

твердого тела («теория протекания») для сильно неоднородных сред [12]. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки данной работы.

Нужно отметить, что предположение о поверхностном характере плавления перестает выполняться при больших перегревах. Можно получить, используя результаты работы [13], что при перегреве относительно точки плавления примерно на 10° начнется интенсивное образование зародышей жидкой фазы в объеме проводника. Однако для достаточно однородных образцов и быстром вводе энергии в проводник размер зародышей будет, скорее всего, невелик и вклад объемного плавления мал.

Таким образом, сравнение расчетов и экспериментальных данных показывает, что модель поверхностного плавления достаточно хорошо качественно и количественно описывает начальную стадию ЭВП — стадию плавления.

Поступила 11 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Bennet F. D. Progress in high Temperature Physics and Chemistry, Edited by C. A. Rouse. Vol. 1. Pergamon press, 1967.
2. David E. Physikalische Vorgänge bei elektrischen Drahtexplosionen.— «Z. Phys.», 1958, Bd 150, S. 162.
3. Взрывающиеся проволочки. Под ред. А. А. Рухадзе. М., ИЛ, 1963; Электрический взрыв проводников. Под ред. А. А. Рухадзе и И. С. Шпигеля. М., «Мир», 1965.
4. Абрамова К. Б., Валицкий В. П., Вандакуров Ю. В., Златин Н. А., Перегуд Б. П. Магнитогидродинамические неустойчивости при электрическом взрыве.— ДАН СССР, 1966, т. 167, № 4.
5. Conn W. M. Berichten studien zum Mechanismus von elektrischen Drahtexplosionen.— «Z. angew. Phys.», 1955, Bd 7, S. 539.
6. Искольдский А. М., Пинус В. К., Эпельбаум Я. Г. Электрический взрыв проводников. Препринт ИАиЭ СО АН СССР № 30. Новосибирск, 1976.
7. Искольдский А. М., Пинус В. К. Сингулярности в решениях уравнений электрического взрыва проводников. Препринт ИАиЭ СО АН СССР № 17. Новосибирск, 1974.
8. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л., «Наука», 1975.
9. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Новосибирск, «Наука», 1973.
10. Байков А. П., Герасимов Л. С., Искольдский А. М. Экспериментальное исследование электрической проводимости алюминиевой фольги в процессе электрического взрыва.— ЖТФ, 1975, т. XLV, вып. 1.
11. Искольдский А. М., Киричук В. С. Обработка результатов эксперимента, описываемого математической моделью с особыми точками.— «Автоматрица», 1975, № 4.
12. Шкловский В. И., Эфрос Э. Л. Теория протекания и проводимости сильно неоднородных сред.— УФН, 1975, т. 117, вып. 3.
13. Лифшиц И. М., Гузида Л. С. Теория локального плавления.— ДАН СССР, 1952, т. 87, № 3.

УДК 533.6.011.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ПУЧКА СВОБОДНЫХ МОЛЕКУЛ, ВЫЛЕТАЮЩЕГО ИЗ ПАКЕТА КАПИЛЛЯРОВ

С. Т. Барашкин, И. Г. Неудачин, Б. Т. Породнов

(Свердловск)

Введение. Молекулярные пучки нашли широкое применение в науке и технике [1, 2]. Предметом проводившихся ранее исследований параметров газовых потоков, как правило, являлись предельные угловые распределения (диаграммы направленности) [3—14], наблюдаемые на больших расстояниях от источника молекулярного пучка. В качестве источника часто выбираются либо отдельные каналы с различной формой поперечного сечения [3, 6], либо плотно упакованные блоки (пакеты) таких каналов [4, 5, 7—14].

К молекулярным пучкам предъявляются два основных требования — высокая интенсивность и острая направленность. Источники в виде пакетов длинных каналов позволяют получить пучки молекул, удовлетворяющие этим требованиям без применения дополнительных коллимирующих устройств. Повысить интенсивность молекулярного пучка можно увеличением числа каналов в пакете [4, 5, 9, 10], уменьшением расстояния от источника до объекта [12], увеличением давления в камере источника [3—14] (т. е. в объеме, из которого газ поступает в каналы).

