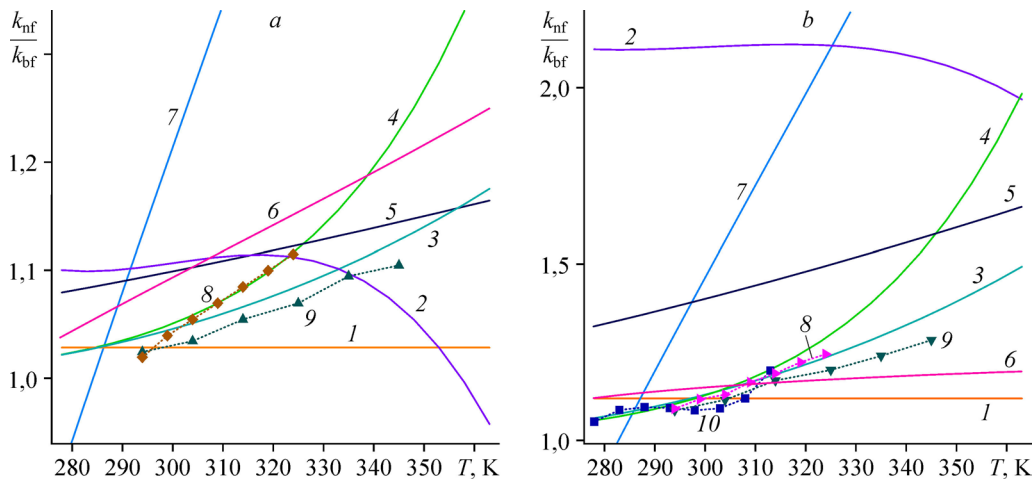


Рис. 8. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной теплопроводности от температуры для $\varphi = 1\%$ (а) и $\varphi = 4\%$ (б) при $d_p = 33$ нм.

Аналитические данные 1–7, полученные соответственно по формулам (23), (26)–(31); экспериментальные данные работ [63] для $d_p = 38,4$ нм (8), [8] для $d_p = 47$ нм (9) и [11] для $d_p = 33$ нм (10).

температуры по темпам роста на порядок превышает результаты экспериментов. Аппроксимация (30) (кривая б) по сравнению с экспериментальными данными в 2–3 раза завышает улучшение теплопроводных свойств наножидкости для малых значений объемной доли наночастиц, однако хорошо описывает экспериментальные данные для умеренных значений φ .

Кривые на рис. 9 иллюстрируют степень зависимости аппроксимаций (26)–(31) от размеров частиц. Сравнение соответствующих графиков фрагментов (а) и (б) рисунка говорит о том, что при увеличении d_p относительная теплопроводность уменьшается для всех зависимостей, кроме формулы (26) (кривая 2), в которой размер частиц как аддитивная составляющая в силу своей малости присутствует скорее формально. Также следует отметить кривую 3 (формула (27)), которая во всем диапазоне рассматриваемых

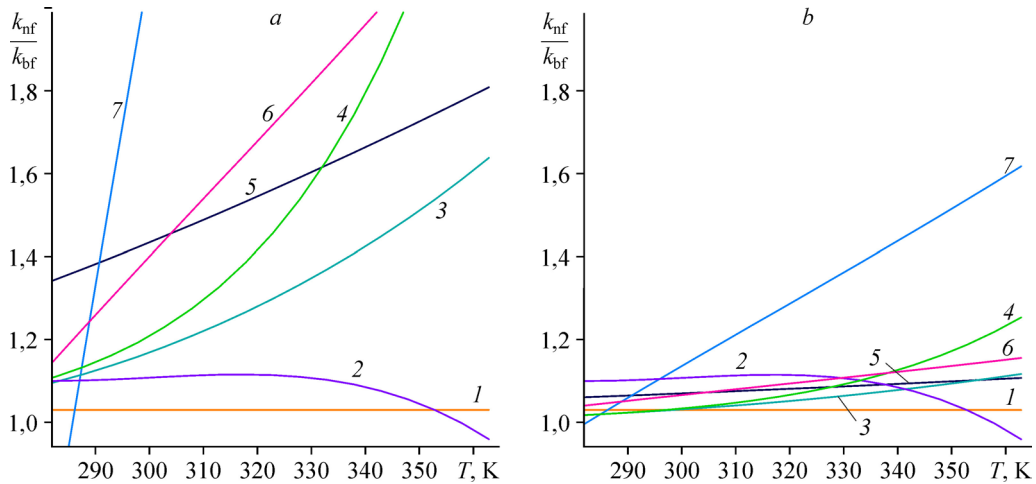


Рис. 9. Поведение графиков зависимостей относительной теплопроводности от T для предельных значений размеров частиц $d_p = 1$ нм (а) и $d_p = 100$ нм (б) при $\varphi = 1\%$.

