

УДК 622: 550.372

О ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕРМОЭМИССИОННОГО ЭФФЕКТА ПАМЯТИ В ГОРНЫХ ПОРОДАХ

В. А. Винников, В. Л. Шкуратник

Московский государственный горный университет, 119991 Москва

E-mail: ftkp@mail.ru

Обосновывается модель термоэмиссионного эффекта памяти в горных породах при их циклическом нагревании с возрастающей от цикла к циклу амплитудой температуры. На основе указанной модели рассматривается один из возможных механизмов возникновения эффекта, связанный с градиентом температур на берегах трещин, разделяющих структурные элементы геоматериала.

Ключевые слова: теоретическая модель, память горных пород, циклическое нагревание, акустическая эмиссия, математическое моделирование.

Термоэмиссионный эффект памяти, проявляющийся при циклическом нагревании горных пород с возрастающей от цикла к циклу амплитудой температуры, заключается в невозпроизводимости акустической эмиссии до достижения максимальной температуры предшествующего цикла и в скачкообразном увеличении активности акустической эмиссии и суммарной акустической эмиссии при достижении указанной температуры [1].

Существование термоэмиссионного эффекта установлено в 70-е гг. XX в. при исследовании гранита Уэстерли [2], позднее этот эффект был обнаружен в породах различного происхождения и состава, таких как мрамор, калийная соль, базальт, ангидрит, кварц и др. Результаты экспериментов показывают, что для каждого типа породы существуют характерный диапазон температуры и максимальная скорость ее нарастания, при которых эффект проявляется наиболее отчетливо. Однако для всех пород четкость эффекта в $(i + 1)$ -м цикле возрастает с увеличением времени выдержки образцов при максимальной температуре i -го цикла T_{\max}^i и с уменьшением временного интервала между последовательными циклами нагревания [3, 4].

Следует отметить, что в силу сложности измерения параметров акустической эмиссии в нагреваемых образцах горных пород количество экспериментальных исследований термоэмиссионного эффекта памяти невелико. Попытки разработки модели рассматриваемого эффекта вообще не предпринимались. Однако создание таких моделей необходимо как для правильной интерпретации результатов термоэмиссионных измерений, так и для решения исследовательских задач физики прочности, пластичности и терморазрушения геоматериалов.

При условии, что механическое воздействие на объект исследований заменено температурным воздействием, термоэмиссионный эффект памяти проявляется как эффект Кайзера [3]. Однако первый из этих эффектов описывается тензорными величинами, второй — скалярными, что не позволяет использовать модели эффекта Кайзера [5] для объяснения природы и закономерностей термоэмиссионной памяти горных пород. Целью настоящей работы является построение модели термоэмиссионного эффекта памяти на основе одного из возможных механизмов формирования и проявления акустоэмиссионной памяти горных пород о максимальных термических воздействиях, испытанных ими ранее.

Для решения рассматриваемой задачи сделаем следующие предположения.

1. Объем горной породы представлен совокупностью структурных элементов, имеющих различные тепловые свойства (в частности, разные значения коэффициента теплопроводности).

2. В качестве структурных элементов могут выступать минеральные зерна, их агрегаты или составные части этих агрегатов, необязательно являющиеся зернами.

3. На границах между структурными элементами расположены микротрещины, имеющие характерный размер $2L$, а весь рассматриваемый объем подвергается мгновенному нагреву по границам до заданной температуры. В дальнейшем подведенная таким образом тепловая энергия распределяется между структурными элементами в соответствии с их тепловыми свойствами.

4. Берега трещин не могут сомкнуться ни до температурного воздействия, ни после него, и при росте трещин трение по этим берегам отсутствует.

5. Раскрытие трещин весьма мало, и они не оказывают существенного влияния на тепловое поле в рассматриваемом объеме горной породы. При этом границы структурных элементов оказывают большее влияние на тепловое поле, чем расположенные вдоль них микротрещины.

