2. **Browand F. K., Winant C. D.** Blocking ahead of a cylinder moving in a stratified fluid: An experiment // Geophys. Fluid Dynam.— 1972.— V. 4, N 1.
3. **Baines P. G.** A unified description of two-layer flow over topography // J. Fluid Mech.— 1984.— V. 146.— P. 127.
4. **Baines P. G.** A general method for determining upstream effects in stratified flow of finite depth over long two-dimensional obstacles // J. Fluid Mech.— 1988.— V. 188.— P. 1.
5. **Baines P. G., Guest F.** The nature of upstream blocking in uniformly stratified flow over long obstacles // J. Fluid Mech.— 1988.— V. 188.— P. 23.
6. **Букреев В. И., Гусев А. В., Стурова И. В.** Неустановившееся движение круглого цилиндра в двухслойной жидкости // ПМТФ.— 1983.— № 6.
7. **Букреев В. И., Гусев А. В., Стурова И. В.** Генерация внутренних волн при совместном поступательном и колебательном движении цилиндра в двухслойной жидкости // ПМТФ.— 1986.— № 3.

г. Новосибирск *Поступила 12/XII 1988 г.*

УДК 533.69

Н. Ф. Воробьев

К ЗАДАЧЕ ОБТЕКАНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ТОНКОГО КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА С ПОЛНОСТЬЮ ДОЗВУКОВЫМИ ПЕРЕДНИМИ КРОМКАМИ

Задача обтекания сверхзвуковым потоком слабоизогнутой несущей поверхности крыла конечного размаха, имеющего дозвуковые кромки при условии, что в носовой части передних кромок есть сверхзвуковой участок, решена Е. А. Красильщиковой [1, 2]. Исходя из условия обращения на части базовой плоскости вне проекции крыла потенциала скорости в нуль задача сводится к двумерному интегральному уравнению Абеля относительно нормальной производной потенциала вне проекции крыла на базовую плоскость. Обращение уравнения Абеля известно. Известно также решение задачи обтекания плоского треугольного крыла с полностью дозвуковыми передними кромками (коническое течение) [3].

При расчетах суммарных аэродинамических характеристик неплоских крыльев с полностью дозвуковыми передними кромками обычно используется прием замены носка крыла плоской треугольной пластиной с дозвуковыми передними кромками (предположение о коничности потока в носовой части крыла) или замены носка с дозвуковыми кромками каким-либо носком со звуковыми кромками, что сводит решение задачи к алгоритму Красильщиковой.

В [4] рассматривалась задача обтекания неплоского крыла с полностью дозвуковыми передними кромками в такой же постановке, как и в [1, 2] для крыла с частично сверхзвуковой передней кромкой (потенциал на базовой плоскости вне проекции крыла равен нулю). Задача сводится к двумерному интегральному уравнению вольтерровского типа относительно потенциала скоростей, решение которого возможно методом последовательных приближений. Нулевое приближение задается произвольно из каких-либо предположений.

В данной работе решение задачи обтекания слабоизогнутого крыла с полностью дозвуковыми передними кромками так же, как и в [1, 4], основывается на условии равенства нулю потенциала возмущений на базовой плоскости вне области проекции крыла. Получено интегральное уравнение второго рода вольтерровского типа относительно определяющего поток параметра — нормальной производной потенциала на базовой плоскости по одну из сторон крыла. Показана возможность решения этого уравнения методом последовательных приближений. Решение представляет собой ряд, члены которого — многократные интегралы от известных функций. Первый член ряда (нулевое приближение) отражает основные закономерности формирования возмущений в рассматриваемой точке. Приведено сравнение определяющего параметра потока, вычисленного в нулевом приближении, с известным точным решением, полученным другим методом в случае коничности потока. Совпадение хорошее в широком диапазоне отклонения передних кромок от звуковых. Проводить вычисление остальных членов ряда (многократных интегралов) нет практической необходимости. Нахождение же первого члена ряда состоит в вычислении однократного и двукратного интегралов от известных функций.