Расчеты 1–7 по формулам (23), (26)–(31) соответственно.

изменений T и d_p демонстрирует умеренный отклик, оставаясь приблизительно в пределах разброса экспериментальных данных, представленных на рис. 8. Остальные аппроксимации при малых d_p демонстрируют завышенный по отношению к экспериментальному результат.

Следующие зависимости описывают изменение относительной теплопроводности только от объемной доли частиц без учета температуры T и размера частиц d_p :

$$k_{nf} / k_{bf} = 0,25 \left[(3\varphi - 1) k_p / k_{bf} + 2 - 3\varphi + \sqrt{F} \right] \quad [68], \quad (32)$$

где $F = (3\varphi - 1)^2 (k_p / k_{bf})^2 + 2 [2 + 9\varphi(1 - \varphi)] k_p / k_{bf} + (2 - 3\varphi)^2$;

$$k_{nf} / k_{bf} = 1 + 4,5503\varphi \quad [29]; \quad (33)$$

$$k_{nf} / k_{bf} = 1 + 7,47\varphi \quad [12, 14]; \quad (34)$$

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \left[1 + 0,27\varphi^{4/3} \left(\frac{k_p}{k_{bf}} - 1 \right) \right] \left[1 + \frac{0,52\varphi}{1 - \varphi^{1/3}} \left(\frac{k_p}{k_{bf}} - 1 \right) \right] / \left[1 + \varphi^{4/3} \left(\frac{k_p}{k_{bf}} - 1 \right) \left(\frac{0,52}{1 - \varphi^{1/3}} + 0,27(1 + \varphi^{1/3}) \right) \right] \quad [4]. \quad (35)$$

Графики этих аппроксимаций приведены на рис. 10а, а на рис. 10б для сравнения представлены графики формул (24) и (25) при фиксированном значении температуры $T = 298$ К. Как и ранее, полученные результаты сопоставляются с формулой Гамильтона–Кроссера для сферических частиц (23) и экспериментальными данными. Хорошо видно, что почти все аналитические кривые, за исключением зависимостей (35) (кривая 5, рис. 10а) и (24) (кривая 2, рис. 10б), попадают в диапазон разброса результатов экспериментов.

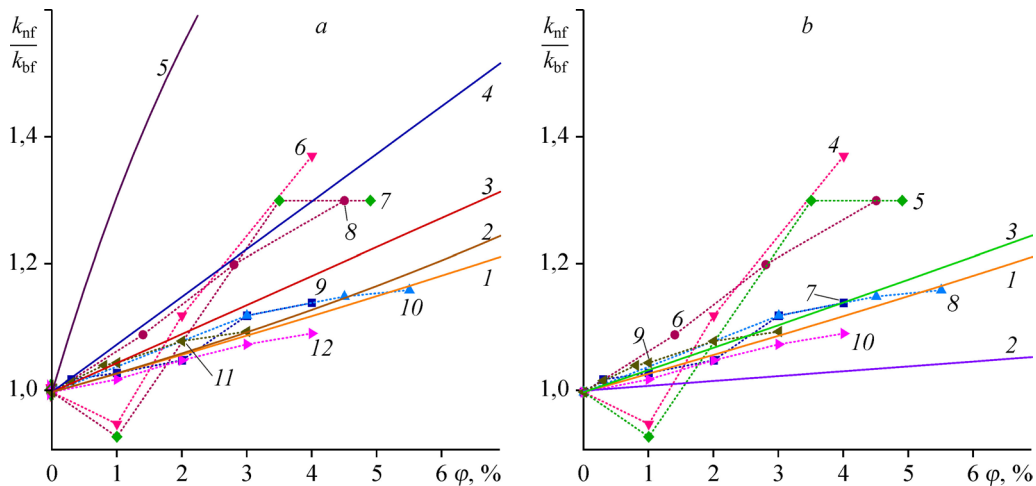


Рис. 10. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной теплопроводности от объемной доли частиц без учета их размеров.

