

тиц при их газификации [5]. «Струйные эффекты», естественно, вносят определенные осложнения в рассматриваемый процесс. Они могут быть причиной качественных различий между экспериментом и расчетом и нуждаются в дополнительном анализе и исследовании.

Поступила в редакцию
25/1 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Е. Серебряков. Внутренняя баллистика. М., Оборонгиз, 1949.
2. Процессы горения в химической технологии и металлургии. Тез. докл. Всесоюз. конф. Арзакан, 1973.
3. А. Ф. Беляев. Горение, детонация и работа взрыва конденсированных систем. М., «Наука», 1968.
4. К. К. Андреев. Термическое разложение и горение ВВ. Госэнергоиздат, 1957.
5. А. Ф. Беляев, В. К. Боболев и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв. М., «Наука», 1973.
6. В. К. Боболев, А. Д. Марголин, С. В. Чуйко. Докл. АН СССР, 1965.
7. А. Ф. Беляев, А. И. Коротков, А. А. Сулимов. ПМТФ, 1963, 4.
8. В. К. Боболев, А. И. Карпунин, С. В. Чуйко. НТПГВ, 1965, 1, 1.
9. W. Taylor. Trans. Farad. Soc., 1962, 58, 561.
10. R. Gipson, A. Mašek. Eight Simposium (International on Combustion, 1959).
11. Ю. Фролов, В. Ф. Дубовицкий и др. ФГВ, 1972, 8, 3.
12. Р. С. Бернштейн, В. В. Померанцев, С. Л. Шагалова. Вопросы аэродинамики и теплопередачи в топочных процессах. Госэнергоиздат, 1958.
13. К. К. Куо, R. Vichnevetsky, M. Summerfield. AIAAJ, 1972, VII, 4.
14. З. Р. Горбис. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М., «Энергия», 1970.
15. А. Ф. Чудновский. Теплообмен в дисперсных средах. М., Гостехиздат, 1954.

УДК 662.612

К ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА В ПОЛУЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ

Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов
(Москва)

В [1—4] в пределах феноменологической теории нестационарного горения пороха была сформулирована и в некоторых предельных случаях исследована на устойчивость система уравнений, описывающих процесс в полузамкнутом объеме. В данной статье приводится более общий анализ режимов потери устойчивости при учете влияния теплоотдачи от горячих продуктов в стенки двигателя.

В пределах феноменологической модели нестационарного горения пороха уравнения энергии и массы, осредненные по объему камеры сгорания, можно записать в виде [1]:

$$\frac{W^0 p}{RT_g} \frac{dT_g}{dt} = (\rho u)_s S^0 (\gamma T_F - T_g) - A p \sigma^0 (\gamma - 1) T_g - \frac{1}{c_v} \frac{dQ}{dt}, \quad (1)$$

$$W^0 \frac{dp}{dt} = (\rho u)_s S^0 \gamma R T_F - A p \sigma^0 \gamma R T_g - \frac{R}{c_v} \frac{dQ}{dt}.$$

Здесь член dQ/dt учитывает теплоотвод из газа в стенки, W^0 , S^0 — объем камеры и поверхность горения, принимаемые в дальнейшем постоянными, σ^0 — площадь критического сечения сопла, T_F и T_g — температуры пламени и продуктов, p — давление, $(\rho u)_s$ — массовая скорость горения, $A = \psi(\gamma) / \sqrt{\gamma R T_g}$ — коэффициент расхода сопла.

В предположении постоянства температуры стенки T_w^0 и коэффициента теплоотдачи h имеем $dQ/dt = hF^0 (T_g - T_w^0)$ (F^0 — постоянная поверхность теплообмена). Тогда стационарное решение (1) примет вид

$$(\rho u)_s S = \frac{(\gamma)}{\sqrt{RT_g^0}} p^0 \sigma^0, \quad T_g = \frac{T_F^0 + \eta T_w^0}{1 + \eta},$$

$$\left(\eta = \frac{hF^0}{(\rho u)_s S^0 c_p} = \frac{hF^0}{A^0 p^0 \sigma^0 c_p} \right). \quad (2)$$