Направленность молекулярного пучка определяется геометрическими характеристиками источника и интенсивностью межмолекулярных столкновений. Чем длиннее каналы в источнике, тем уже угловое распределение пучка [3]. Вследствие этого многие исследователи ограничиваются рассмотрением только длинных каналов [4, 5, 7, 13, 14].

Увеличение длины каналов приводит к снижению интенсивности пучка. Поэтому представляют интерес исследования, выполненные для каналов различной длины.

Повышение давления в камере источника приводит к повышению интенсивности молекулярного пучка, но его направленность ухудшается [6] из-за эффектов межмолекулярных столкновений.

Цель данной работы — исследование влияния геометрических характеристик источника на пучок молекул. Поэтому столкновения молекул не учитываются (свободномолекулярный режим течения). В этом случае основную роль играют условия взаимодействия молекул со стенками источника, т. е. граничные условия для функции распределения молекул. Предлагается математическая модель многоканального источника молекулярного пучка, позволяющая выполнять расчеты газовых параметров на любых расстояниях от источника.

Ранее [15] проводилось сравнение с результатами работы [12]. Была отмечена некорректность такого сравнения, так как в эксперименте [12] влияние межмолекулярных столкновений было существенным.

Авторы других исследований [4, 5, 7—11, 13, 14] предполагали, что угловые распределения молекулярных пучков, создаваемые одним каналом и блоком таких каналов, совпадают. Такое предположение справедливо, как показывают расчеты, только на больших по сравнению с размерами источника расстояниях от него. Расстояние между источником и детектором выбиралось произвольно.

Постановка задачи. Рассмотрим истечение газа из большого объема через пакет капилляров радиуса r в вакуум. Плотность газа в объеме равна n_1 , температура T_1 . В дальнейшем будем использовать безразмерные величины, для чего в качестве единиц измерения расстояния, числовой плотности, скорости, температуры и функции распределения выберем соответственно r , n_1 , $h = \sqrt{2kT_1/m}$, T_1 , $n_1 h^{-3}$, где k — постоянная Больцмана; m — масса молекулы. Если размерные величины отмечать индексом ноль, то для безразмерных величин, например, справедливы, соотношения $l = l_0/r$, $T = T_0/T_1$, где l — расстояние; T — температура. Предполагается, что газ в объеме находится в равновесии и его функция распределения равна f_1 , т. е.

$$f_1 = \exp(-c^2) \pi^{-3/2}.$$

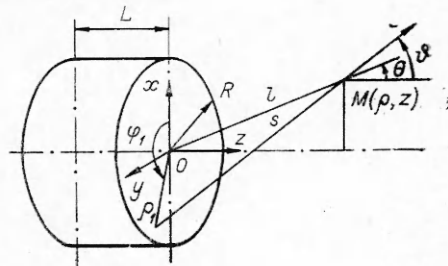
Пусть газ течет без столкновений между молекулами через пакет радиусом R , собранный из одинаковых цилиндрических капилляров длиной L (фиг. 1).

Увеличение числа капилляров в пакете приводит к увеличению размеров источника. Возникает необходимость с использованием методов кинетической теории газов построить математическую модель рассматриваемой системы. Модель должна учитывать истинные размеры как отдельных капилляров, так и всего пакета.

Математическая модель. Предположим, что газ течет в направлении оси z (см. фиг. 1), совпадающей с осью пакета капилляров. Пусть выходное сечение пакета, находящееся в плоскости $z = 0$, испускает молекулы с известной функцией распределения f_2 вида [15]

$$f_2 = P \frac{F(\vartheta)}{\cos \vartheta} f_1,$$

где P — коэффициент прозрачности источника (отношение площади отверстий капилляров в выходном сечении пакета ко всей площади сечения); ϑ — угол между осью источника и лучом s , направленным из некоторой точки на источнике в точку наблюдения M с координатами ρ , z , $\varphi = 0$; $F(\vartheta)$ — предельное угловое распределение для одиночного капилляра [16].