а: аппроксимации 1–5 без учета температуры по формулам (23), (32)–(35) соответственно; экспериментальные данные 6–10 работ [63], [65], [64], [11], [60] соответственно для $d_p = 33$ нм и данные работ [30] для $d_p = 43$ нм (11) и [7] для $d_p = 38,4$ нм (12);

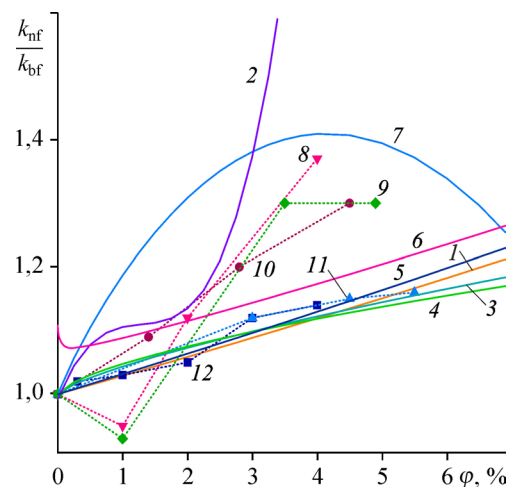
б: аппроксимации 1–3 с учетом температуры по формулам (23)–(25) соответственно при $T = 298$ К; экспериментальные данные 4–8 работ [63], [65], [64], [11], [60] соответственно при $d_p = 33$ нм, а также работ [30] для $d_p = 43$ нм (9) и [7] для $d_p = 38,4$ нм (10).

И это, безусловно, положительное качество анализируемых аппроксимаций. Однако учитывая тот факт, что эксперименты проводились для некоторых «типичных» значений d_p и T (здесь $30 \text{ нм} < d_p < 45 \text{ нм}$ при комнатной температуре), возникает вопрос о применимости рассматриваемых зависимостей в случаях предельно больших (малых) размеров частиц и температур из рассматриваемого диапазона их изменений. Зависимости (26)–(31) лишены этого недостатка, поскольку в число аргументов у них кроме объемной доли частиц φ входят еще температура T и размеры частиц d_p . На рис. 11 для фиксированных значений d_p и T приведены графики зависимости относительной теплопроводности от φ для $d_p = 33 \text{ нм}$. Видно, что кривые 1, 3–5 хорошо совпадают с данными эксперимента, в то время как кривая 2 (формула (26)) располагается заведомо выше их практически во всем диапазоне изменения φ . Немонотонное поведение кривой 7 (формула (31)) даже на качественном уровне не отвечает очевидной тенденции результатов экспериментов к увеличению относительной теплопроводности с ростом φ . Формула (30) (кривая 6) хорошо укладывается в диапазон экспериментальных данных, однако неверна для малых значений объемной доли частиц ($\varphi < 1\%$), поскольку по определению относительной теплопроводности должно выполняться предельное соотношение $\lim_{\varphi \rightarrow 0} (k_{\text{нф}} / k_{\text{бф}}) = 1$.

На этом рисунке не представлены результаты расчетов для $d_p = 47 \text{ нм}$ по аналогии с рис. 4, поскольку здесь их относительное отличие от случая $d_p = 33 \text{ нм}$ не превышает 2–3 %, что укладывается в среднюю погрешность измерений в экспериментах. Иными словами, для рассматриваемых зависимостей (26)–(31) размеры частиц, по крайней мере из среднего диапазона своего изменения, практически не влияют на результат.