Величина параметра η пропорциональна доле общего запаса тепла, ушедшего на нагрев двигателя за все время работы. Для дальнейшего удобно ввести безразмерные величины и параметры

$$\vartheta_g = \frac{T_g}{T_g^0}, \quad \vartheta_F = \frac{T_F}{T_g^0}, \quad \pi = \frac{p}{p^0}, \quad v = \frac{u_s}{u_s^0}, \quad \vartheta_s = \frac{T_s}{T_g^0}, \quad \vartheta = \frac{T}{T_g^0},$$

$$t_k = \frac{W^0}{A^0 \sigma^0 \gamma R T_g^0}, \quad A^0 = \frac{\Psi(\gamma)}{\sqrt{RT_g^0}},$$

$$\tau = \frac{t}{t_s}, \quad t_s = \frac{\kappa_s}{u_s^0}, \quad \chi = \frac{t_k}{t_s},$$

$$\varepsilon = \frac{T_s^0 - T_0}{T_g^0}, \quad \varphi = \varepsilon^{-1} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \right)_0, \quad \vartheta_w^0 = \frac{T_w^0}{T_g^0}, \quad \varepsilon_s = \kappa \frac{u_s^0}{\kappa_s}, \quad \Omega = \omega \frac{\kappa_s}{u_s^0}.$$

После добавления к (1) уравнений, определяющих собственно нестационарное горение пороха [1—3, 5], полная система уравнений для процессов в двигателе при неизменном критическом сечении сопла будет выглядеть следующим образом:

$$\chi \gamma \pi \frac{d\vartheta_g}{d\tau} = \vartheta (\gamma \vartheta_F \vartheta_g - \vartheta_g^2) - (\gamma - 1) \pi \vartheta_g^{3/2} - \gamma \eta \vartheta_g (\vartheta_g - \vartheta_w^0),$$

$$\chi \frac{d\pi}{d\tau} = v \vartheta_F - \pi \vartheta_g^{1/2} - \eta (\vartheta_g - \vartheta_w^0),$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} + v (\pi, \varphi) \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} - \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} = 0, \quad (3)$$

$$\vartheta(0, \tau) = \vartheta_s(\pi, \varphi), \quad \vartheta(\xi \rightarrow -\infty, \tau) = \vartheta_0,$$

$$v = v(\pi, \varphi), \quad \vartheta_F = \vartheta_F(\pi, \varphi).$$

Начальными условиями к (3) являются их стационарные решения

$$\vartheta(\xi, 0) = \vartheta_0 + \varepsilon \exp \xi, \quad \vartheta_g^0 = v^0 = \pi^0 = 1,$$

$$\vartheta_s = \vartheta_s^0, \quad \vartheta_F^0 = 1 + \eta (1 - \vartheta_w^0). \quad (4)$$

Имея в виду проведение анализа работы двигателя на устойчивость, линеаризуем (3). Для возмущений будем иметь

$$\frac{\partial^2 \delta \vartheta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial \delta \vartheta}{\partial \xi} - \frac{\partial \delta \vartheta}{\partial \tau} = \varepsilon \delta v e^{\xi},$$

$$\delta \vartheta(\xi \rightarrow -\infty, \tau) = 0, \quad \delta \vartheta(\xi, 0) = 0,$$

$$\delta \vartheta_F = m_1 \delta \varphi + n_1 \delta \pi, \quad \delta \vartheta_s = m_2 \delta \varphi + n_2 \delta \pi,$$

$$\delta v = m_3 \delta \varphi + n_3 \delta \pi,$$

$$\chi \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{d\delta \vartheta_g}{d\tau} = \frac{\gamma \vartheta_F^0 - 1}{\gamma - 1} \delta v - \delta \pi + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \delta v_F -$$

$$- \left[\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} + \eta \frac{\gamma}{\gamma - 1} \right] \delta v_g, \quad (5)$$

$$\chi \frac{d\pi}{d\tau} = \vartheta_F^0 \delta v - \delta\pi + \delta\vartheta_F - \frac{1+2\eta}{2} \vartheta \delta_g,$$

$$\delta\varphi = \delta v = \delta\pi = \delta\vartheta_F = \delta\vartheta_g = \delta\vartheta_s = 0 \text{ при } \tau = 0.$$

Здесь

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{q}{k+r-1} \vartheta_F^0, & n_1 &= \frac{s(k+r-1) - q(v+\mu)}{k+r-1} \vartheta_F^0, \\ m_2 &= \frac{r}{k+r-1} \varepsilon, & n_2 &= \frac{\mu(k-1) - r}{k+r-1} \varepsilon, \\ m_3 &= \frac{k}{k+r-1}, & n_3 &= \frac{v(r-1) - \mu k}{k+r-1}, \end{aligned}$$

а коэффициенты k, q, r, s, v, μ определяют состояние квазистационарных реакционных зон [3].

