

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ГОРЕНИЯ
ТВЕРДОГО ТОПЛИВА
В КАНАЛЕ

В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе

(Москва)

В работах [1-8] по исследованию переходных процессов горения твердых топлив рассматривается случай порохов, содержащих в своем составе окислитель. Теория нестационарных процессов горения таких топлив была дана в работах Я. Б. Зельдовича [1-3]. В работе [4] был произведен численный расчет переходных процессов от стационарного режима горения при одном давлении к стационарному режиму при другом давлении на электронной счетной машине. В работе [5] при помощи метода интегральных соотношений выводятся аналитические выражения нестационарной скорости горения пороха для мгновенного и экспоненциального изменения давления. Изучению влияния на скорость горения пороха гармонически меняющегося давления посвящена работа [6]. Экспериментально нестационарные процессы при горении порохов были исследованы в работе [7].

Ниже рассматриваются переходные режимы для диффузионного горения, которое имеет место, когда окислитель подается извне и не входит в состав твердого топлива. Переход с одного режима горения на другой задается изменением расхода окислителя. Модели горения таких систем были предложены в работах [9,10]. При расчете переходных режимов используется модель горения, основанная на лимитирующей роли массопередачи при диффузионном горении [10]. Ввиду конечного времени опорожнения топливного канала через сопло (при уменьшении подачи окислителя) или его наполнения (при увеличении расхода окислителя) давление в канале будет отставать от изменений в подаче окислителя. Кроме того, переходные режимы характеризуются образованием в канале газодинамических волн, которые, отражаясь попеременно от передней и сопловой части канала, вызывают пульсации давления. Скорость горения твердого топлива зависит от массовой скорости газового потока, поэтому выгорание канала происходит неравномерно. Предлагается система уравнений, описывающая стационарные и переходные режимы горения, и конечно-разностная схема для интегрирования ее. Обсуждаются закономерности поведения полученных решений.

1. Постановка задачи. Пусть топливо имеет форму цилиндрической пашки с осевым каналом радиуса R , через который протекает поток окислителя. Ось x направим вдоль оси симметрии; $x = 0$ совпадает с началом канала. Длина его равна l . Канал задресселирован сверхзвуковым соплом. Задачу будем решать в следующих предположениях.

1°. Поток является одномерным и турбулентным по всей длине канала. При этом пренебрегается неравномерностью потока в поперечных направлениях y и z , которая может появиться в результате расширения или искривления стенок канала, оттока от стенок продуктов сгорания, вследствие трения или теплопередачи. Естественность этого предположения подтверждается тем, что движение газа в канале носит турбулентный характер, причем турбулентность интенсифицируется вдувом тепла и массы в результате химической реакции горения, происходящей на стенках (см. 2°). Отметим, что одномерная модель предполагает полное смешение окислителя и продуктов сгорания в каждом сечении канала.

2°. В канале происходит диффузионное горение на стенках (эта модель обсуждалась в работе [10]), т. е. над поверхностью топлива возникает диффузионное пламя химической реакции продуктов газификации твердого

топлива и омывающего его поверхность газообразного окислителя, причем оно располагается внутри пограничного слоя. Обратим внимание на то, что расстояние от пламени до поверхности топлива обратно пропорционально скорости горения [10]. Поэтому сделанное здесь предположение справедливо пока концентрация окислителя в потоке не слишком мала. Действительно, по мере уменьшения концентрации окислителя (т. е. с увеличением x) диффузионное пламя отодвигается от поверхности твердого топлива; поэтому оно все более подвержено действию со стороны внешнего турбулентного потока. В результате пламя деформируется и разломачивается, на его поверхности могут появиться разрывы; тогда начинает играть роль качественно другой механизм разрушения твердого топлива, а именно абляция. Поэтому будем считать, что канал не слишком длинный и числа Рейнольдса, определяющие скорость горения, не очень велики. Так как пламя расположено в глубине пограничного слоя, будем считать, что химическая реакция сосредоточена на стенках канала.

3°. Газ считается идеальным постоянным молекулярного веса.

4°. Будем пренебрегать также изменением формы и размера канала в течение переходного процесса.

5°. Пренебрежем зависимостью теплового эффекта от параметров потока газа, т. е. будем считать, что прогретый слой топлива мгновенно подстраивается под состояние газового потока.