С учетом принятых допущений нагрев образца можно моделировать изменением максимальной температуры мгновенного нагревания по границам, пренебрегая при этом временными факторами (скорость роста температуры, время выдержки между циклами).

Каждый из обусловленных нагревом актов зарождения или роста трещин сопровождается единичным актом акустической эмиссии, которую с учетом причины ее возникновения можно назвать термоакустической. При этом в соответствии с представлениями механики разрушения рост трещин происходит при условии превышения коэффициентом интенсивности напряжений K критического значения K_c .

Пусть однородный тепловой поток постоянной интенсивности q действует на квазиоднородную изотропную среду, в которой перпендикулярно направлению этого потока расположена трещина размером $2L$ с раскрытием s . С учетом решения задачи термоупругости [6] для трещин первого, третьего и второго типов соответственно получаем выражения для коэффициентов интенсивности

$$K_I(\pm L) = K_{III}(\pm L) = 0, \quad K_{II}(\pm L) = \mp \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)\lambda} q L^{3/2}. \quad (1)$$

Здесь α — коэффициент линейного теплового расширения; E — модуль Юнга; ν — коэффициент Пуассона; λ — коэффициент теплопроводности.

Поскольку $q/\lambda = \Delta t/s$ (Δt — перепад температур на берегах трещины), второе соотношение в (1) можно записать в виде

$$K_I(\pm L) = K_{III}(\pm L) = 0, \quad K_{II}(\pm L) = \mp \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)s} \Delta t L^{3/2}. \quad (2)$$

В плоской постановке задачи рост трещины под действием температурного поля происходит при условии, если значение коэффициента интенсивности напряжений второго типа (2) превышает критическое значение K_c :

$$K_{II}(\pm L) \geq K_c. \quad (3)$$

В трехмерном случае необходимо рассмотреть дискообразную трещину радиусом L , на поверхностях которой тепловые потоки имеют различное направление. С учетом сказанного выше коэффициенты интенсивности напряжений соответственно второго, третьего и первого типов вблизи вершины трещины определяются выражениями [6]:

$$K_{II}(\pm L) = K_{III}(\pm L) = 0, \quad K_I(\pm L) = \mp \frac{\alpha E \sqrt{\pi}}{4(1-\nu)s} \Delta t L^{3/2}. \quad (4)$$

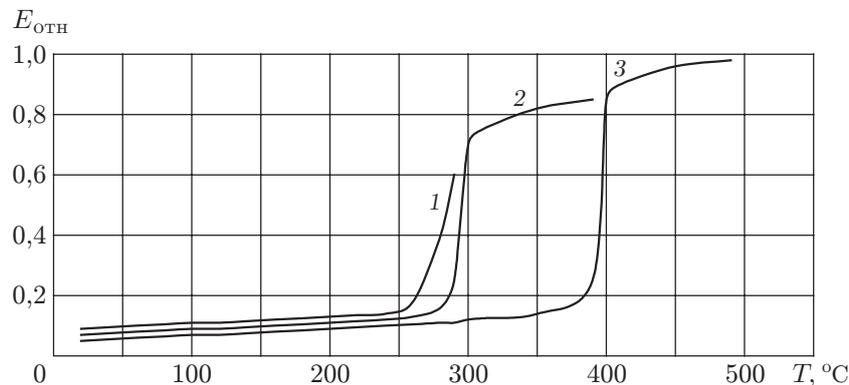


Рис. 1. Сглаженная зависимость относительной активности акустической эмиссии от температуры в образце калийной соли [1]:

1 — первый цикл нагревания, 2 — второй, 3 — третий цикл нагревания

Таким образом, в трехмерном случае рост трещины под действием температурного поля происходит при условии, если значение коэффициента интенсивности напряжений первого типа (4) превышает критическое значение K_c :

$$K_I(\pm L) \geq K_c. \quad (5)$$

Под действием температурных полей вблизи вершины трещины происходит перераспределение механических напряжений, что приводит к уменьшению коэффициента интенсивности напряжений и дальнейшему росту трещины. Когда характерный размер трещины достигнет некоторого критического значения, она перестанет расти. Следующая стадия нагревания приведет к очередному росту трещины и очередному акту акустической эмиссии, и т. д.