Решение (5) ищется среди функций $\delta z_j = \Delta |Z_j| e^{\alpha\tau}$ ($\Delta \ll 1$). Стационарный режим будет устойчивым, если $\text{Re } \Omega \leq 0$. Из решения уравнения теплопроводности в (5) находится величина амплитуды градиента температуры Φ у поверхности к-фазы [3]

$$\Phi = \alpha \Theta_s \varepsilon^{-1} + (\alpha - 1) V \Omega^{-1}, \quad (6)$$

где $\alpha = 1/2 + \sqrt{\Omega + 1}/4$, а V и Θ_s — комплексные амплитуды возмущений скорости горения и температуры поверхности. Исключая из (5) величину Φ с помощью (6), получим систему уравнений для комплексных амплитуд возмущений внутрибаллистических параметров двигателя, определитель которой имеет вид:

$$\text{Det} = \begin{vmatrix} \chi\Omega + 1 & -\vartheta_F^0 & -1 & \frac{1}{2} + \eta & 0 \\ 1 & \frac{\gamma\vartheta_F^0 + 1}{1-\gamma} & -\frac{\gamma}{\gamma-1} & \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\chi\Omega + \eta + \frac{\gamma-1}{2\gamma} \right) & 0 \\ -n_1 & -\frac{m_1(\alpha-1)}{\Omega} & 1 & 0 & -\frac{m_1\alpha}{\varepsilon} \\ -n_2 & -\frac{m_2(\alpha-1)}{\Omega} & 0 & 0 & 1 - \frac{m_2\alpha}{\varepsilon} \\ -n_3 & 1 - \frac{m_3(\alpha-1)}{\Omega} & 0 & 0 & -\frac{m_3\alpha}{\varepsilon} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Отсюда следует характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} &\left\langle 1 - \frac{\alpha m_2}{\varepsilon} - \frac{m_3(\alpha-1)}{\Omega} \right\rangle \left\langle \left(\frac{1}{2} + \eta \right) (\gamma\chi\Omega + 1) + \left(\gamma\chi\Omega + \frac{1}{2} \right) \left(1 - n_1 + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \chi\Omega + \frac{n_3 m_1}{m_3} \right) \right\rangle - \left\langle n_3 \left(1 - \frac{\alpha m_2}{\varepsilon} \right) + \frac{m_3 n_2}{\varepsilon} \alpha \right\rangle \left\langle \left(\frac{1}{2} + \eta \right) + \left(\gamma\chi\Omega + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{2} \right) \left(\vartheta_F^0 + \frac{m_1}{m_3} \right) \right\rangle = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{3\gamma+1}{2\gamma} + \eta + \vartheta_F^0 \left(\frac{q}{k} v - s \right), & b_1 &= \vartheta_F^0 \left(1 + \frac{q}{k} \right), \\ c_1 &= \frac{1}{\gamma} \left[1 + \eta + \frac{\vartheta_F^0}{2} \left(\frac{q}{k} v - s \right) \right], & d_1 &= \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{2} + \eta + \frac{\vartheta_F^0}{2} \left(1 + \frac{q}{k} \right) \right]. \end{aligned}$$

Тогда (8) преобразуется в

$$\chi^2 \Omega^2 + \chi \Omega [a_1 - V(\Omega) b_1] + [c_1 - V(\Omega) d_1] = 0. \quad (9)$$

Так как $V(\Omega)$ линейно выражается через величину Y акустического импеданса горящей поверхности пороха

$$Y = 1 - \left(s - \frac{q}{k} v\right) - \left(1 + \frac{q}{k}\right) V(\Omega),$$

то (9) устанавливает связь внутрибаллистических параметров со способностью зоны горения усиливать колебания давления.

На основании (8) рассмотрим возможные режимы горения в полужамкнутом объеме. Комплексные величины Ω_i решения характеристического уравнения (8) определяют линейный отклик системы на малые возмущения какого-то параметра. Так, если действительная часть всех собственных частот меньше нуля, то стационарный режим будет устойчивым. Если для одной из частот $\text{Re } \Omega_i > 0$ — решение неустойчиво; если $\text{Re } \Omega_i = 0$ — стационарный режим допускает существование нейтрального (не затухающего во времени) возмущения.