Фиг. 1

Как показывают вычисления, предложенная модель дает точное предельное угловое распределение $F(\vartheta)$ на расстояниях, значительно больших, чем размеры пакета. Удовлетворяется условие сохранения полного потока, т. е. интеграл по угловому распределению частиц равен полному потоку частиц через пакет капилляров. Кроме того, зависимость функции распределения f_2 от скорости c в виде $\exp(-c^2)$ является точной в рассматриваемом свободномолекулярном режиме течения. Следует заметить, что точность результатов определяется величиной P , которая должна быть близка к единице (т. е. $P \leq 1$). Если межмолекулярные столкновения отсутствуют, то из уравнения Больцмана следует, что функция распределения молекул сохраняется вдоль траектории полета молекул. Следовательно, заданная в плоскости выходного сечения пакета функция f_2 является той же самой в любой точке области течения газа вне пакета.

Таким образом, функция распределения молекул $f(\vartheta) = f_2(\vartheta)$ известна, и для получения расчетных формул можно воспользоваться определениями макроскопических величин через функцию распределения

$$(1) \quad n(1, \mathbf{u}, T) = \int f\left(1, c, \frac{2(c - \mathbf{u})^2}{3}\right) dc,$$

где n — числовая плотность; \mathbf{u} — средняя скорость; T — температура газа; f — функция распределения молекул.

Интегрирование в пространстве скоростей в (1) достаточно сложное, так как трудно определить пределы интегрирования по компонентам безразмерной абсолютной скорости c . Гораздо проще их определить в системе координат, совмещенной с выходным сечением источника [15, 17, 18], т. е.

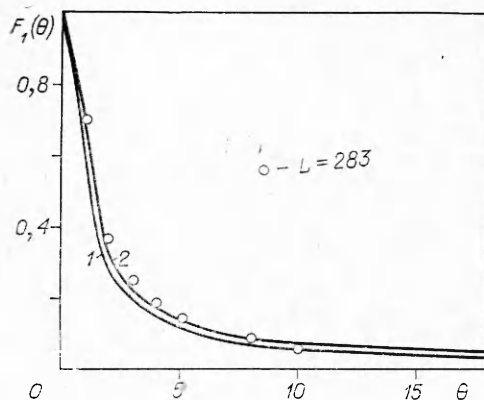
$$(2) \quad n(1, \mathbf{u}, T) = \frac{2P}{\pi^{3/2}} \int_0^\pi \int_0^R \int_0^\infty \frac{F(\vartheta)}{s^2} \rho_1 c^2 \exp(-c^2) \left(1, c, \frac{2(c - \mathbf{u})^2}{3}\right) dc d\rho_1 d\varphi_1,$$

где $s^2 = z^2 + \rho^2 + \rho_1^2 - 2\rho\rho_1 \cos \varphi_1$, $\vartheta = \arccos(z/s)$.

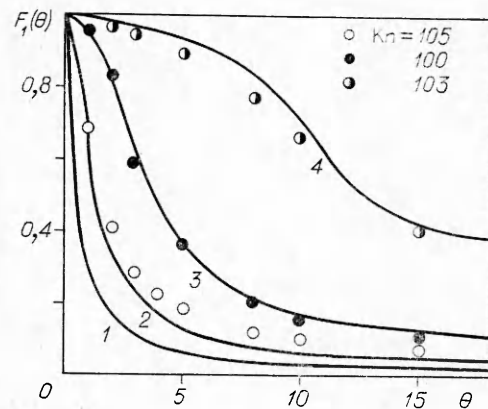
Вследствие осевой симметрии течения газа макроскопические параметры не зависят от угла φ . Поэтому достаточно определить их значения в квадранте xOz (см. фиг. 1). В соответствии с формулой (2) компоненты потока в осевом nu_z и радиальном nu_x направлениях вычисляются по формуле

$$(3) \quad n(u_z, u_x) = \frac{P}{\pi^{3/2}} \int_0^\pi \int_0^R \frac{F(\vartheta)}{s^3} (z, \rho - \rho_1 \cos \varphi_1) \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1.$$

В целях упрощения записи формулы (2), (3) представляют собой системы уравнений для определения трех (плотность, полный поток и



Ф и г. 2



Ф и г. 3

температура) и двух (x и z — компоненты полного потока) параметров молекулярного пучка соответственно.