При обтекании сверхзвуковым потоком ($M > 1$) тел, слабовозмущающих набегающий поток, уравнения газовой динамики могут быть сведены к волновому уравнению для потенциала скоростей возмущения

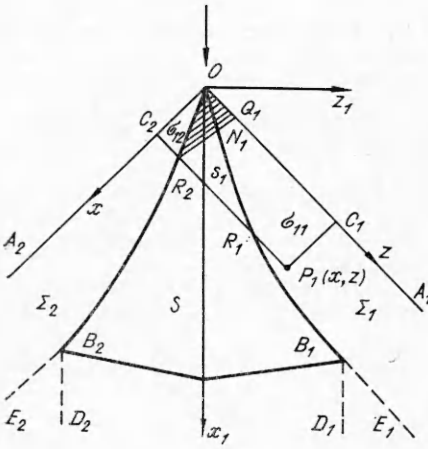

Рис. 1

(1) $$(\mathrm{M}^2-1)\,\Phi_{\bar x\bar x}-\Phi_{\bar y\bar y}-\Phi_{\bar z\bar z}=0$$

(направление оси $\bar x$, связанной с телом системы координат, совпадает с направлением скорости набегающего потока на бесконечности). Преобразованием координат $\bar x = x_1\sqrt{\mathrm{M}^2-1}$, $\bar y = y_1$, $\bar z = z_1$ уравнение (1) сводится к

(2) $$\Phi_{x_1x_1}-\Phi_{y_1y_1}-\Phi_{z_1z_1}=0.$$

Решение задачи обтекания тонкого слабоизогнутого крыла конечного размаха, когда условия на поверхности крыла и на вихревой поверхности за крылом сносятся на базовую плоскость $y_1 = 0$, дается формулой [1]

(3) $$\Phi(x_1, y_1, z_1) = -\frac{1}{\pi}\iint\limits_T \Phi'_{\eta_1}(\xi_1, \zeta_1)\frac{d\xi_1\, d\zeta_1}{\sqrt{(x_1-\xi_1)^2-(z_1-\zeta_1)^2-y_1^2}},$$

где T — область интегрирования на базовой плоскости, вырезаемая характеристическим конусом с вершиной в точке (x_1, y_1, z_1); $\Phi'_{\eta_1}(\xi_1, \zeta_1)$ — нормальная производная потенциала скорости на базовой плоскости. В задаче обтекания несущей поверхности в части области T вне проекции крыла S на базовую плоскость (рис. 1) значение $\Phi'_{\eta_1}(\xi_1, \zeta_1)$ неизвестно. На части базовой плоскости вне проекции крыла и следа за ним потенциал равен нулю [1]:

(4) $$\Phi(x_1,\ 0,\ z_1) = 0,\ (x_1,\ z_1) \in \Sigma_i,\ i = 1,\ 2$$

(Σ_i — область на базовой плоскости, ограниченная головной характеристикой OA_i, дозвуковой передней кромкой OB_i, границей вихревого следа за крылом B_iD_i). В дальнейшем будем искать решение в части области Σ_i, где не сказывается влияние вихревого следа (в области, ограниченной линиями OA_i, OB_i и характеристической линией B_iE_i). Крыло может быть несимметричным относительно плоскости $z = 0$: $z = f(x)$, $x = f^-(z)$ — уравнения проекции на базовую плоскость передней кромки OB_1, $z = \psi(x)$, $x = \psi^-(z)$ — передней кромки OB_2.