Релаксация системы к стационарному уровню, нейтральный режим или рост амплитуды неустойчивого возмущения происходит колебательным образом, когда $\text{Im } \Omega_i \neq 0$. Если все $\text{Im } \Omega_i = 0$, стационарное решение асимптотически устойчиво, неустойчиво или метастабильно.

Рассмотрим предельные случаи поведения корней (8) в зависимости от соотношения между временами (t_s, t_k) релаксации к-фазы пороха в объеме камеры сгорания. Так как параметр $\chi = t_k/t_s$ входит в характеристическое уравнение только в виде произведения $\chi\Omega$, то формальный предельный переход по χ ($\chi \gg 1$ или $\chi \ll 1$) невозможен без одновременно рассмотренных ограничений на величину собственных частот системы.

Например, для $\chi = \frac{t_k}{t_s} \rightarrow \infty$ существуют три предельные ситуации.

а) $\frac{t_k}{T} \gg 1, \frac{t_s}{T} \ll 1$ ($T = 2\pi/\omega$ — характерное время исследуемого возмущения). В двигателе существуют волновые процессы с характерным временем, меньшим t_k , а зона горения мгновенно подстраивается под изменения внешних параметров. Такой режим может реализоваться в больших камерах сгорания или в двигателях с торцевым горением при возбуждении акустической неустойчивости. В пределах системы осредненных по объему уравнений подобные процессы рассматривать нельзя.

б) $\frac{t_k}{T} \gg 1, \frac{t_s}{T} \sim 1$. В газообразных продуктах существует волновая структура возмущений с характерным временем тепловой перестройки к-фазы. Как и в предыдущем случае, уравнение (8) не годится для описания такого процесса.

Однако, так как уравнения газовой динамики осреднены по объему и $t_k \gg t_s$, то среднее давление в двигателе практически не меняется за время релаксации к-фазы. Тогда случай б) можно трактовать как переходный режим горения пороха, возникающий при возмущении теплового состояния прогретого слоя, если давление в продуктах постоянно. Устойчивость такого процесса будет определяться внутренней структурой зоны горения при неизменном давлении. Подобный режим реализуется при сжигании образцов пороха в бомбе постоянного давления и далее рассматриваться не будет.

в) $\frac{t_k}{T} \sim 1, \frac{t_s}{T} \ll 1$ соответствует наличию в объеме возмущений осредненных параметров (давления, температуры) с характерным временем $T \sim t_k$. Прогретый слой к-фазы при этом безынерционен. В дальнейшем этот случай будет изучен подробнее.

Предельная ситуация $\chi = t_k/t_s \ll 1$ возможна, если:

а) $\frac{t_k}{T} \ll 1, \frac{t_s}{T} \sim 1$ и соответствует режиму работы двигателя с малым χ при наличии в нем возмущения с периодом $\sim t_s$. Давление и тем-

пература газа в камере неинерционны по отношению к состоянию прогреваемого слоя к-фазы. Такой случай происходит при горении в малых камерах с малым давлением;

б) $\frac{t_k}{T} \sim 1$, $\frac{t_s}{T} \gg 1$. Возмущения среднего давления и температуры газа имеют характерное время $T \sim t_k$, а горение нестационарно. Ситуация может реализоваться в малых объемах при больших давлениях. На основании сказанного выше исследуем предельные случаи устойчивости стационарного режима работы РДТТ.

АПЕРИОДИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ (НЕУСТОЙЧИВОСТЬ) ПРОЦЕССОВ В ПОЛУЗАМКНУТЫХ ОБЪЕМАХ С $\chi \gg 1$ И $\chi \ll 1$

Изучим устойчивость стационарного режима в РДТТ с $\chi \gg 1$ по отношению к низкочастотным возмущениям ($\chi\Omega \sim 1$, $\Omega \ll 1$), когда горение пороха квазистационарно $u = u(p)$, $T_F = T_F(p)$. Условие устойчивости такого процесса будет определяться только параметрами v , s , η , ϑ_F^0 , γ . Характеристическое уравнение (8) принимает вид

$$\chi^2 \Omega^2 + \chi \Omega \left[\frac{3\gamma + 1}{2\gamma} + \eta - \vartheta_F^0 (s + v) \right] + \frac{1}{\gamma} \left[1 + \eta - v \left(\frac{1}{2} + \eta \right) - \frac{\vartheta_F^0 (s + v)}{2} \right] = 0. \quad (10)$$