6°. Движение газа носит турбулентный характер, поэтому естественно пренебречь также явлениями молекулярного переноса.

2. **Уравнения и граничные условия.** Прежде чем выписать систему уравнений, укажем, что скорость горения твердого топлива можно записать в виде

$$m = B_m a j^n \quad (2.1)$$

Здесь m — массовая скорость горения твердого топлива, a — относительная весовая концентрация окислителя, B_m и n — постоянные величины, j — массовая скорость газового потока.

Выражение (2.1) для скорости горения можно получить, используя условие стехиометрического соотношения между потоками горючего и окислителя в диффузионном пламени и рассчитывая коэффициент массопередачи из критериальной связи между диффузионным числом Нуссельта, числами Рейнольдса и Прандтля и отношением скорости оттока газов от топлива к продольной скорости потока окислителя [10].

В качестве основных уравнений будем использовать одномерные газодинамические уравнения с учетом источников тепла и массы, сосредоточенных на стенках. Ввиду того что при расчете переходных режимов на входе в канал будут задаваться величина расхода газа, его концентрация, а также энтальпия, удобно записать систему уравнений в зависимых переменных j , p (давление газа), a , H (энтальпия газа), используя для m выражение (2.1).

Введем безразмерные переменные (они помечены штрихом)

$$j' = \frac{j}{j_0}, \quad H' = \frac{H}{H_0}, \quad a' = \frac{a}{a_0}$$

$$x' = \frac{x}{l}, \quad p' = \frac{p}{j_0 \sqrt{H_0}}, \quad t' = \frac{t \sqrt{H_0}}{l}, \quad Q' = \frac{Q}{H_0} \quad (2.2)$$

Индекс 0 внизу означает значение данной величины в сечении $x = 0$, Q — эффективный тепловой эффект горения на единицу веса твердого топлива, t — время.

В этих переменных (штрихи далее будем опускать) система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = s \quad (2.3)$$

Здесь w, f, s — однострочные матрицы с компонентами

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{\gamma p}{(\gamma - 1)H}, \quad w_2 = \frac{\gamma p a}{(\gamma - 1)H}, \quad w_3 = j \\ w_4 &= \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{j^2 H}{p} \\ f_1 &= j, \quad f_2 = aj, \quad f_3 = p + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{j^2 H}{p} \\ f_4 &= jH + \frac{1}{2} j \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} j \frac{H}{p} \right)^2 \\ s_1 &= v_1 K a j^n, \quad s_2 = -\frac{v_2}{a_0} K a j^n, \quad s_3 = 0, \quad s_4 = Q K a j^n \\ &\left(K = 2 \frac{l}{R} B_m a_0 j_0^{n-1} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь γ — показатель адиабаты газа, $v_1 = (v_2 + 1)$ — стехиометрический коэффициент.

Для решения этой системы три граничных условия поставим на входе в канал

$$x = 0, \quad j = h(t), \quad a = 1, \quad H = 1 \quad (2.5)$$

Функция $h(t)$ задает переход с одного режима горения на другой. Пусть при $t < 0$ на входе в канал поддерживался постоянный расход окислителя, равный $a_0 j_0 \pi R^2$. В результате установился некоторый стационарный режим горения, отвечающий этому расходу окислителя. Соответствующее стационарное решение, найденное ниже, будет служить начальным условием для решения нестационарной системы уравнений (2.3). Затем, начиная с момента $t = 0$, происходит резкое изменение расхода окислителя в несколько раз, которое задается функцией $h(t)$, что вызывает переход на другой стационарный режим горения, соответствующий новому расходу окислителя.

Четвертое граничное условие учитывает наличие сопла Лавалю. Если считать, что течение газа через сопло является квазистационарным, подстраиваемым под состояние газа на входе в сопло, то можно использовать известное выражение

$$j_l R^2 = A p_l R_*^2 \quad \left[A = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/2\alpha} (R^0 T_l)^{-1/2}, \quad \alpha = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right] \quad (2.6)$$

Здесь A — коэффициент истечения газов через сопло, R^0 — газовая постоянная, T — температура в потоке газа, R_* — радиус критического сечения сопла, индекс l внизу — значение данной величины в сечении $x = l$. Выделяя температурную зависимость в (2.6) и переходя к безразмерным переменным, имеем

$$x = 1, \quad p_l = \frac{1}{\kappa} j_l H_l^{1/2} \quad \left(\kappa = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)^{1/2}} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/2\alpha} \left(\frac{R_*}{R} \right)^2 \right) \quad (2.7)$$