Для точки $P_i(x, z) \in \Sigma_i$ ($i = 1, 2$) условие (4) с учетом (3) в характеристической системе координат $x = (x_1 - z_1)/\sqrt{2}$, $z = (x_1 + z_1)/\sqrt{2}$ имеет вид

(5а) $$\int\limits_0^x\int\limits_{f(\xi)}^{y}\frac{\theta_1(\xi,\zeta)\,d\zeta\,d\xi}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}+\int\limits_0^x\int\limits_{\psi(\xi)}^{f(\xi)}\frac{\alpha(\xi,\zeta)\,d\zeta\,d\xi}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}+\int\limits_0^x\int\limits_0^{\psi(\xi)}\frac{\theta_2(\xi,\zeta)\,d\zeta\,d\xi}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}=0,$$

(5б) $$\int\limits_0^z\int\limits_{\psi^-(\zeta)}^{x}\frac{\theta_2(\xi,\zeta)\,d\xi\,d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}+\int\limits_0^z\int\limits_{f^-(\zeta)}^{\psi^-(\zeta)}\frac{\alpha(\xi,\zeta)\,d\xi\,d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}+\int\limits_0^z\int\limits_0^{f^-(\zeta)}\frac{\theta_1(\xi,\zeta)\,d\xi\,d\zeta}{\sqrt{(x-\xi)(z-\zeta)}}=0,$$

где $\theta_i(\xi, \zeta) = \Phi_\eta'(\xi, \zeta)$ — неизвестная в области Σ_i величина; $\alpha(\xi, \zeta) = \Phi_\eta'(\xi, \zeta)$ — заданная геометрией несущей поверхности в области S функция. На рис. 1 для точки $P_1(x, z) \in \Sigma_1$ показана область зависимости $T = \sigma_{11}+s_1+\sigma_{12}$. Области σ_{11}, s_1, σ_{12} соответствуют областям интегрирования первого, второго, третьего членов соотношения (5а): область σ_{11} ограничена линиями R_1O, OC_1, C_1P_1, P_1R_1; область s_1 — R_1R_2, R_2O,

OR_1; область σ_{12}—R_2C_2, C_2O, OR_2. Перепишем соотношения (5а), (5б) в виде

(6а) $$A_1(\theta_1) + F_1(\alpha) + B_{12}(\theta_2) = 0,$$

(6б) $$A_2(\theta_2) + F_2(\alpha) + B_{21}(\theta_1) = 0.$$

Здесь $A_i(\theta_i)$, $F_i(\alpha)$, $B_{ij}(\theta_j)$ — первый, второй, третий члены уравнений (5а), (5б).

Интегральный оператор $A_i(\theta_i)$ является двумерным оператором Абеля по четырехугольной области σ_{ii}, ограниченной проекцией передней кромки, головной характеристикой и характеристическими линиями конуса зависимости точки $P_i \in \Sigma_i$. В [5, с. 174, 175] приведена формула обращения такого оператора: $A_i^{-1}A_i(\theta_i) = \theta_i$. Применяя оператор A_1^{-1} к уравнению (6а), получаем

(7) $$\theta_1(x, z) + \frac{1}{\pi\sqrt{z - f(x)}}\left[\int\limits_{\psi(x)}^{f(x)} \frac{\alpha(x, \zeta)\sqrt{f(x) - \zeta}}{z - \zeta}\, d\zeta + \int\limits_0^{\psi(x)} \frac{\theta_2(x, \zeta)\sqrt{f(x) - \zeta}}{z - \zeta}\, d\zeta\right] = 0.$$

Значение $\theta_1(x, z)$ для точки $(x, z) \in \Sigma_1$ определяется через $\Phi_\eta'(x, \zeta)$ на характеристике $\xi = x$. На участке этой характеристики, проходящей через проекцию крыла, на линии R_2R_1 $(\psi(x) \leqslant \zeta \leqslant f(x))$ значение $\Phi_\eta'(x, \zeta) = \alpha(x, \zeta)$ задано геометрией крыла. На участке характеристики C_2R_2 $(0 \leqslant \zeta \leqslant \psi(x))$ в области σ_{12} значение $\Phi_\eta'(x, \zeta) = \theta_2(x, \zeta)$ — неизвестная величина.