Его решение будет

$$(\chi\Omega)_{1,2} = \frac{1}{2} \left\langle - \left[\frac{3\gamma + 1}{2\gamma} + \eta - \vartheta_F^0 (s + v) \right] \pm \sqrt{\left[\frac{3\gamma + 1}{2\gamma} + \eta - \vartheta_F^0 (s + v) \right]^2 - \frac{4}{\gamma} \left[1 + \eta - v \left(\frac{1}{2} + \eta \right) - \frac{\vartheta_F^0 (s + v)}{2} \right]} \right\rangle. \quad (11)$$

Анализ (10) и (11) показывает, что режим горения устойчив ($\text{Re } \Omega_{1,2} < 0$), если выполняются неравенства:

$$v \leq \frac{2 + 2\eta - s\vartheta_F^0}{1 + \vartheta_F^0 + 2\eta} \quad \text{при } s \leq s_1, \\ v \leq \frac{(3\gamma + 1)/2\gamma + \eta - \vartheta_F^0}{\vartheta_F^0} \quad \text{при } s \geq s_1, \quad (12)$$

$$s_1 = \frac{2}{1 + 2\eta} \left[\frac{\left(\frac{3\gamma + 1}{2\gamma} + \eta \right) (1 + (\vartheta_F^0 + 2\eta))}{2\vartheta_F^0} - (1 + \eta) \right].$$

При

$$\left[\frac{3\gamma + 1}{2\gamma} + \eta - \vartheta_F^0 (s + v) \right]^2 - \frac{4}{\gamma} \left[1 + \eta - v \left(\frac{1}{2} + \eta \right) - \frac{\vartheta_F^0 (s + v)}{2} \right] < 0 \quad (13)$$

в объеме возможны колебательные процессы. В случае отсутствия теплообмена в (12) и (13) следует положить $\vartheta_F^0 = 1$, $\eta = 0$. Тогда

$$v \leq 1 - \frac{s}{2} \quad \text{при } s \leq \frac{\gamma + 1}{\gamma}, \\ v \leq \frac{3\gamma + 1}{2\gamma} - s \quad \text{при } s \geq \frac{\gamma + 1}{\gamma}, \quad (12a)$$

а область колебательных решений ограничена $v_2 < v < v_1$

$$v_{1,2} = -s + 3 \frac{\gamma - 1}{2\gamma} \pm \sqrt{\frac{2}{\gamma} \left(s - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)}. \quad (13a)$$

Результаты полного исследования (12a) и (13a) графически представлены на рис. 1. Видно, что в отсутствие теплообмена продуктов со стенками возмущенный режим работы двигателя при стационарном горении (характерное время переходного процесса больше времени тепловой релаксации к-фазы) в зависимости от значений показателя степени v в законе горения пороха $u = u_0 p^v$ и от неполноты выделения химической энергии в пламени $s = \partial \ln T_F^0 / \partial \ln p$ может носить колебательный характер (в области III и IV) и, в частности, быть колебательно неустойчивым (область IV). Область II соответствует устойчивости, а область I — экспоненциальной неустойчивости. При $v > 0$ и $s > [\gamma^{-1/2} + 3(\gamma - 1)/2\gamma]$ процесс абсолютно неустойчив.

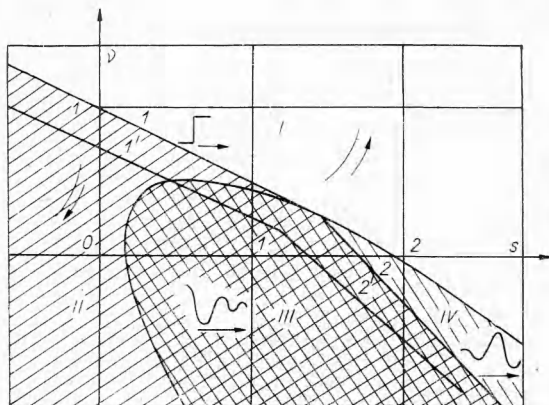


Рис. 1.