3. Решение стационарной задачи о горении в топливном канале. Найдем стационарное решение системы уравнений (2.3) с граничными условиями (2.5), (2.7). (В этом случае $h(t) \equiv 1$.) Опуская производные по t

в (2.3) и комбинируя последние три уравнения с первым, получаем зависимость p , H , a от j , p_0 и граничных условий при $x = 0$ (3.1)

$$a = \frac{1}{j} \left[1 - \frac{v_2}{v_1 a_0} (j-1) \right], \quad H = \frac{\gamma p}{(\gamma-1) j^2} (\beta - p) \quad \left(\beta = p_0 + \left[\frac{\gamma-1}{\gamma p_0} \right] \right)$$

$$p = \frac{1}{\gamma+1} \left\{ \beta + \left[\gamma^2 \beta^2 + 2(\gamma^2-1) j \left[\frac{Q}{v_1} (1-j) - 1 - \frac{1}{2} (\beta - p_0)^2 \right] \right]^{1/2} \right\}$$

Подставив выражение для a в первое стационарное уравнение системы (2.3), получим дифференциальное уравнение, описывающее изменение потока газа вдоль оси канала:

$$\frac{dj}{dx} = v_1 K j^{n-1} \left(1 - \frac{v_2 (j-1)}{v_1 a_0} \right) \quad (3.2)$$

При произвольных значениях оно может быть проинтегрировано только численно¹, однако можно получить аналитические выражения при $n = 0.5$ и $n = 1.0$, которые мажорируют снизу и сверху реальную зависимость $j = j(x)$ для $0.5 < n < 1$. Приведем эти выражения

$$j = 1 + \frac{v_1 a_0}{v_2} \left[1 - \exp \left(- \frac{v_2}{a_0} K x \right) \right] \quad (n = 1) \quad (3.3)$$

$$2(d^2 - 1) \left[1 - \sqrt{j} + \frac{d}{2} \ln \frac{(d + \sqrt{j})(d-1)}{(d - \sqrt{j})(d+1)} \right] = v_1 K x \quad (n = 0.5)$$

$$d = \left(1 + \frac{v_1 a_0}{v_2} \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

Из уравнения (3.2) можно определить величину j_l . Записав второе и третье уравнения системы (3.1) при $x = l$ и используя граничное условие (2.7), получим систему уравнений, из которой найдем зависимость величины давления на входе в канал p_0 от j_l

$$p_0^2 = \frac{\gamma-1}{\gamma \varepsilon} \left[\sigma - \varepsilon + \left(\sigma^2 - 2\sigma\varepsilon + \frac{\gamma-1}{\gamma} \varepsilon \right)^{1/2} \right]$$

$$\sigma = 1 + \frac{Q}{v_1} (j_l - 1), \quad \varepsilon = \kappa^2 \frac{\gamma-1}{\gamma l} \left[2 + \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \kappa \right)^2 \right] \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \kappa^2 \right)^{-2} \quad (3.5)$$

Теперь из уравнений (3.1) легко найти все остальные функции.

При расчете использовались различные значения безразмерных параметров, входящих в уравнения и граничные условия.

1°. Положим $\gamma = 1.276$, $\kappa = 0.3182$, $Q = 33.33$, $a_0 = 0.22$, $n = 0.76$, $v_1 = 4.43$. С такими значениями производился расчет для $K_1 = 0.0906$, $K_2 = 0.0822$, $K_3 = 0.1070$.

¹ Для численного расчета был использован метод Эйлера. Интервал значений от 0 до 1 был разделен на 100 частей, так что $x_i = i\Delta x$, где $\Delta x = 0.01$, $i = 0, 1, 2, \dots, 100$. Конечно-разностное уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению (3.2), имеет вид

$$j(x_i + \Delta x) = j(x_i) + \Delta x \left(v_1 + \frac{v_2}{a_0} \right) K [j(x_i)]^{n-1} - \Delta x \frac{v_2}{a_0} K [j(x_i)]^n$$

Это уравнение позволяет вычислить поток j для всех x . Результаты вычислений приводятся на фиг. 1. Кривая 3 получена численным расчетом для $n = 0.76$, кривые 6 и 7 построены для $n = 1$ и $n = 0.5$ (остальные параметры одинаковы). Из фигуры следует, что стационарные решения можно с хорошей точностью получить из аналитических выражений (3.3), (3.4).