Поскольку в подвергаемом нагреванию объеме горной породы исходные микротрещины могут иметь различную длину, их рост происходит не лавинообразно, а с некоторым “размытием” (рис. 1).

Для численного моделирования термоэмиссионного эффекта памяти с использованием рассмотренной модели необходимо определить перепад температур на берегах трещины Δt . Эта задача может быть решена только с учетом строения горной породы. Определим значение Δt в случае, когда структурные элементы объема горной породы имеют одинаковый состав, но различные тепловые свойства (в случае зернистой породы — поликристаллический агрегат с различной ориентацией зерен).

Задачу об определении стационарного теплового поля в неоднородной бесконечной поликристаллической среде, которую положим состоящей из совокупности конечных областей с различными тепловыми свойствами, будем рассматривать при условии заданной на бесконечности скорости роста температуры.

Рассмотрим следующую вспомогательную задачу. Пусть во вмещающей среде имеется включение конечных размеров с коэффициентом теплопроводности, отличным от коэффициента теплопроводности среды. Указанная среда, в которой задан тензор коэффициентов теплопроводности $\Lambda_{\alpha\beta}^0(x_n)$, подвергается мгновенному нагреванию до температуры T . Требуется найти распределение температуры внутри включения, тензор коэффициентов теплопроводности которого равен $\Lambda_{\alpha\beta}^1(x_n)$. Суммируя найденные распределения температур внутри каждого такого включения, во всей неоднородной среде, рассматриваемой в качестве совокупности указанных включений, можно построить температурное поле и определить градиенты температуры на границах включений.

Для решения вспомогательной задачи используем уравнение теплопроводности

$$\nabla_{\alpha}\sigma_{\alpha}(x_n) = -q(x_n),$$

где $q(x_n)$ — суммарная скорость выделения тепла в единичном объеме (при отсутствии источников она равна нулю); $\sigma_{\alpha}(x_n)$ — плотность теплового потока. Очевидно, что

$$\sigma_{\alpha}(x_n) = \Lambda_{\alpha\beta}(x_n)\varepsilon_{\beta}(x_n),$$

причем $\varepsilon_{\beta}(x) = \text{grad } T$. Получаем тензорное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\nabla_{\alpha}\Lambda_{\alpha\beta}(x_n)\nabla_{\beta}T(x_n) = -q(x_n). \quad (6)$$

Введя функцию Грина $G(x_n)$, из (6) получаем интегральное уравнение

$$(\text{grad } T)_{\alpha} + \int_V K_{\alpha\beta}(x_n - x'_n)\Lambda'_{\beta\mu}(x'_n)(\text{grad } T)_{\mu} dV = (\text{grad } T^0)_{\alpha}, \quad (7)$$

где $K_{\alpha\beta}(x_n) = -\nabla_{\alpha}\nabla_{\beta}G(x_n)$; $\Lambda_{\beta\mu}(x_n) = \Lambda^1_{\beta\mu}(x_n) - \Lambda^0_{\beta\mu}(x_n)$; V — объем ($V \rightarrow \infty$); $(\text{grad } T^0)_{\alpha}$ — тензор градиента температуры во внешней среде.

В силу определения функции Грина $\nabla_{\alpha}\Lambda^0_{\alpha\beta}(x_n)\nabla_{\beta}G(x_n) = -\delta(x_n)$, поэтому согласно [7, 8] в трехмерной постановке $G(x_n) = 1/(4\pi r(x_n))$, в плоской постановке $G(x_n) = \ln(r(x_n))/(2\pi)$.

Используя преобразование Фурье, вычислим интеграл в левой части уравнения (7), равный разности градиентов температуры во включении и внешней среде. В результате получаем

$$A = A^0_{\alpha\beta} = \frac{1}{\xi} \int_V K^*_{\alpha\beta}(u; k) dV,$$

где ξ — нормирующий множитель, зависящий от размерности задачи; V — единичная площадь (объем включения), по которой (по которому) проводится интегрирование; $K^*_{\alpha\beta}(u; k) = (k_{\lambda}\Lambda_{\lambda\mu}k_{\mu})^{-1} \cdot k_{\lambda}k_{\mu}$.