На рис. 12 для оценки влияния размеров частиц d_p в целом на величину относительной теплопроводности, рассчитанную по формулам (26)–(31), приведены графики этих зависимостей для двух предельных случаев по величине d_p . Так же, как и при рассмотрении зависимостей данных, полученных по этим формулам, от T (см. рис. 9) имеет место понижение $k_{\text{нф}} / k_{\text{бф}}$ с ростом d_p для всех графиков. При этом данные, рассчитанные по формуле (26) (кривая 2), практически не реагируют на изменения размера частиц, а результат, полученный по формуле (29) (кривая 5), изменяется слабо. Характер поведения остальных кривых в качественном отношении остается таким же, как и на рис. 11. Наиболее приемлемыми можно считать зависимости (27)–(29) (кривые 3–5) в силу их умеренного реагирования на предельные значения величины d_p , при котором результат остается в диапазоне разброса экспериментальных данных. Суммируя результаты анализа поведения графиков корреляций (26)–(31) на рис. 8, 9, 11, 12, следует признать формулы (27) и (28) наилучшими. При этом необходимо учитывать, что формула (28) для больших

Рис. 11. Сравнение теоретических и экспериментальных зависимостей относительной теплопроводности от объемной доли частиц при $d_p = 33 \text{ нм}$ и $T = 298 \text{ К}$. Расчеты 1–7 по формулам (23), (26)–(31), экспериментальные данные 8–12 работ [63, 65, 64, 60, 11] соответственно.



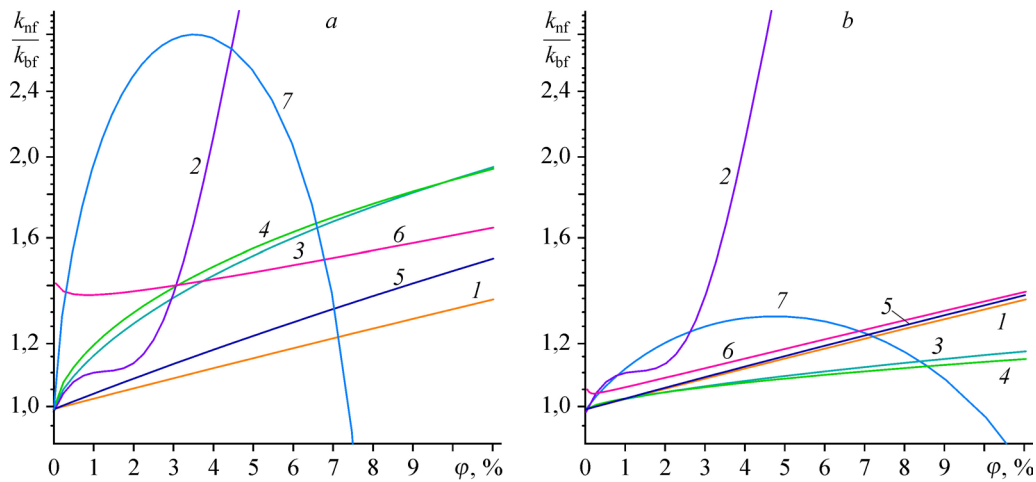


Рис. 12. Поведение графиков зависимостей относительной теплопроводности от φ для предельных значений размеров частиц $d_p = 1$ нм (а) и $d_p = 100$ нм (б) при $T = 298$ К.

Расчеты 1–7 по формулам (23), (26)–(31) соответственно.

значений температуры может давать завышенные значения относительной теплопроводности.

Провести аналитический анализ эмпирических корреляций для определения относительной теплопроводности, базируясь на результатах экспериментов по теплообмену течений наножидкостей, аналогично тому, как это было сделано с относительным коэффициентом вязкости, в данном случае не представляется возможным. Дело в том, что для этих целей необходимо использовать критериальное соотношение $Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,5}$ [69] или какие-либо другие подобные ему (см., например, [61]). Комбинация этого соотношения и формулы определения числа Нуссельта не позволяет в явном виде получить выражение для коэффициента эффективной теплопроводности k_{nf} через экспериментально измеренный коэффициент теплоотдачи, число Рейнольдса и параметры экспериментальной установки аналогично формуле (22). В лучшем случае получается выражение для комбинации $k_{nf}^a \mu_{nf}^b$ (здесь a и b — некоторые константы). Как следствие, суперпозиция погрешностей в вычислениях k_{nf} и μ_{nf} не позволяет достигнуть приемлемой точности вычисления значений k_{nf} .