В работах [5, 6] при формулировании проблемы устойчивости стационарного режима уравнение энергии для газа в камере не рассматривалось. Это равносильно предположению постоянства температуры пламени ($\gamma = 1$, $s = q = 0$) и автоматически приводит к невозможности выявления колебательной неустойчивости при стационарном горении. В самом деле, из (12a) и (13a) при таких допущениях условие устойчивости принимает вид $v \leq 1$, а колебательные режимы вообще не существуют. Сравнение (12) и (12a) показывает, что влияние теплоотдачи приводит к сужению области устойчивой работы двигателя (см. рис. 1).

При выполнении соотношений (12) развитие неустойчивых низкочастотных (колебательных или экспоненциальных) режимов в двигателе с $\chi \gg 1$ невозможно. Появление затухающих колебаний с $\Omega \ll 1$ при $\chi \gg 1$ может наблюдаться только, если наряду с (12) имеет место (13). Если (12) не выполнено, то условие (13) ограничивает область колебательно неустойчивых процессов.

Рассмотрим предельный случай устойчивости стационарного режима горения в малых двигателях $\chi \rightarrow 0$ к возмущениям с периодом $T \sim t_s$ ($t_h \ll t_s$). Полагая в (8) $\Omega \chi \ll 1$, $\Omega \sim 1$, получим

$$\begin{aligned} \Omega^2 + F\Omega + G &= 0, \\ F &= \frac{c^*(3k + r - 1) - d^*(\delta - v)}{c^*r - d^*\delta} - \frac{[d^*(\delta - v) - c^*(k + r - 1)]^2}{(c^*r - d^*\delta)^2}, \\ G &= \frac{kc^*(c^* - d^*v)}{(c^*r - d^*\delta)^2}, \quad \delta = vr - \mu k. \end{aligned} \quad (14)$$

Условие устойчивости $\text{Re } \Omega \leq 0$ накладывает ограничения на коэффициенты (14). Должно быть $F > 0$ и $G > 0$. Рассмотрим, при каких значениях параметров удовлетворяется условие $G > 0$. Имеются две возможности: а) $c^* > 0$, $c^* - d^*v > 0$; б) $c^* < 0$, $c^* < 0$, $c^* - d^*v < 0$. Анализ случая а) показывает, что неравенства выполняются только в области $F < 0$. Так как это противоречит общему условию устойчивости ($F > 0$, $G > 0$), то нужно рассматривать только возможность б). Она реализуется в области

$$v > \frac{k}{q}(s - 2), \quad v < \frac{2 + 2\eta - \theta_F^0 s}{1 + 2\eta + \theta_F^0}. \quad (15)$$

Условие (15) является необходимым условием устойчивости. Неравенство $F > 0$ будет достаточным и выполняется, когда

$$(c^*)N + (d^*)^2 v (\delta - v) - c^* d^* [\delta(k+1) + v(2k-2+r)] > 0.$$

Окончательно условие асимптотической устойчивости стационарного режима работы двигателя с малым χ можно представить в виде:

$$v > \frac{k}{q} (s-2), \quad v < \frac{2+2\eta - s\theta_F^0}{1+2\eta + \theta_F^0},$$

$$N > \frac{1}{(c^*)^2} [c^* d^* \Gamma - (d^*)^2 v (\delta - v)].$$
(16)

Здесь $N = r(k+1) - (k-1)^2$, $\Gamma = \delta(k+1) + v(2k-2+r)$.

Так как правая часть нижнего неравенства из (16) при разумных значениях параметров положительна, то можно сделать вывод, что горение в полузаткнутом объеме с $\chi \ll 1$ становится более неустойчивым, чем в неограниченном пространстве, когда $N \geq 0$. При этом влияние теплотер в стенки камеры и неполнота выделения энергии в пламени способствуют дестабилизации процесса.

Уравнение (14) позволяет определить характерную частоту колебаний в объеме

$$\Omega_{1,2} = \frac{1}{2} [-F \pm \sqrt{F^2 - 4G}].$$
(17)

Выражения (16) и (17) решают задачу нахождения области асимптотически устойчивых режимов работы двигателей с малым χ при учете теплоотдачи в стенку. В частном случае $q = \eta = s = 0$, $\theta_F^0 = 1$ условие устойчивости имеет вид

$$v < 1, \quad r > \delta + \frac{(k+v-1)^2}{1+k-v}, \quad \Omega_1^* = \frac{\sqrt{k(1-v)}}{r-\delta}$$
(18)

(Ω_0^* — частота колебаний на границе устойчивости).