Параметр K_1 соответствует в два раза большему расходу окислителя на входе в канал, чем параметр K_3 , а параметр K_2 в 1.5 раза большему расходу окислителя, чем K_1 (при одинаковых прочих параметрах).

Полученные стационарные решения изображены на фиг. 1 и помечены цифрами 1, 2, 3 в соответствии с номером K . Точка $x = 1.0$ на оси абсцисс соответствует концу канала.

Отметим, что к концу канала поток возрастает на 21.3% для случая 1. Количество окислителя, который выносится вместе с газовым потоком через сопло, составляет 20.7% поступающего в канал количества окислителя. Из третьего уравнения основной системы (2.3) имеем

$$p_l = p_0 (1 + \gamma M_0^2) / (1 + \gamma M_l^2) \quad (3.6)$$

где M — число Маха. Поскольку движение в канале существенно дозвуковое ($M_0 = 0.08$, $M_l = 0.13$ для случая 1), то давление вдоль оси канала падает незначительно: $p_0 = 5.66$ и падает к концу канала на 1.5%.

Энтальпия газа в этом случае возрастает на 114% к выходному сечению канала. Таким образом, относительное увеличение массового потока значительно меньше, чем относительное увеличение энтальпии газа.

В заключение приведем величины времени прохождения газа по каналу (или время опорожнения топливного канала) $t_1 = 12.5$, и времени распространения звукового возмущения $t_2 = 1.4$ (для всех трех случаев эти характерные времена приблизительно одинаковы).

2°. Положим $\gamma = 1.283$, $\kappa = 0.5141$, $Q = 36.50$, $a_0 = 0.21$, $n = 0.76$, $\nu_1 = 4.43$. С такими параметрами производился расчет для $K_4 = 0.1447$ и $K_5 = 0.0935$.

Параметр K_5 соответствует расходу окислителя на входе в канал в 6.17 раз большему, чем K_4 (при одинаковых прочих параметрах).

Решения для этих двух случаев нанесены на фиг. 1 и помечены цифрами 4 и 5 в соответствии с номером K . Закономерности поведения решений такие же, как и в случае 1°. В этом случае $t_1 = 7.1$, $t_2 = 1.2$.

4. Интегрирование нестационарных уравнений. Нестационарная задача решалась численно при помощи двуслойной явной разностной схемы второго порядка точности, предложенной в [11]. Искусственная вязкость (она нужна для автоматического расчета скачков) входит в (4.1) неявным образом за счет аппроксимации дифференциальных уравнений конечно-разностными. Все величины считаются в узлах сетки $x_i = i\Delta x$, $i = 0, \dots, 100$; $t = m\Delta t$, $m = 0, 1, \dots$. Выпишем эту схему

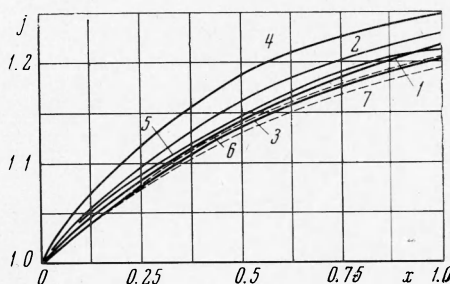
$$w_{i+1/2} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \frac{w_{i+1}(t) + w_i(t)}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [f_{i+1}(t) - f_i(t)] + \frac{\Delta t}{2} s_{i+1/2}(t) \quad (4.1)$$

$$w_i(t + \Delta t) = w_i(t) - (\Delta t/\Delta x) [f_{i+1/2}(t + 1/2 \Delta t) - f_{i-1/2}(t + 1/2 \Delta t)] + \Delta t s_i(t + 1/2 \Delta t)$$

Все величины рассчитываются сначала на полупелом слое в момент $t + 1/2 \Delta t$ по схеме первого порядка точности (первое из уравнений (4.1)), а затем в момент $t + \Delta t$ — с использованием величин на полупелом слое, так что в результате схема (4.1) имеет второй порядок точности.