Если применить оператор A_2^{-1} к уравнению (6б), то для точки $(\xi, \zeta) \in \Sigma_2$ имеем

(8) $$\theta_2(\xi, \zeta) + \frac{1}{\pi\sqrt{\xi - \psi^-(\zeta)}}\left[\int\limits_{f^-(\zeta)}^{\psi^-(\zeta)} \frac{\alpha(\xi', \zeta)\sqrt{\psi^-(\zeta) - \xi'}}{\xi - \xi'}\, d\xi' + \int\limits_0^{f^-(\zeta)} \frac{\theta_1(\xi', \zeta)\sqrt{\psi^-(\zeta) - \xi'}}{\xi - \xi'}\, d\xi'\right] = 0,$$

откуда можно найти $\theta_2(x, \zeta)$ на характеристике $\xi = x$:

(9) $$\theta_2(x, \zeta) = \frac{-1}{\pi\sqrt{x - \psi^-(\zeta)}}\left[\int\limits_{f^-(\zeta)}^{\psi^-(\zeta)} \frac{\alpha(\xi', \zeta)\sqrt{\psi^-(\zeta) - \xi'}}{x - \xi'}\, d\xi' + \int\limits_0^{f^-(\zeta)} \frac{\theta_1(\xi', \zeta)\sqrt{\psi^-(\zeta) - \xi'}}{x - \xi'}\, d\xi'\right].$$

Подставляя $\theta_2(x, \zeta)$ из (9) в (7), получим двумерное интегральное уравнение второго рода вольтерровского типа относительно функции $\theta_1(x, z)$:

(10) $$\theta_1(x, z) = \frac{1}{\pi\sqrt{z - f(x)}}\left\{-\int\limits_{\psi(x)}^{f(x)} \frac{\alpha(x, \zeta)\sqrt{f(x) - \zeta}}{z - \zeta}\, d\zeta + \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\int\limits_{f^-(\zeta)}^{\psi^-(\zeta)} \frac{\alpha(\xi, \zeta)\sqrt{[f(x) - \zeta][\psi^-(\zeta) - \xi]}}{(x - \xi)(z - \zeta)\sqrt{x - \psi^-(\zeta)}}\, d\xi\, d\zeta + \right.$$

$$+\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\int\limits_0^{f^-(\zeta)}\frac{\theta_1(\xi,\zeta)\sqrt{[f(x)-\zeta][\psi^-(\zeta)-\xi]}}{(x-\xi)(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}\,d\xi\,d\zeta\Bigg\}.$$

Значение $\theta_1(x, z)$ в точке $P_1(x, z) \in \Sigma_1$ определяется через известные значения $\alpha(\xi, \zeta)$ на характеристике R_1R_2 $(\psi(x) \leqslant \zeta \leqslant f(x))$ и на носовой части области зависимости на крыле s_1 (область, ограниченная линиями R_2O, ON_1, N_1R_2) и через неизвестные значения $\theta_1(\xi, \zeta)$ в носовой части области Σ_1 (области, ограниченной линиями N_1O, OQ_1, Q_1N_1) (см. рис. 1). Для $Q_2(x, z)$ в точке $P_2(x, z) \in \Sigma_2$ может быть выписано соотношение, аналогичное (10).

Нормальная составляющая скорости $\theta_1(x, z)$ в области Σ_1 при приближении к передней кромке $(z \to f(x))$ имеет особенность типа $r^{-1/2}$. Уравнение (10) запишем как

$$\tau_1 = G_1\alpha + I_1\tau_1,\quad \tau_1(x, z) = \theta_1(x, z)\sqrt{z-f(x)}. \tag{11}$$

Функция

$$G_1\alpha = -\frac{1}{\pi}\int\limits_{\psi(x)}^{f(x)}\frac{\alpha(x,\zeta)\sqrt{f(x)-\zeta}}{z-\zeta}\,d\zeta +$$

$$+\frac{1}{\pi^2}\int\limits_0^{\psi(x)}\int\limits_{f^-(\zeta)}^{\psi^-(\zeta)}\frac{\alpha(\xi,\zeta)\sqrt{[f(x)-\zeta][\psi^-(\zeta)-\xi]}}{(x-\xi)(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}\,d\xi\,d\zeta$$

выражается через известные на поверхности крыла значения $\Phi_\eta{}' = \alpha$ и для гладких крыльев принадлежит к классу непрерывных функций.