Используя обратное преобразование, определим искомую разность градиентов температуры на границе включения и среды:

$$(\text{grad } T^0)_{\alpha} - (\text{grad } T)_{\alpha} = (I + A(\Lambda^1 - \Lambda^0))^{-1}T \quad (8)$$

(I — единичный двухвалентный тензор).

Для проверки принятых предположений о природе термоэмиссионного эффекта памяти на основе построенной компьютерной модели проведено численное моделирование. Полагалось, что неоднородная однокомпонентная поликристаллическая среда, моделирующая образец горной породы, представлена произвольно ориентированными одинаковыми зернами кварца, имеющего тензор коэффициента теплопроводности зерна $\Lambda^0 = \text{diag}(6,5; 6,5; 11,3)$, приведенный к главным осям [9]. Расчеты показывают, что среднее значение тензора коэффициента теплопроводности такой среды равно $\langle \Lambda^0 \rangle = 8,1$ Дж/(м·с·К). (Всего в модель заложено 10^6 зерен ($100 \times 100 \times 100$)).

Данная однокомпонентная поликристаллическая среда подвергалась циклическому нагреву до заданных значений температуры. С этой целью при изменении температуры с заданным шагом (1°C) во всех зернах кварца рассчитывалось температурное поле и в соответствии с формулой (8) определялся градиент температуры между соседними зернами. Нагревание производилось циклически: в первом цикле моделировалось увеличение температуры от 20 до 200°C , во втором цикле — от 20 до 250°C , в третьем — от 20

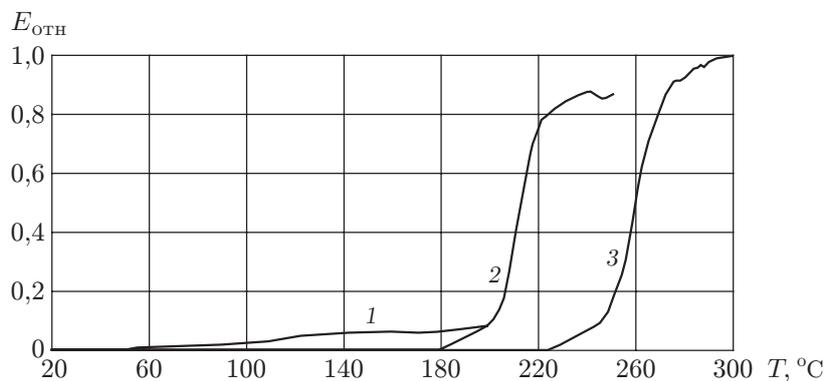


Рис. 2. Расчетная зависимость относительной активности акустической эмиссии от температуры (обозначения те же, что на рис. 1)

до 300 °С. Полагалось, что после нагрева среда остывала до температуры 20 °С, однако на этом этапе градиенты температуры на границах зерен не вычислялись. В такой однокомпонентной поликристаллической среде на границах зерен задавались произвольно расположенные трещины, длина которых составляла 0,1 ÷ 2,0 мм. Полагалось, что под действием температурных напряжений, возникающих вблизи трещины, ее длина либо начинает увеличиваться (при выполнении условия (5)), либо остается неизменной, при этом раскрытие трещины не зависит от температурного поля и геометрических размеров и является постоянным. Количество трещин задавалось равным 10 000.