Выводы

В работе проведен сравнительный анализ предлагаемых в литературе эмпирических корреляций по определению относительных коэффициентов вязкости и теплопроводности наножидкости — водного раствора оксида алюминия. В качестве основных параметров, влияющих на конечный результат, были приняты объемная доля частиц, температура среды и размеры частиц. Достоверность аналитических результатов оценивалась путем сравнения с экспериментальными данными и при контроле выполнения естественных физических требований (например, рассматриваемые теплофизические коэффициенты должны быть положительными). Выявлена степень применимости корреляций с точки зрения их корректности как для «типичных» значений определяющих

параметров, используемых в экспериментах, так и для их предельных значений из заявленных в настоящей работе диапазонов изменения параметров. На основании проведенного исследования можно сформулировать следующие выводы.

1. Коэффициент эффективной вязкости наножидкости хорошо описывается квадратичными аппроксимациями вида (9)–(12) в случае комнатной температуры и средних значений размеров частиц.

2. Среди рассмотренных формул не выявлено зависимостей, которые одинаково удовлетворительно аппроксимировали бы коэффициент эффективной вязкости во всех диапазонах изменения всех трех определяющих параметров.

3. Большинство из рассмотренных упрощенных аппроксимаций (зависимость только от φ) коэффициента эффективной теплопроводности вида (23), (25), (32)–(34) можно признать удачными в случае их применения при комнатной температуре и средних значений размеров частиц.

4. Среди аппроксимаций коэффициента эффективной теплопроводности наножидкости, зависящих от всех трех определяющих параметров, к практическому применению в рассмотренных диапазонах изменения параметров можно рекомендовать соотношение (27).

Обозначения

C — теплоемкость, Дж/(кг·К),	M — молярная масса, кг/кмоль,
D — диаметр трубки, м,	N — число Авогадро,
d_p — размер наночастицы, м,	Nu — число Нуссельта,
d_f — размер молекулы жидкости, м,	P — давление, н/м ² ,
k — теплопроводность, Вт/(м·К),	P_r — число Прандтля,
L — длина трубки, м,	Re — число Рейнольдса,
l — длина свободного пробега молекулы, м,	T — температура, К.

Греческие символы

β — коэффициент теплового расширения,	μ — вязкость, сП,
κ — постоянная Больцмана, Дж/К,	ρ — плотность, кг/м ³ ,
λ — коэффициент сопротивления течению,	φ — объемная доля наночастиц.

Индексы

bf — базовая жидкость (вода),	nf — наножидкость,
f — жидкость,	p — частица.

Список литературы

1. Choi S.U.S., Eastman J.F. Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // Proceedings of the 1995 ASME Intern. Mechanical Engng Congress and Exposition. USA, San Francisco, CA, 1995. Vol. 66. P. 99–105.
2. Терехов В.И., Калинина С.В., Леманов В.В. Механизм теплопереноса в наножидкостях: современное состояние проблемы (обзор). Ч. 1. Синтез и свойства наножидкостей // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 1. С. 1–15.
3. Терехов В.И., Калинина С.В., Леманов В.В. Механизм теплопереноса в наножидкостях: современное состояние проблемы (обзор). Ч. 2. Конвективный теплообмен // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 2. С. 173–188.
4. Murshed S.M.S., Leong K.C., Yang C. Thermophysical and electrokinetic properties of nanofluids — a critical review // Applied Thermal Engng. 2008. Vol. 28, Iss. 17–18. P. 2109–2125.
5. Mahdi R.A., Mohammed H.A., Munisamy K.M., Saeid N.H. Review of convection heat transfer and fluid flow in porous media with nanofluid // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2015. Vol. 41. P. 715–734.
6. Рудяк В.Я., Минаков А.В., Краснолуцкий С.Л. Физика и механика процессов теплообмена в течениях наножидкостей // Физическая мезомеханика. 2016. Т. 19, № 1. С. 75–83.
7. Lee S., Choi S.U.S., Li S., Eastman J.A. Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles // J. Heat Transfer. 1999. Vol. 121, Iss. 2. P. 280–289.
8. Choi S.U.S., Chon C.H., Kihm K.D., Lee S.P. Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al₂O₃) thermal conductivity enhancement // Applied Physics Letters. 2005. Vol. 87, Iss. 15. P. 153107-1–153107-3.