Оценим норму оператора

$$I_1\tau_1 = \frac{1}{\pi^2}\int\limits_0^{\psi(x)}\int\limits_0^{f^-(\zeta)}\frac{\tau_1(\xi,\zeta)\sqrt{[f(x)-\zeta][\psi^-(\zeta)-\xi]}}{(x-\xi)(z-\zeta)\sqrt{[x-\psi^-(\zeta)][\zeta-f(\xi)]}}\,d\xi\,d\zeta,$$

интегрирование в котором производится по криволинейному треугольнику N_1OR_1 в носовой части области Σ_1:

$$\|I_1\| = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\left|\frac{\sqrt{f(x)-\zeta}}{(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}H(x,\zeta)\right|d\zeta,$$

$$H(x,\zeta) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{f^-(\zeta)}\frac{\sqrt{\psi^-(\zeta)-\xi}}{(x-\xi)\sqrt{\zeta-f(\xi)}}\,d\xi \leqslant \frac{1}{\pi}\sqrt{\psi^-(\zeta)}\int\limits_0^{f^-(\zeta)}\frac{d\xi}{(x-\xi)\sqrt{\zeta-f(\xi)}}.$$

Заметим, что под интегралом оператора I_1 (в том числе оператора H) стоит знакопостоянная положительная функция. При изменениях пределов интегрирования, сделанных для проведения оценок, знакоположительность подынтегральных функций и интегралов от них не нарушается.

При проведении оценок следует различать случай вогнутых (рис. 2) и выпуклых (рис. 3) передних кромок. На рис. 2, 3 дан фрагмент носовой части крыла (см. рис. 1). Для вогнутых кромок проведем касательную к передней кромке OB_1 в вершине крыла (линия OH_1), уравнение которой $\zeta = k_{12}\xi$ $(1 \leqslant k_{12} \leqslant \infty)$. Для выпуклых кромок соединим прямой линией вершину крыла с точкой пересечения N_1 характеристики R_2Q_1 с передней кромкой (уравнение прямой ON_1 $\zeta = k_{13}\xi$ $(1 \leqslant k_{13} \leqslant \infty)$). В обоих слу-

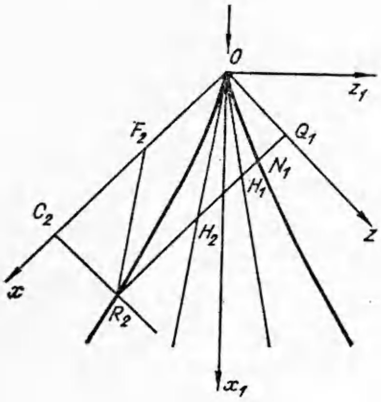

Рис. 2

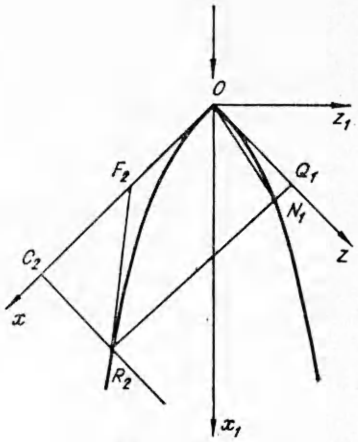

Рис. 3

чаях $\zeta = f(\xi) < k_1\xi$ в рассматриваемом интервале $0 \leqslant \zeta \leqslant \psi(x)$ (координаты точки $R_2[x,\ \psi(x)]$). С учетом этого

$$H \leqslant \frac{1}{\pi}\sqrt{\psi^-(\zeta)}\int\limits_0^{\zeta/k_1}\frac{d\xi}{(x-\xi)\sqrt{\zeta-k_1\xi}} =$$

$$= \frac{1}{\pi}\sqrt{\psi^-(\zeta)}\,\frac{2}{\sqrt{k_1x-\zeta}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\zeta-k_1\xi}{k_1x-\zeta}}\,\Bigg|_0^{\zeta/k_1} \leqslant \sqrt{\frac{\psi^-(\zeta)}{k_1x-\zeta}}.$$