Как правило, основным результатом по исследованию молекулярных пучков является определение углового распределения пучка молекул, вылетающих из источника

$$F_1(\theta) = nu(\theta)/nu(0), \quad l_2 = \text{const},$$

где θ — угол между осью источника и лучом l (см. фиг. 1); $nu(\theta)$ — составляющая полного потока молекул в направлении луча l ; l_2 — расстояние от центра выходного сечения пакета до точки наблюдения.

Простые геометрические соотношения приводят к следующему выражению для $nu(\theta)$:

$$nu(\theta) = nu \cos(\varphi_2 - \theta), \quad \varphi_2 = \arctg(u_x/u_z), \quad u = \sqrt{u_x^2 + u_z^2}.$$

Вычисления $F_1(\theta)$ проводились по составленной АЛГОЛ-программе на ЦВМ-М-222. Среднее время, необходимое для вычисления макроскопических параметров газа (2) в одной точке поля течения, составляет около 10 с. Некоторые из результатов вычислений представлены на фиг. 2, 3.

Экспериментальная техника. В эксперименте использовались два пакета капилляров, или так называемые капиллярные сита, с прозрачностью 87%, радиусом $R_0 = (0,278 \pm 0,001)$ см и длиной $L_0 = 7,70; 14,29$ см соответственно, представляющие собой пучок тонкостенных стеклянных капилляров, полученный их спеканием с последующим вытягиванием. Относительная длина пакетов $L = 153$ и 283 , где $L = L_0/r$. Индексом нуль отмечаются размерные величины.

Для сравнения экспериментальных данных с теоретическими расчетами необходимо было определить геометрические размеры капилляров, прежде всего диаметр капилляра. Для этого использовались результаты измерений полных потоков молекул в вязком режиме течения газа в капиллярах, где, как известно, для описания течения газа справедлива формула Пуазейля. Среднее количество капилляров в пакете подсчитывалось по фотографии поперечного сечения капиллярного сита и оказалось равным $N = 2254$. Вычисленное значение радиуса капилляра (так называемый гидравлический радиус) и его стандартное отклонение равны $r = (5,05 \pm 0,07)10^{-3}$ см.

Угловые распределения (диаграммы направленности) молекулярных пучков, образованных пакетами капилляров, исследовались на экспериментальной установке, описанной в работе [19]. В экспериментах по изучению зависимости формы диаграммы направленности пучка от расстояния между источником и детектором необходимо обеспечить постоянство телесного угла, под которым видно входное отверстие детектора из источника. Поэтому в экспериментах использовались различные насадки для детектора, выбираемые таким образом, чтобы отношение диаметра входного отверстия канала детектора к расстоянию от источника до детектора оставалось постоянным и равным 0,02. Из этих соображений было выбрано расстояние между источником и детектором $l_0 = 17,2; 5,60$ и $1,55$ см.

Обсуждение результатов. На фиг. 2 приведена экспериментальная диаграмма направленности молекулярного пучка водорода, образованного капиллярным ситом длиной $L = 283$ для случая расстояния между детектором и источником $l_0 = 17,2$ см, в свободномолекулярном режиме течения H_2 (число Кнудсена $Kn = 310$); здесь же для сравнения приведены вычисленные по вышеприведенным формулам диаграммы направленности пучков молекул для пакетов капилляров длиной $L = 153$ и 283 (кривая 2 и 1 соответственно). Как видно, экспериментальные точки расположены несколько выше теоретической кривой, что, по-видимому, связано с тем обстоятельством, что в теоретических расчетах предполагался свободномолекулярный режим течения газа как по диаметру, так и по длине капилляра. В эксперименте же свободномолекулярный режим течения газа по длине канала не обеспечивается.

Из эксперимента по формированию молекулярных пучков одиночными каналами (см., например, [20]) известно, что при увеличении длины канала наблюдается сужение пучка, которое характеризуется полушириной углового распределения, определяемой величиной угла θ , при котором интенсивность равна половине интенсивности на оси пучка. Из фиг. 2 видно, что увеличение длины капиллярного сита почти в два раза не дает существенного отличия в полуширине диаграммы направленности пучка. В то же время интенсивность молекулярного пучка из-за увеличения сопротивления пакета уменьшается обратно пропорционально увеличению длины пакета.