9. **Nguyen C.T., Desgranges F., Roy G., Galanis N., Mare T., Boucher S., Mintsa H.A.** Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids — hysteresis phenomenon // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2007. Vol. 28, Iss. 6. P. 1492–1506.
10. **Li C.H., Peterson G.P.** Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids) // *J. Applied Physics*. 2006. Vol. 99, Iss. 8. P. 084314-1–084314-8.
11. **Ho C.J., Liu W.K., Chang Y.S., Lin C.C.** Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study // *Intern. J. Thermal Sci.* 2010. Vol. 49, Iss. 8. P. 1345–1353.
12. **Pfautsch E.** Forced convection in nanofluids over a flat plate. Columbia: University of Missouri, 2008. 79 p.
13. **Жаров А.В., Савинский Н.Г., Павлов А.А., Евдокимов А.Н.** Экспериментальный метод измерения теплопроводности наножидкости // *Фундаментальные исследования*. 2014. № 8, вып. 6. С. 1345–1350.
14. **Teng T.-P., Hung Y.-H., Teng T.-C., Mo H.-E., Hsu H.-G.** The effect of alumina/water nanofluid particle size on thermal conductivity // *Applied Thermal Engng.* 2010. Vol. 30, Iss. 14. P. 2213–2218.
15. **Vajjha R.S., Das D.K., Kulkarni D.P.** Development of new correlations for convective heat transfer and friction factor in turbulent regime for nanofluids // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2010. Vol. 53. P. 4607–4618.
16. **Пряжников М.И., Гузей Д.В., Минаков А.В., Лобасов А.С.** Разработка и тестирование экспериментальной методики определения коэффициента теплопроводности наножидкостей // *Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии*. 2015. Т. 8, № 2. С. 153–165.
17. **Черепанов И.Н., Попов В.А.** Экспериментальное исследование влияния концентрации на параметры наножидкости // *Вестн. Пермского университета. Физика*. 2017. Т. 2. С. 26–32.
18. **Рудяк В.Я., Минаков А.В., Пряжников М.И.** Особенности вязкости наножидкостей. Экспериментальное изучение // *Труды Новосиб. гос-го арх.-строит. ун-та*. 2018. Т. 21, № 1. С. 30–41.
19. **Wen D., Ding Y.** Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2004. Vol. 47, Iss. 24. P. 5181–5188.
20. **Mahbulul I.M., Saidur R., Amalina M.A.** Latest developments on the viscosity of nanofluids // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2012. Vol. 55, Iss. 4. P. 874–885.
21. **Toghraie D., Chaharsoghi V.A., Afrand M.** Measurement of thermal conductivity of ZnO–TiO₂/EG hybrid nanofluid // *J. Thermal Analysis and Calorimetry*. 2016. Vol. 125, Iss. 1. P. 527–535.
22. **Batchelor G.K.** The effect of Brownian motion on the bulk stress in a suspension of spherical particles // *J. Fluid Mechanics*. 1977. Vol. 83, Iss. 1. P. 97–117.
23. **Graham A.L.** On the viscosity of suspensions of solid spheres // *Applied Scientific Research*. 1981. Vol. 37, Iss. 3–4. P. 275–286.
24. **Koo J., Kleinstreuer C.** A new thermal conductivity model for nanofluids // *J. Nanoparticle Research*. 2004. Vol. 6, Iss. 6. P. 577–588.
25. **Masoumi N., Sohrabi N., Behzadmehr A.** A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids // *J. Physics D: Applied Physics*. 2009. Vol. 42, No. 5. P. 1–6.
26. **Corcione M.** Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls // *Intern. J. Thermal Sci.* 2010. Vol. 49, Iss. 9. P. 1536–1546.
27. **Завьялов А.П., Сызранцев В.В., Зобов К.В., Тапанаев И.Г., Труфанов Д.Ю., Бардаханов С.П.** Модель присоединенного слоя для описания вязкости наножидкости // *Сибирский физический журнал*. 2017. Т. 12, № 2. С. 85–99.
28. **Brinkman H.C.** The viscosity of concentrated suspensions and solutions // *J. Chemical Physics*. 1952. Vol. 20, Iss. 4. P. 571–581.
29. **Rea U., McKrell T., Hu L.-W., Buongiorno J.** Laminar convective heat transfer and viscous pressure loss of alumina-water and zirconia-water nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2009. Vol. 52, Iss. 7–8. P. 2042–2048.
30. **Chandrasekar M., Suresh S., Bose A.C.** Experimental investigations and theoretical determination of thermal conductivity and viscosity of Al₂O₃/water nanofluid // *Exp. Thermal Fluid Sci.* 2010. Vol. 34, Iss. 2. P. 210–216.
31. **Sourtiji E., Ganji D.D., Gorji-Bandpy M., Seyyedi S.M.** Numerical study of periodic natural convection in a nanofluid-filled enclosure due to transitional temperature of heat source // *Powder Technology*. 2014. Vol. 259. P. 65–73.
32. **Saghir M.Z., Ahadi A., Mohamad A., Srinivasan S.** Water aluminum oxide nanofluid benchmark model // *Intern. J. Thermal Sci.* 2016. Vol. 109. P. 148–158.
33. **He Y., Men Y., Zhao Y., Lu H., Ding Y.** Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ nanofluids flowing through a straight tube under the laminar flow conditions // *Applied Thermal Engng.* 2009. Vol. 29, Iss. 10. P. 1965–1972.
34. **Maiga S.E.B., Nguyen C.T., Galanis N., Roy G.** Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube // *Superlattices Microstruct.* 2004. Vol. 35, Iss. 3–6. P. 543–557.
35. **Hamilton R.L., Crosser O.K.** Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems // *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*. 1962. Vol. 1, Iss. 3. P. 187–191.
36. **Буязизи Л., Турки С.** Эффект броуновского движения в потоке и теплообмен наножидкостей за уступом при наличии и в отсутствие адиабатического цилиндра квадратного сечения // *Теплофизика и аэромеханика*. 2018. Т. 25, № 3. С. 463–479.