Чтобы улучшить качество счета, вместо резкого перепада в расходе окислителя (ступеньки) использовался плавный (по экспоненте) переход на новый расход, т. е.

$$h(t) = k + (1 - k) e^{-\lambda m \Delta t} \quad (4.2)$$



Фиг. 1

Здесь k — конечный поток газа на входе в канал (начальный равен 1) в переходном режиме; λ выбирается таким, чтобы новый расход окислителя устанавливался достаточно быстро. Расчеты производились для трех случаев. Исследовались переходы для $k = 6.17, 0.5, 1.5$.

Чтобы выбранная разностная схема была устойчивой (т. е. чтобы малые погрешности, возникающие в процессе счета, не возрастали), соотношение шагов по времени и координате должно удовлетворять критерию устойчивости Куранта — Фридрихса — Леви, а именно

$$\max_x (|u| + c) \Delta t / \Delta x \leq 1$$

Шаг по x был выбран, как и в стационарном случае ($\Delta x = 0.01$ в безразмерном виде), скорости газа u и звука c оценивались по стационарному профилю температуры, после чего рассчитывалась величина Δt . Точки на границе досчитывались до пятиточечной схеме.

Счет прекращался, когда распределения всех величин становились близкими к их конечным стационарным распределениям.

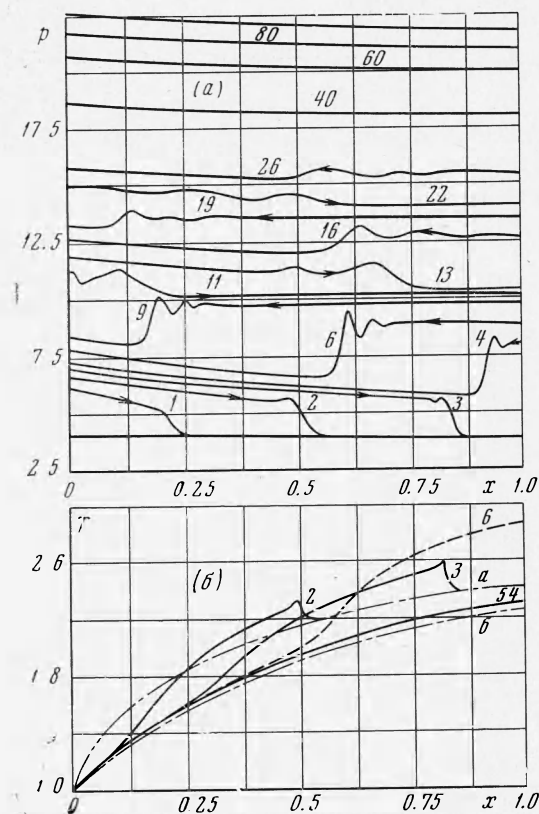
5. Обсуждение результатов.

1°. Рассмотрим сначала, как происходит переход для $k = 6.17$, т. е. из стационарного режима, отвечающего $K_1 = 0.1447$, на новый стационарный режим, соответствующий $K_5 = 0.0935$ (остальные численные параметры как и в 2° п. 3).

На фиг. 2, а и 2, б по оси абсцисс отложено расстояние от входа в канал до начала сопла, точка $x = 1.0$ соответствует концу канала. По оси ординат отложено безразмерное давление (фиг. 2, а) и температура (фиг. 2, б). Шаг по координате $\Delta x = 0.01$; шаг по времени $\Delta t = 0.0075$. Решения нанесены в разные моменты времени. Масштаб времени $\Delta T = 0.3075$, т. е. кривая, отмеченная цифрой 3, есть решение в момент $3\Delta T$ (некоторые промежуточные кривые не нанесены, чтобы не загромождать чертежи).

Верхняя кривая на фиг. 2, а — конечный стационарный профиль давления ($K = K_5$), нижняя — начальный стационарный профиль давления ($K = K_1$). Время установления нового расхода окислителя на входе в канал равно ΔT .

Из графика видно, что после изменения расхода окислителя по каналу начинает распространяться ударная волна (на всех фигурах направление распространения волны указано стрелкой), которая, достигнув



Фиг. 2

нув сопла, отражается от него и начинает распространяться в противоположную сторону, затем она отражается от левой границы и т. д. Начальная интенсивность ее $\Delta p / p_1 = 0.4$ (отношение перепада давлений во фронте волны к давлению в невозмущенной области). На кривой 2 имеется впадина. Это говорит о появлении волны разрежения, возникающей в результате распада образовавшегося разрыва.