Анализ теоретического решения показывает, что узкая направленность молекулярного пучка определяется в основном отношением длины капилляра к его радиусу, а интенсивность пучка — расстоянием между детектором и источником. На больших расстояниях, когда $l \gg R, L$, из [3, 6, 15] следует, что поток молекул под углом θ к оси рассчитывается по формуле

$$(4) \quad ni(\theta) = ni = \frac{P}{2\sqrt{\pi}} - \frac{R^2}{l^2} F(\theta), \text{ т. е. } F_1(\theta) = F(\theta),$$

где $F(\theta)$ — предельное угловое распределение для одиночного капилляра с теми же значениями L и r , что и в пакете капилляров. Из очевидных равенств

$$\frac{P\pi R_0^2}{\pi r^2} = PR^2 = N$$

и формулы (4) получаем, что интенсивность пучка $ni(\theta)$ пропорциональна числу N капилляров в пакете.

Можно оценить величину расстояния, на котором наблюдается такое же предельное угловое распределение $F(\theta)$ для пакета, как и для оди-

ночного капилляра. В качестве расчетного примера был выбран источник с параметрами $R = 10$, $L = 10$ и $P = 0,8$. В случае $l = 10; 100; 1000, 10000$ отклонение $\frac{[F_1(\theta) - F(\theta)]}{F_1(\theta)} \cdot 100\%$ составило 100; 22; 2 и

0,2% соответственно. Следовательно, на расстояниях l , сопоставимых с размерами источника R и L , пользоваться формулой (4) для определения потока некорректно. Вычисления показывают, что на расстояниях $l \geq (40-50)R$ пакет капилляров можно считать точечным источником.

Зависимость формы диаграммы направленности (или углового распределения $F_1(\theta)$) от расстояния l между источником и детектором для капилляра с $L = 153$ показана на фиг. 3. Здесь теоретические кривые 2—4 и экспериментальные точки, полученные в свободномолекулярном пределе ($Kn \approx 100$), соответствуют расстояниям $l_0 = 17,2; 5,60$ и $1,55$ см. Кривая 1 является предельной диаграммой $F(\theta)$ для одиночного капилляра с теми же параметрами L и r , что и у капиллярного сита. Как видно, с увеличением l_0 диаграмма направленности существенно сужается до предельной.

Таким образом, удовлетворительное совпадение экспериментальных и теоретических результатов показывает, что выбранная математическая модель является вполне корректной при описании зависимости формы диаграммы направленности от расстояния между детектором и многоканальным источником ограниченных размеров. Показано, что на малых расстояниях от источника по сравнению с его размерами использование углового распределения некорректно.

Поступила 14 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Рамзей Н. Молекулярные пучки. М., ИЛ., 1961.
2. Бродский А. М., Леонас В. С. Исследования с молекулярными пучками. М., «Мир», 1969.
3. Clausing P. Über die Strahlformung bei der Molekularströmung.— «Z. Phys.», 1930, Bd 66, S. 471.
4. Giordmaine J. A., Wang T. C. Molecular beam formation by long parallel tubes.— «J. Appl. Phys.», 1960, vol. 31, p. 463.
5. Becker G. Zur Theorie der Molekularstrahlerzeugung mit langen Kanalen.— «Z. Phys.» 1961, Bd 162, N 3, S. 290.
6. Троицкий В. С. Направленность молекулярного пучка, образованного истечением газа из канала.— ЖТФ, 1962, т. 32, № 4.
7. Johnson J. C., Stair A. T., Pritchard J. I. Molecular beams formed by arrays of 3—40 diameter tubes.— «J. Appl. Phys.», 1966, vol. 37, N 4, p. 1551.
8. Zugenmaier P. Zur Theorie der Molekularstrahlerzeugung mit Hilfe zylindrischer Röhre.— «Z. angew. Phys.», 1966, Bd 20, N 3, S. 184.
9. Jones R. H., Olander D. R., Kruger V. R. Molecular beam sources fabricated from multichannel arrays. I. Angular distributions and peaking factors.— «J. Appl. Phys.», 1969, vol. 40, N 11, p. 4641.
10. Olander D. R., Kruger V. R. Molecular beam sources fabricated from multichannel arrays. III. The exit density problem.— «J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 7, p. 2769.
11. Olander D. R., Jones R. H., Siekhans W. J. Molecular beam sources fabricated from multichannel arrays. IV. Speed distribution in the centerline beam.— «J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 11, p. 4388.
12. Goodman R. K., Hunt A. L. A cross beam neutralizer for ion beams.— «Rev. Sci. Instrum.», 1971, vol. 42, N 9, p. 1359.
13. Wilmoth R. G. Speed distribution measurements of N_2 and Ar molecular beams produced by a multichannel source.— «J. Vac. Sci. and Tech.», 1972, vol. 9, N 3, p. 1121.
14. Reijerink H. C., Verster N. F. Velocity distribution and angular distribution of molecular beams from multichannel arrays.— «J. Appl. Phys.», 1975, vol. 46, N 5, p. 2083.
15. Неудачин И. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Формирование молекулярного пучка пакетом цилиндрических каналов.— В кн.: IV Всесоюзная конференция по динамике разреженного газа. (Сборник аннотаций). М., 1975.