37. **Koo J., Kleinstreuer C.** Laminar nanofluid flow in microheat-sinks // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2005. Vol. 48, Iss. 13. P. 2652–2661.
38. **Mital M.** Evolutionary optimization of electronic circuitry cooling using nanofluid // *Modelling and Simulation in Engng*. 2012. Vol. 2012. Article ID 793462. 8 p.
39. **Xuan Y., Li Q., Hu W.** Aggregation structure and thermal conductivity of nanofluids // *AIChE J.* 2004. Vol. 49, Iss. 4. P. 1038–1043.
40. **Jangand S.P., Choi S.U.S.** Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids // *Applied Physics Letters*. 2004. Vol. 84, Iss. 21. P. 4316–4318.
41. **Khanafer K., Vafai K., Lightstone M.** Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2003. Vol. 46, Iss. 19. P. 3639–3653.
42. **Lin K.C., Violi A.** Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2010. Vol. 31, Iss. 2. P. 236–245.
43. **Garnett J.C.M.** Colours in metal glasses, in metallic films, and in metallic solutions. II // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engng Sci.* 1906. Vol. 205, Iss. 387–401. P. 237–287.
44. **Markel V.A.** Introduction to the Maxwell Garnett approximation: tutorial // *J. Optical Society of America A*. 2016. Vol. 33, Iss. 7. P. 1244–1256.
45. **Tiwari R.K., Das M.K.** Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2007. Vol. 50, Iss. 9–10. P. 2002–2018.
46. **Abu-Nada E., Oztop H.F.** Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2009. Vol. 30, Iss. 4. P. 669–678.
47. **Abu-Nada E.** Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2008. Vol. 29, Iss. 1. P. 242–249.
48. **Oztop H.F., Abu-Nada E.** Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2008. Vol. 29, Iss. 5. P. 1326–1336.
49. **Gümgüm S., Tezer-Sezgin M.** DRBEM solution of natural convection flow of nanofluids with a heat source // *Engng Analysis with Boundary Elements*. 2010. Vol. 34, Iss. 8. P. 727–737.
50. **Мохаммед Х.А., Аль-Асвади А.А., Шуэйб Н.Х., Сайдур Р.** Смешанно-конвективное течение наножидкостей в вертикальном канале с обратным уступом // *Теплофизика и аэромеханика*. 2012. Т. 19, № 1. С. 35–55.
51. **Hosseini M., Mustafa M.T., Jafaryar M., Mohammadian E.** Nanofluid in tilted cavity with partially heated walls // *J. Molecular Liquids*. 2014. Vol. 199. P. 545–551.
52. **Mansour M.A., Ahmed S.E.** A numerical study on natural convection in porous media-filled an inclined triangular enclosure with heat sources using nanofluid in the presence of heat generation effect // *Engng Sci. and Technology, an Intern. J.* 2015. Vol. 18, Iss. 3. P. 485–495.
53. **Milki B., Abbassi M.A., Omri A., Zeghmati B.** Augmentation of natural convective heat transfer in linearly heated cavity by utilizing nanofluids in the presence of magnetic field and uniform heat generation/absorption // *Powder Technology*. 2015. Vol. 284. P. 312–325.
54. **Zhang T., Che D.** Double MRT thermal lattice Boltzmann simulation for MHD natural convection of nanofluids in an inclined cavity with four square heat sources // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 94. P. 87–100.