Фиг. 2, б (см. кривые 2, 3) показывает, что нагрев газа ударной волной довольно значительный. Оценим насколько возрастает температура газа во фронте волны в момент $3\Delta T$. Зная $\Delta p / p_1$, из соотношений Ренкина — Гюгонио найдем, что отношение температуры газа за ударной волной к температуре в невозмущенной области равно 1.08. Это совпадает с отношением этих температур, вычисленных для кривой 3 из фиг. 2, б. Заметим, что температура газа на выходе из канала в начальном стационарном состоянии выше температуры газа в конечном стационарном состоянии в 1.07 раз (кривые, помеченные буквами а и б, есть начальное и конечное стационарные распределения); однако за счет нагрева газа ударной волной температура его может быть выше исходной. При отражении волны от сопла (фиг. 2, а, кривая б) образуется пробка газа с повышенной температурой (фиг. 2, б, кривая б). Затем она начинает медленно

рассасываться, поскольку газ выходит через сопло. Температура постепенно понижается к стационарной, соответствующей $K = K_5$ (фиг. 2, б, кривая 54).

Ударная волна распространяется к левой границе со скоростью приблизительно в два раза меньшей (относительно стенок канала) по сравнению со скоростью распространения волны в сторону сопла. Это объясняется тем, что волна движется в направлении, противоположном направлению течения газа. Скорость ударной волны относительно стенок в два раза превышает звуковую (оценка по кривым 2 и 3 на фиг. 2, а).

Отражение ударной волны от границ происходит как отражение от твердых стенок. Это объясняется тем, что скорость газа в канале незначительна; поэтому за время отражения волны от границы лишь незначительная часть его успевает пройти в сопло.

При отражении ударной волны от сопла на ее профиле образуется небольшой второй горб, связанный, видимо, с образованием волны разрежения при отражении от сопла.

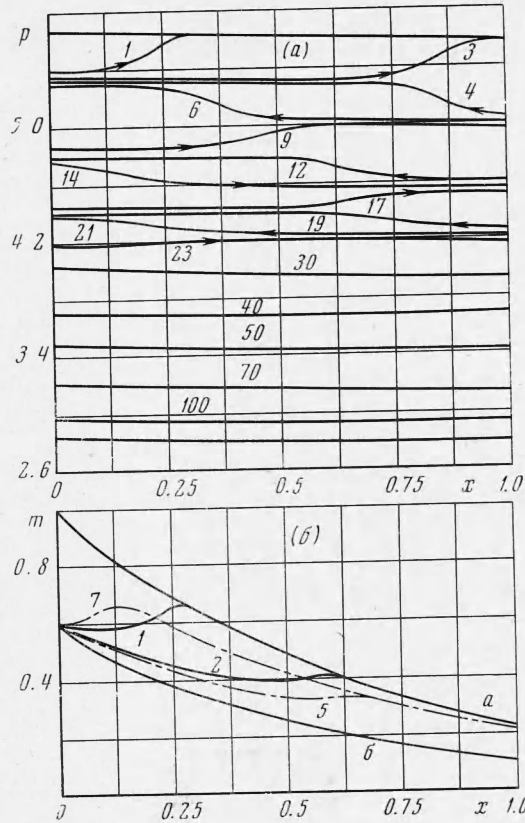
Затухание ударной волны, которое наблюдается на фиг. 2, а, происходит главным образом в объеме. Затухание волны сопровождается размытием ее фронта. Уменьшение интенсивности волны происходит из-за того, что:

- а) часть газа за время отражения все же успевает пройти в сопло;
- б) происходит взаимодействие волны сжатия с волнами разрежения;
- в) волна распространяется по неоднородной среде (в частности, отразившись от сопла, волна распространяется по газу, давление которого возрастает с уменьшением x).