Таким образом,

$$\|I_1\| \leqslant \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\frac{\sqrt{f(x)-\zeta}}{(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}\sqrt{\frac{\psi^-(\zeta)}{k_1x-\zeta}}\,d\zeta,$$

$$\|I_1\| \leqslant \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\frac{\sqrt{k_1x-\zeta}}{(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}\sqrt{\frac{\psi^-(\zeta)}{k_1x-\zeta}}\,d\zeta = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\frac{\sqrt{\psi^-(\zeta)}\,d\zeta}{(z-\zeta)\sqrt{x-\psi^-(\zeta)}}.$$

При дальнейшем проведении оценок следует опять различать случай вогнутых (рис. 2) и выпуклых (рис. 3) кромок. Для вогнутых кромок из точки $R_2[x,\ \psi(x)]$ проведем прямую R_2F_2, уравнение которой $\xi = g_{22}(\zeta) = x - [\psi(x)-\zeta]/k_{22}$, $R_2F_2 \| OH_2$ (k_{22} — тангенс угла наклона касательной к передней кромке OB_2 в вершине крыла). Для выпуклых кромок из точки $R_2[x,\ \psi(x)]$ проведем прямую R_2F_2, уравнение которой $\xi = g_{23}(\zeta) = x - [\psi(x)-\zeta]/k_{23}$ (k_{23} — тангенс угла наклона касательной к передней кромке OB_2 в точке R_2 ($0 \leqslant k_{22},\ k_{23} \leqslant 1$)). В обоих случаях $\xi = \psi^-(\zeta) \leqslant g_2(\zeta)$ в рассматриваемом интервале $0 \leqslant \zeta \leqslant \psi(x)$ и, следовательно,

$$\|I_1\| \leqslant \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\frac{\sqrt{g_2(\zeta)}}{(z-\zeta)\sqrt{x-g_2(\zeta)}}\,d\zeta.$$

С учетом того, что $g_2(\zeta) \leqslant x$, $x - g_2(\zeta) = [\psi(x)-\zeta]/k_2$, запишем

$$\|I_1\| \leqslant \frac{\sqrt{k_2x}}{\pi}\int\limits_0^{\psi(x)}\frac{d\zeta}{(z-\zeta)\sqrt{\psi(x)-\zeta}} = \frac{\sqrt{k_2x}}{\pi}\,\frac{2}{\sqrt{z-\psi(x)}}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{\psi(x)-\zeta}{z-\psi(x)}}\,\Bigg|_0^{\psi(x)} \leqslant$$

$$\leqslant \sqrt{\frac{k_2x}{z-\psi(x)}}.$$

В области Σ_1 $f(x) \leqslant z \leqslant \infty$, и окончательно имеем оценку

$$\|I_1\| \leqslant \sqrt{\frac{k_2 x}{f(x) - \psi(x)}}, \tag{12}$$

где $0 \leqslant k_2 \leqslant 1$ — максимальное значение тангенса угла наклона передней кромки OB_2 на участке $0 \leqslant \xi \leqslant x$ $(P_1(x, z) \in \Sigma_1)$ как для случая вогнутых, так и выпуклых кромок OB_2.