55. **Bara El H., El Hamdani S., Bendou A., Limam K.** Parametric study on natural convection of nanofluids in a heated chamber // *Energy Procedia*. 2017. Vol. 139. P. 424–429.
56. **Зегбид И., Бессаи Р.** Производство энтропии при смешанной конвекции наножидкости в квадратной полости // *Теплофизика и аэромеханика*. 2018. Т. 25, № 2. С. 255–267.
57. **Abu-Nada E.** Effects of variable viscosity and thermal conductivity of Al_2O_3 -water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2009. Vol. 30, Iss. 4. P. 679–690.
58. **Yu Z.-T., Wang W., Xu X., Fan L.-W., Hu Y.-C., Cen K.-F.** A numerical investigation of transient natural convection heat transfer of aqueous nanofluids in a differentially heated square cavity // *Intern. Communications in Heat and Mass Transfer*. 2011. Vol. 38, Iss. 5. P. 585–589.
59. **Yu Z.-T., Xu X., Hu Y.-C., Fan L.-W., Cen K.-F.** A numerical investigation of transient natural convection heat transfer of aqueous nanofluids in a horizontal concentric annulus // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. 2012. Vol. 55, Iss. 4. P. 1141–1148.
60. **Wang X., Xu X., Choi S.U.S.** Thermal conductivity of nanoparticle-fluid mixture // *J. Thermophysics and Heat Transfer*. 1999. Vol. 13, No. 4. P. 474–480.
61. **Гузей Д.В., Мишаков А.В., Рудяк В.Я.** Исследование теплоотдачи наножидкостей в турбулентном режиме течения в цилиндрическом канале // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2016. № 2. С. 65–75.
62. **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкости и газа: учебник для вузов. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
63. **Das S.K., Putra N., Thiesen P., Roetzel W.** Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids // *J. Heat Transfer*. 2003. Vol. 125, Iss. 4. P. 567–574.
64. **Masuda H., Ebata A., Teramae K., Hishinuma N.** Alteration of thermal conductivity and viscosity of liquids by dispersing ultra-fine particles. Dispersion of Al_2O_3 , SiO_2 and TiO_2 ultra-fine particles // *Netsu Bussei*. 1993. Vol. 7, Iss. 4. P. 227–233.

65. Roy G.C., Nguyen C.T., Doucet D., Suiro S., Mare T. Temperature dependent thermal conductivity evaluation of Alumina based nanofluids // 13th Intern. Heat Transfer Conference, 13–18 August 2006. Sydney, Australia (on CD).
66. Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П., Тарзиманов А.А., Тоцкий Е.Е. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат, 1990. 352 с.
67. Шелудяк Ю.Е., Кашпоров Л.Я., Малинин Л.А., Цалков В.Н. Теплофизические свойства компонентов горючих систем. М.: НПО «Информация и технико-экономические исследования», 1992. 184 с.
68. Hui P.M., Zhang X., Markworth A.J., Stroud D. Thermal conductivity of graded composites: Numerical simulations and an effective medium approximation // J. Materials Sci. 1999. Vol. 34, Iss. 22. P. 5497–5503.
69. Pak В.С., Cho Y.I. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles // Experimental Heat Transfer. 1998. Vol. 11, Iss. 2. P. 151–170.

*Статья поступила в редакцию 7 мая 2019 г.,
после переработки — 25 октября 2019 г.,
принята к публикации 6 ноября 2019 г.*