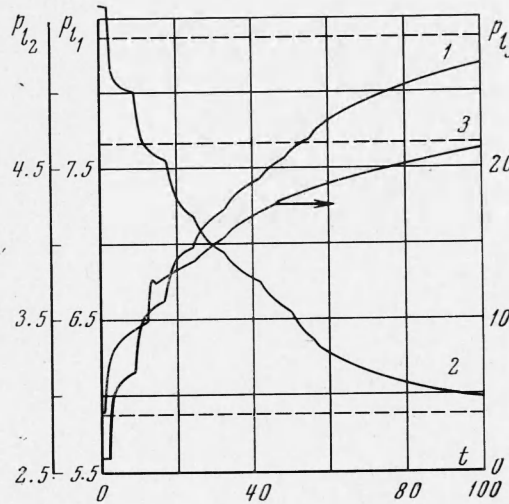
Как видно из фиг. 2, а, затухание волны в данном случае очень значительно при взаимодействии ее с поступающим в канал газом (кривые 6, 9), т. е. по третьей причине. Время затухания волны (здесь имеется в виду время заметного уменьшения ее интенсивности) и перехода на новый стационарный режим будут приведены ниже.

После затухания ударной волны происходит плавный подъем давления вплоть до конечного стационарного распределения из-за распространения по каналу волн сжатия малой интенсивности (поэтому они незаметны на графике). Кроме постепенно затухающей волны, возникшей в начальный момент, эти волны генерируются в том месте, где газ, вступивший в канал в момент $t = 0$, поджимает выталкиваемый им газ.

2°. На фиг. 3, а изображено распределение давления по x в разные моменты времени для $k = 0.5$, т. е. для перехода из стационарного режима с $K = K_1 = 0.0906$ на ре-



Фиг. 3



Фиг. 4

жим, соответствующий $K = K_3 = 0.1070$ (остальные численные параметры как в 1° п.3). Шаг по времени $\Delta t = 0.01$, по координате $\Delta x = 0.01$, масштаб времени, через который нанесены кривые, $\Delta T = 0.41$. Время установления нового расхода окислителя равно ΔT . Верхняя кривая есть стационарное распределение давления для $K = K_1$, нижняя — для $K = K_3$.

После изменения расхода окислителя по каналу, отражаясь поочередно то от левой, то от правой границы, начинает распространяться простая волна разрежения.

Интенсивность волны незначительна; возмущения температуры и концентрации переносятся с потоком газа.

Отражение от границ происходит как от твердой стенки, т. е. в противофазе с падающей волной. Как и в случае 1° этого пункта, волна разрежения постепенно затухает; фронт волны размывается. В данном случае волна затухает еще и потому, что она механически неустойчива и распределения величин в ней с течением времени становятся все более плавными.

Интересно поведение температуры газа в конце канала. После первого отражения волны разрежения от сопла, температура газа падает ниже стационарной, соответствующей $K = K_1$, а затем начинает медленно повышаться, приближаясь к конечному стационарному распределению с $K = K_3$.

Поскольку переходные процессы связаны с распространением по каналу ударных волн (или волн разрежения), то ясно, что выгорание канала также происходит волнообразно. Это видно из фиг. 3, б, на которой изображены начальное ($K = K_1$) и конечное ($K = K_3$) распределения массовой скорости горения $m(x)$ (они помечены буквами *a* и *b*, соответственно), а также мгновенные распределения $m(x)$ до момента отражения волны от входа в канал для нескольких моментов времени (масштаб времени как на фиг. 3, а). Штрих-пунктирные кривые соответствуют отраженным от сопла волнам. Отметим, что при стационарном горении максимальное выгорание топливного канала имеет место на входе в канал, так как поведение функции $m(x)$ определяется распределением концентрации (поток меняется незначительно).

В заключение рассмотрим фиг. 4, на которой построено значение давления на срезе канала p_1 в зависимости от времени. Кривая 3 построена для случая 1° этого пункта, кривая 2 — для случая 2°, а кривая 1 — для случая $k = 1.5$ (переход из стационарного режима с $K = K_1$ на режим с $K = K_2$. Последний случай связан с образованием волны сжатия (интенсивность ее $\Delta p / p_1 = 1/20$).

Масштаб по оси абсцисс на фиг. 4 следующий: точка 100 соответствует моменту $t = 41$ для кривых 1 и 2 и $t = 30.75$ — для кривой 3.

Величина давления на срезе канала скачкообразно меняется, когда ударная волна (или волна разрежения) набегае на сопло. Поскольку волна затухает, величина этих скачков с течением времени уменьшается и в конце процесса происходит плавный переход на конечное стационарное значение.