КОЛЕБАТЕЛЬНО УСТОЙЧИВЫЕ РЕЖИМЫ ПРИ $0 \leq \chi < \infty$

Выше рассмотрено аperiodическое поведение линейных возмущений параметров стационарно работающего РДТТ. На границе устойчивости возможно возникновение неасимптотически устойчивого колебательного режима.

В этом случае $\text{Re } \Omega = 0$ и в объеме существуют нейтральные колебания с собственной частотой системы. Так как на пределе устойчивости $\Omega = i\Omega_*$, то характеристическое уравнение (8) после разделения действительной и мнимой части запишется в виде:

$$\frac{B^2 (d^*)^2}{(a^* - Ab^*)^2} = \frac{B^2 d^* b^*}{a^* - Ab^*} + c^* - Ad^*,$$
(19)

$$\chi^* \Omega^* = \frac{Bd^*}{a^* - Ab^*},$$
(19a)

где

$$A = |v| \cos \psi, \quad B = |v| \sin \psi, \quad \psi = \arctg \frac{bc - ad}{ac + bd},$$

$$|v| = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d^2}}, \quad a = v + \frac{\delta}{2} \left(\frac{\Omega_*}{\alpha} - 1 \right); \quad b = \alpha \delta;$$

$$c = 1 + \left(\frac{\Omega_*}{\alpha} - 1 \right) \left(\frac{r}{2} - \frac{k\alpha}{\Omega_*} \right); \quad d = \alpha r - \frac{k}{2\Omega_*} \left(\frac{\Omega_*}{\alpha} - 1 \right);$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 16\Omega_*^2} - 1 \right) \right]^{1/2}.$$

Система уравнений (19) и (19a) при известных значениях параметров двигателя и зон горения пороха позволяет найти характерные зна-

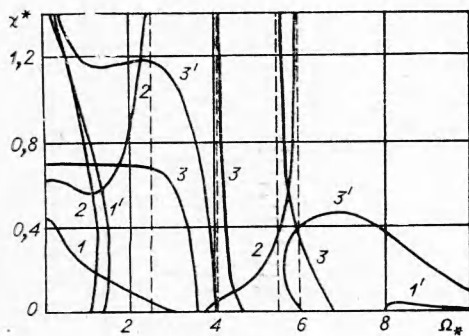


Рис. 2.

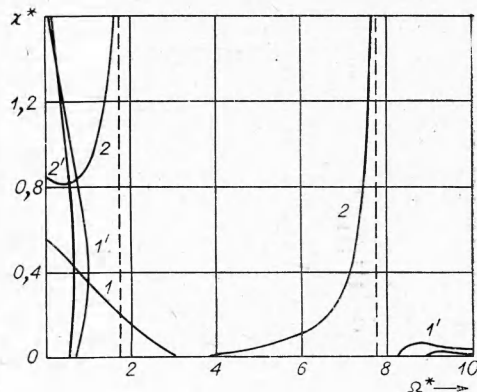


Рис. 3.

чения аппаратной константы χ_* и соответствующей ей частоты Ω_* нейтральных колебаний. Для этого из (19) находится величина Ω_* , после подстановки которой в (19а) можно определить χ_* . К сожалению, сложность алгебраических уравнений не позволяет исследовать их при произвольном χ_* аналитически.

Проведем графический анализ. Для этого перепишем (19) и (19а) в виде

$$-\chi_*^2 \Omega_*^2 + B\chi_* \Omega_* b^* + (c^* - Ad^*) = 0, \quad (20)$$

$$\chi_* \Omega_* = \frac{Bd_*}{a_* - Ab^*}. \quad (21)$$

На рис. 2 представлены ветви решения этих уравнений ($s=h=0$, $v=0,67$). Точки пересечения соответствующих кривых позволяют найти значения χ_* и Ω_* в режиме нейтральных колебаний. Так, для варианта с $k=1,0$ имеем $\chi_*=0,18$ и $\Omega_*=1,20$; при $k=1,5$ $\chi_*=0,55$ и $\Omega_*=1,0$. Общее рассмотрение поведения (20) и (21) показывает, что низкочастотные колебания давления (с частотой, меньшей собственной частоты прогретого слоя) могут возникать в двигателях с малым χ_* только в условиях, когда выполнен критерий устойчивого горения пороха при постоянном давлении ($N \geq 0$). Если $N=r(k+1)-(k-1)^2 < 0$, то низкочастотный режим колебаний не реализуется ни при каком значении χ_* . В этом случае возможно появление колебаний только с частотой $\Omega_* > \sqrt{k}/r$. Так, например, для третьего варианта рис. 2 ($N=0$) автоколебательный режим горения реализуется при $\chi_* \rightarrow \infty$ ($\Omega_*=4,2$) и при $\chi_*=0,40$ ($\Omega_*=6$). В общем случае при дальнейшем уменьшении N уравнения могут иметь в области частот $\Omega_* > \sqrt{k}/r$ до трех корней.