16. Неудачин И. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Формирование узких молекулярных пучков цилиндрическими каналами.— ЖТФ, 1972, т. 42, № 5.
17. Марчук Г. И. Методы расчета ядерных реакторов. М., Госатомиздат, 1961.
18. Неудачин И. Г., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Применение функции распределения к описанию свободномолекулярных пучков.— ЖТФ, 1974, т. 44, № 4.
19. Тарин А. А., Барашкин С. Т., Породнов Б. Т., Суетин П. Е. Применение модуляционного метода к детектированию молекулярных пучков.— ЖТФ, 1976, т. 46, № 1.
20. Барашкин С. Т., Породнов Б. Т., Чемагин М. Ф. Экспериментальное исследование полных потоков и диаграмм направленности при истечении газа в вакуум через капилляры различной длины.— ПМТФ, 1977, № 4.

УДК 537.311.33

СВОЙСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ, НАХОДЯЩИХСЯ В СИЛЬНОМ ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Ю. М. Васецкий, Ю. П. Емец**(Киев)*

Исследования эффективных параметров и характеристик электрических полей в неоднородных средах давно привлекают большое внимание в связи с изучением полупроводниковых соединений и композитных материалов [1]. Аналогичные вопросы возникают в неоднородной плазме. В зависимости от характера неоднородностей обобщенные свойства среды могут сильно отличаться от локальных значений, также существенными могут оказаться флуктуации электрических полей, особенно вблизи порога протекания [2, 3].

В сильных магнитных полях, когда отношение ларморовской частоты вращения носителей тока ω к частоте столкновений ν велико ($\beta = \omega/\nu > 1$), картина распределения тока в неоднородной среде значительно усложняется. В этом случае проводимость становится тензорной величиной и даже весьма слабые флуктуации свойств среды приводят к сильному возмущению локальных электрических полей, в результате чего эффективные параметры претерпевают коренное изменение [4—7].

Структура гетерогенных сред может быть различной. Помимо сред с локализованными включениями и сред с регулярными неоднородностями, характерными для твердого тела, часто встречаются среды со случайно-неоднородными свойствами. Последние в большей степени типичны для низкотемпературной плазмы, механических смесей и поликристаллов.

В зависимости от структуры неоднородностей имеются различные теоретические методы исследования. При рассмотрении простых структур общий метод состоит в использовании теории краевых задач для расчета электрических полей и их последующего усреднения [8, 9]. Решения, полученные этим методом для изолированных включений, распространяются на случай сред с большой концентрацией неоднородностей с помощью приема самосогласования [10]. Справедливость такого подхода обосновывается сравнением с некоторыми точными результатами [5, 6]. Для случайно-неоднородных сред естественным аппаратом расчета является теория случайных функций, которая использована в работах ряда авторов [7, 11—13].

В данной работе с помощью теории случайных функций и теории краевых задач исследуются характеристики сплошь неоднородных сред в магнитном поле, причем основное внимание уделяется мало изученному вопросу особенностей формирования локальных электрических полей в таких средах и их статистическим характеристикам.

1. Рассмотрим проводящую двухфазную среду со статистически однородным и изотропным распределением мелкомасштабных областей повышенной и пониженной проводимости, которые ориентированы вдоль магнитного поля. Предполагается, что размер неоднородностей значительно превосходит длину свободного пробега.