На фиг. 4 нижняя штриховая прямая — конечное стационарное значение для кривой 2, средняя — для кривой 3, верхняя — для кривой 1. Экстраполируя кривые 1, 2, 3 до пересечения с соответствующими прямыми, получаем точные времена перехода на новый стационарный режим. Для кривых 1 и 2 $t_1 = 57.40$, для кривой 3 $t_1 = 31.36$. Этот результат существенно отличается от оценок времени опорожнения (или наполнения), вычисленных по стационарным распределениям. Время затухания пульсаций давления составляет приблизительно $1/3$ времени перехода на новый стационарный режим для кривых 1 и 2 и $1/2$ времени перехода для кривой 3.

Предложенная в настоящей работе схема расчета переходных режимов основывается на предположении о диффузионном механизме горения твердого топлива, которое выполняется, если в канале имеется избыток окислителя, а число Рейнольдса, определяющее скорость горения, достаточно мало. Специфика этого случая заключается в том, что скорость горения не зависит явным образом от давления.

При увеличении числа Рейнольдса, сопровождающемся интенсификацией процесса горения, происходит более интенсивное перемешивание газа в каждом сечении канала и переход от диффузионного режима горения к кинетическому, когда характерное время химической реакции сравнимо с временем перемешивания. Скорость горения в этом случае зависит от давления в соответствии с кинетикой химической реакции, а сам режим горения в канале похож в значительной мере на горение в гомогенном химическом реакторе. Не исключено, что наличие явной зависимости скорости горения от давления может приводить к возникновению термокинетических колебаний в канале из-за обратной связи между скоростью горения и истечением газа через сопло, которое также зависит от давления.

Дополнительные эффекты могут возникнуть при рассмотрении перестройки теплового слоя в твердом веществе, приводящей к изменению во времени эффективной теплоты горения топлива. Учет нестационарного характера теплового слоя при переходном режиме существен также и при диффузионном горении, в случае, если время опорожнения топливного канала сравнимо с временем перестройки теплового слоя. Для упрощения расчета в настоящей работе этот эффект не рассматривался.

Чтобы допущение о квазистационарности теплового слоя оправдывалось на практике, объем топливного канала должен быть достаточно велик — в этом случае прогретый слой будет успевать следить за состоянием течения газа в канале.

Интерес представляет также решение задачи о переходных режимах в том случае, когда окислитель подается в канал в недостатке. При этом на некоторой длине канала окислитель полностью выгорает, а в остальной части канала вместо горения происходит абляция топлива под действием горячих продуктов сгорания.

В заключение заметим, что систему уравнений (2.3) можно решить, осредняя все уравнения по x . В этом случае решение не учитывает газодинамическую картину явления, оказывающую существенное влияние на средние характеристики переходного режима. В частности, получаемые при помощи такого подхода величины времен перехода с одного стационарного режима на другой, значительно отличаются от действительных величин, полученных численным интегрированием нестационарной системы уравнений.

Авторы благодарят Л. А. Чудова за ценные консультации.

Поступила 16 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, № 11, 12.
2. Зельдович Я. Б. Об устойчивости горения пороха в полужамкнутом объеме. ПМТФ, 1963, № 1.
3. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
4. Новожилов Б. В. Переходные процессы при горении порохов. ПМТФ, 1962, № 5.
5. Истратов А. Г., Либрович В. Б., Новожилов Б. В. О приближенном методе в теории нестационарной скорости горения. ПМТФ, 1964, № 3.
6. Новожилов Б. В. Средняя скорость горения пороха при гармонически меняющемся давлении. Физика горения и взрыва, 1965, № 3.
7. Лейпунский О. И., Колесников-Свинарев В. И., Маршаков В. Н. Нестационарная скорость горения пороха. Докл. АН СССР, 1964, т. 154, № 4.
8. Баррер М., Жомотт А., Вебек Б. Ф., Вандеркеркхофе Ж. Ракетные двигатели. М., Оборонгиз, 1962.
9. Магхан G., Gilbert M. Turbulent boundary layer combustion in the hybrid rocket. IX Sympos. (Internat.) on Combustion, New York — London, Acad. Press, 1963.
10. Либрович В. Б. О воспламенении твердых топлив. ПМТФ, 1968, № 2.
11. Rubin E. L., Burstein S. Z. Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas. J. Comput. Phys., vol. 2, No. 2, 1967.