Необходимым условием сходимости решения уравнения (11) методом последовательных приближений является требование $\|I_1\| \leqslant 1$. Если $\|I_1\| < 1$, то единственным решением уравнения (11) будет ряд [6, с. 126, 127]

$$\tau_1 = \sum_{n=0}^{\infty} I_1^n (G_1 \alpha). \tag{13}$$

Рассмотрим границы применимости метода последовательных приближений при проведенных оценках сверху для крыльев, проекции передних кромок которых на базовую плоскость — прямые линии ($z = k_i x$ — уравнение линии OB_i). Согласно (12), необходимое условие сходимости в этом случае имеет вид

$$\|I_1\| \leqslant \sqrt{\frac{k_2}{k_1 - k_2}} < 1. \tag{14}$$

Для симметричного относительно плоскости $z = 0$ крыла ($k_2 = 1/k_1 = 1/k$, $k \geqslant 1$) из (14) следует, что $k > \sqrt{2}$. Это соответствует углам стреловидности $45° \leqslant \chi \leqslant 81°$ ($\chi = 45°$ — звуковая кромка). Для крыла, передняя кромка OB_1 которого направлена по потоку ($k_1 = 1$, $\chi_1 = 90°$), $k_2 > 1/2$, что отвечает углам стреловидности $45° \leqslant \chi_2 \leqslant 72°$. Аналогично для крыла, передняя кромка OB_2 которого направлена по потоку ($k_2 = 1$, $\chi_2 = 90°$), $k_1 > 2$ (углы стреловидности $45° \leqslant \chi_1 \leqslant 72°$). Во всех трех примерах угол при вершине треугольника $\approx 18°$. Напомним, что k_i — тангенсы угла наклона передних кромок — определены в характеристической системе координат Oxz ($k = 0$ — ось Ox, $k = \infty$ — ось Oz), а углы стреловидности, как обычно, отсчитываются от направления оси Oz_1 исходной системы координат Ox_1z_1 (см. рис. 1).

Нулевым приближением решения уравнения (11) является первый член ряда (13) $\tau_{10}(x, z) = G_1\alpha$. Согласно (11), нулевое приближение нормальной производной потенциала скорости на базовой плоскости вне крыла

$$\theta_{10}(x, z) = \frac{G_1 \alpha}{\sqrt{z - f(x)}}, \quad (x, z) \in \Sigma_1. \tag{15}$$

По формуле (15) вычислены θ_{10} в случае обтекания плоских треугольных пластин, симметричных относительно плоскости $z = 0$, с различными углами стреловидности. Результаты расчетов θ_{10} на лучах μ, проходящих через точку $(x, z) \in \Sigma_1$, для трех пластин $k = 5{,}671$, $\chi = 55°$; $k = 2{,}145$,

$\frac{\operatorname{tg}\mu}{\operatorname{tg}\varkappa}$	$k=5{,}671$, $\chi=55$		$k=2{,}145$, $\chi=70$		$k=1{,}428$, $\chi=80$	
	θ_{10}	θ_1	θ_{10}	θ_1	θ_{10}	θ_1
1,05	1,923805	1,924042	1,541694	1,552448	0,970179	1,015902
1,1	1,165466	1,165626	0,909604	0,916793	0,535812	0,565723
1,2	0,663620	0,663723	0,500043	0,504623	0,270223	0,288625
4/3	0,416764	0,416836	0,304412	0,307549	0,152776	0,164930
2	0,129256	0,129283	0,087831	0,088978	0,037555	0,041602
8/3	0,069286	0,069302	0,045713	0,046363	0,018403	0,020607
3	0,054871	0,054884	0,035872	0,036393	0,014182	0,015935
4	0,032104	0,032112	0,020624	0,020939	0,007883	0,008914
6	0,015894	0,015898	0,010043	0,010203	0,003722	0,004235
12	0,005152	0,005153	0,003205	0,003258	0,001154	0,001321