Каждый акт роста трещины сопровождается актом акустической эмиссии, поэтому в модели активность акустической эмиссии при росте одной конкретной трещины увеличивалась. Согласно формулам (3)–(5) рост трещины может продолжаться бесконечно. Однако в реальных условиях этот процесс затухает достаточно быстро, поэтому в модель вводились дополнительные ограничения: предполагалось, что при росте одной трещины ее длина увеличивается не более чем на 25 %, а модуль Юнга в окружающих ее зернах кварца меняется таким образом, чтобы коэффициент интенсивности напряжений, рассчитанный для трещины новой длины, был меньше коэффициента, соответствующего началу роста данной трещины. Тем самым в модели учитывалась разгрузка напряженного состояния вблизи трещины вследствие ее роста, а вычисленные значения модулей Юнга в зернах кварца, соседствующих с “подросшей” трещиной, использовались в расчетах при следующем температурном цикле.

На рис. 2 приведены результаты расчета трех циклов нагревания в рассматриваемой модели. Показана зависимость относительной активности акустической эмиссии $E_{отн}$ от температуры (под относительной активностью акустической эмиссии понимается отношение числа “подросших” при данной температуре трещин к общему числу трещин в модели). На рис. 2 видно, что в первом цикле нагревания (до $T = 200$ °С) активность акустической эмиссии невелика и при каждом расчетном значении текущей температуры количество “подросших” трещин не превышает девяти. Однако во втором цикле (при нагревании до $T = 250$ °С) начиная с момента окончания первого цикла ($T = 200$ °С) при каждом расчетном значении текущей температуры количество “подросших” трещин увеличивается до 100–105. В третьем цикле нагревания (при $T = 250$ °С) наблюдается еще большее увеличение количества “подросших” трещин — до 120 при каждом текущем значении температуры.

В настоящей работе предпринята попытка построить и обосновать математическую модель термоэмиссионного эффекта памяти. В данной модели учитывается единственный фактор — градиент температуры на берегах трещины. В предложенной модели не учитываются эффекты, обусловленные неравномерным нагревом зерен горной породы, и анизотропия коэффициентов температурного расширения этих зерен. Эти факторы приводят к возникновению механических напряжений на границах зерен, росту трещин и формированию термоэмиссионного эффекта памяти.

В описанной модели предполагается мгновенное распределение тепла в образце и не учитывается скорость роста температуры. Вместе с тем при малой скорости нагревания образца термоэмиссионный эффект памяти, скорее всего, проявляться не будет, так как термические напряжения успевают релаксировать, а градиент температуры на границах трещин весьма мал. При большой скорости нагревания образца, очевидно, будут иметь место эффекты, обусловленные неравномерным расширением зерен горной породы, однако эти эффекты не могут быть описаны предложенной моделью. Кроме того, в модели рассмотрена порода, представленная лишь одним типом зерен. Распределение температур в полиминеральной породе требует отдельного исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ржевский В. В., Ямщиков В. С., Шкуратник В. Л. и др.** Термоэмиссионные эффекты памяти горных пород // Докл. АН СССР. 1985. Т. 283, № 4. С. 843–845.
2. **Todd T. P.** Effects of cracks on elastic properties of low porosity rocks: Thesis. Cambridge: Massachusetts Inst. Technol., 1973.
3. **Шкуратник В. Л.** Эффекты памяти в горных породах. Физические закономерности, теоретические модели / В. Л. Шкуратник, А. В. Лавров. М.: Изд-во Акад. горн. наук, 1997.
4. **Yong Ch., Wang Ch.** Thermally induced acoustic emission in Westerly granite // Geophys. Res. Lett. 1980. V. 7, N 12. P. 1089–1092.
5. **Лавров А. В.** Акустоэмиссионный эффект памяти в горных породах / А. В. Лавров, В. Л. Шкуратник, Ю. Л. Филимонов. М.: Изд-во Моск. гос. горн. ун-та, 2004.
6. **Партон В. З.** Механика упругопластического разрушения / В. З. Партон, Е. М. Морозов. М.: Наука, 1975.
7. **Морс Ф. М.** Методы теоретической физики / Ф. М. Морс, Г. Фешбах. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. Т. 1.
8. **Схоутон Дж. А.** Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965.
9. **Най Дж.** Физические свойства кристаллов. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.

Поступила в редакцию 25/IV 2007 г.