Рис. 3 иллюстрирует решения для вариантов $k=1$ и $1,5$ при $\eta=0,2$ и $s=0,3$, $v=0,67$. Видно, что учет неполноты выделения энергии при малых давлениях и потерь тепла в стенку приводит к увеличению χ_* и уменьшению Ω_* .

Заметим, что из рассмотрения решения (20) и (21) вытекает возможность возникновения нейтральных колебаний с характерными частотами $\Omega_* \ll 1$ и $\Omega_* = \sqrt{k}/r$ на пределе устойчивости при $\chi_* \rightarrow \infty$. Такие колебания могут, согласно анализу, осуществляться в двигателе с $\chi_* \rightarrow \infty$ одновременно, так как для их возбуждения необходимо выполнение независимых условий

$$N=0 \text{ при } k < 1 \text{ для } \Omega_* = \sqrt{k}/r, \\ v = \frac{1}{v_F^0} \left(\frac{3\gamma+1}{2\gamma} + \eta - s \right) \text{ при } s > s_1 \text{ для } \Omega_* \ll 1.$$

Поступила в редакцию
18/IV 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. Докл. АН СССР, 1970, 195, 1.
2. Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. ПМТФ, 1971, 6.
3. Ю. А. Гостинцев, Л. А. Суханов, П. Ф. Похил. Горения и взрыв. М., «Наука», 1972.
4. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1968, 4, 4.
5. Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1964, 3.
6. Б. В. Новожилов. ФГВ, 1967, 3, 1.
7. В. Н. Виллюнов, А. П. Руднев. ПМТФ, 1972, 6.

УДК 536.46

ВЫХОД НА РЕЖИМ НОРМАЛЬНОГО ГОРЕНИЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

А. М. Гришин, А. Н. Субботин

(Томск)

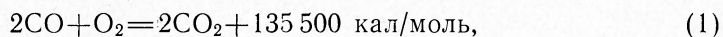
В работах [1, 2] при исследовании вопроса о выходе на режим нормального горения считалось, что смесь бинарна, и использовалась эффективная скорость реакции для гипотетического реагирующего газа. В работе [3] рассматривалось влияние многокомпонентной диффузии (смесь считалась трехкомпонентной) на нормальную скорость горения окиси углерода и окиси этилена.

В данной работе при помощи ЭВЦМ исследуется выход на режим нормального горения для трехкомпонентной (CO , O_2 , CO_2) и пятикомпонентной горючей смеси (CO , O_2 , CO_2 , H_2O , N_2). В согласии с результатами [3, 4] установлено, что если молекулы можно разбить на две группы с сильно различающимися молекулярными весами, то диффузные свойства смеси можно описать одним коэффициентом диффузии. Показано, что большое влияние на скорость и время выхода на режим стационарного горения оказывают величины теплоемкостей компонентов, эффективные числа Льюиса инертного компонента могут быть как больше единицы, так и меньше нуля, а концентрация инертного компонента имеет максимум, который всегда находится перед фронтом горения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в момент времени $t=0$ нагретая пластина, температура которой остается постоянной и примерно равной температуре горения, приводится в соприкосновение с полупространством, заполненным реагирующим газом. Считаем газ сжимаемым, трех- (первый компонент — CO , второй — O_2 , третий — CO_2) или пятикомпонентным (добавляется H_2O — четвертый и N_2 — пятый). Предполагаем, что пластина инертная, а свободная и вынужденная конвекции реагирующего газа не имеют места.

В реагирующем газе происходит реакция



скорость которой, согласно [5], равна

$$\frac{dy_{\text{CO}}}{dt} = -P_0 x_1 x_2^{0,25} T^{-2,25} \exp\left(-\frac{23\,000}{RT}\right) [\text{моль/см}^3 \cdot \text{с}]. \quad (2)$$