$\chi = 70°$; $k = 1{,}428$, $\chi = 80°$ приведены в таблице. Угол луча μ (правая часть рис. 4) задается через значение тангенса угла наклона передней кромки $\mathrm{tg}\mu = ak$ ($a = 1{,}05; 1, 1; \ldots; 6; 12$). Луч $\mathrm{tg}\ \mu = k$ соответствует передней кромке OB_1 ($k = \mathrm{tg}\ \varkappa$), луч $\mathrm{tg}\ \mu = \infty$ — головной характеристике OA_1. В левой части рис. 4 дан график $\theta_{10} = \theta_{10}(\mu)$ для пластины $k = 5{,}671$, $\chi = 55°$ ($\mu = 80°$ отвечает передней кромке OB_1, $\mu = 90°$ — головной характеристике OA_1).

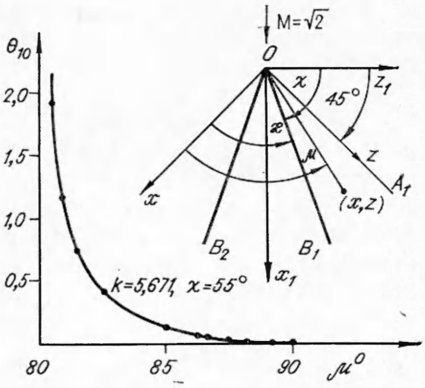

Рис. 4

В таблице приведены также значения θ_1 на этих же лучах согласно точному решению [7, с. 129]. На передней кромке OB_1 значения θ_{10} и θ_1 имеют особенность $r^{-1/2}$, на головной характеристике OA_1 $\theta_{10} = \theta_1 = 0$. На ближайшем к передней кромке луче ($\mathrm{tg}\ \mu = 1{,}05k$) отклонение значения θ_{10} от точного решения составляет для пластины $k = 5{,}671$, $\chi = 55°$ менее 0,01 %, для $k = 2{,}145$, $\chi = 70°$ — менее 1 %, для $k = 1{,}428$, $\chi = 80°$ — менее 5 %.

Как и следовало ожидать, с увеличением степени отхода передних кромок от звуковых отклонение нулевого приближения от точного увеличивается. Но даже в случае наиболее узкого из применяемых в практике самолетостроения крыла $\chi = 80°$ ошибка в 5 % для числа $M = \sqrt{2}$ в определении скоса потока вне крыла при расчете суммарных аэродинамических характеристик будет менее значительной. С увеличением числа Маха ($M > \sqrt{2}$) степень отхода передних кромок от звуковых конкретного крыла с заданным значением угла стреловидности χ уменьшается, и расчет аэродинамических характеристик крыла по нулевому приближению становится более достоверным.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красильщикова Е. А.** Крыло конечного размаха в сжимаемом потоке.— М.; Л.: Гостехиздат, 1952.
2. **Красильщикова Е. А.** Тонкое крыло в сжимаемом потоке.— М.: Наука, 1986.
3. **Гуревич М. И.** О подъемной силе стреловидного крыла в сверхзвуковом потоке // ПММ.— 1946.— Т. 10, вып. 4.
4. **Кузнецов А. В.** Сверхзвуковое обтекание тонкого крыла с дозвуковыми кромками // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 5.
5. **Воробьев Н. Ф.** Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке.— Новосибирск: Наука, 1985.
6. **Колмогоров А. Н., Фомин С. В.** Элементы теории функций и функционального анализа. Вып. 1. Метрические и нормированные пространства.— М.: Изд-во МГУ, 1954.
7. **Аэродинамика** частей самолета при больших скоростях/Под ред. А. Ф. Доновэна, Г. Р. Лоуренса.— М.: ИЛ, 1959.

г. Новосибирск *Поступила 28/XI 1988 г., в окончательном варианте — 14/II 1989 г.*

УДК 532.516

В. Л. Сенницкий

О САМОДВИЖЕНИИ ТЕЛА В ЖИДКОСТИ

1. Многие тела (корабли, живые существа) могут совершать самодвижение в жидкости, т. е., находясь в жидкости, перемещаться, отталкиваясь от нее.