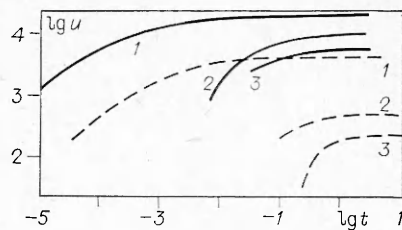


Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 показаны результаты аналогичного расчета, но для более низкой начальной плотности ($\rho_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ кг/м³). В данном случае осуществляется режим, близкий к режиму «полной закалки». Видно, что время начала разлета при реальном значении $\gamma(t, m)$ увеличилось на порядок по сравнению с расчетом для $\gamma = 1,4$, а скорости разлета при $\gamma = 1,4$ в 5 раз выше, чем при реальной зависимости $\gamma(t, m)$.

В рассмотренных примерах метод оказался достаточно эффективным. Зависимость $\gamma(t, m)$ определялась методом последовательных приближений. Две итерации обеспечили точность $\sim 5\%$, что свидетельствует о быстрой сходимости. Расчет системы уравнений ХК велся в пяти точках по пространству, что было достаточно для достижения точности $\sim 5\%$ при интерполяциях величины γ . Представляет интерес распространить описанный метод для более широкого класса газодинамических задач с сильной неравновесностью.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность И. А. Девяттерикову, Е. А. Иванову и В. П. Кудрявцеву за полезные обсуждения в процессе выполнения данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.
2. Гольберг С. М., Захаров А. Ю., Филиппов С. С. О некоторых численных методах решения жестких систем ОДУ. Препринт ИПМ АН СССР, 1976.
3. Gear C. W. Dfsub for solution of ordinary differential equations.— Comm. ACM, 1971, v. 14, p. 176.
4. Мак-Ивен М., Филиппе А. Химия атмосферы. М.: Мир, 1978.

Поступила 28/II 1984 г.

УДК 532.584:537.24

ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПОТОКОВ ПРИ ПОМОЩИ КОРОННОГО РАЗРЯДА

Н. Л. Васильева, Л. Т. Черный

(Москва)

В [1] исследована зарядка дисперсных частиц аэрозоля при движении последнего через область одномерного униполярного коронного разряда с электрическим полем, направленным вдоль аэрозольного потока. При этом учитывалось влияние движения газа на характеристики коронного разряда, что существенно при скоростях аэрозоля $u \geq bE$, где E — напряженность электрического поля, b — подвижность ионов. В данной работе на основании полученных в [1] результатов изучаются макроскопические электрогидродинамические методы расчета средних параметров высокоскоростных аэрозольных потоков в одномерном коронном разряде, не требующие проведения сложных микроскопических измерений.

1. Рассмотрим стационарное течение аэрозоля, состоящего из газа и жидких дисперсных частиц, между двумя плоскими круглыми сетками-электродами, расположенными перпендикулярно аэрозольному потоку.

Пусть на электроде-эмиттере для создания коронного разряда установлена система игл, направленных вдоль потока аэрозоля и начинающих коронировать при потенциале эмиттера $\Phi_0 > 0$, электрод-коллектор заземлен (его потенциал примем за нуль), и аэрозоль движется через межэлектродный промежуток в направлении от эмиттера к коллектору. Аппроксимируя коронирующие иглы полуэллипсоидами вращения, оценим величину начальной напряженности электрического поля, при которой зажигается коронный разряд. Как известно [2—4], коронный разряд в резко неоднородных полях возникает, если выполняется условие самостоятельности газового разряда

$$(1.1) \quad \int \alpha(E) ds = K,$$

где α — эффективный коэффициент ионизации. Для воздуха при нормальном атмосферном давлении и температуре зависимость α от величины напряженности электрического поля E может быть аппроксимирована выражением [3—5]

$$(1.2) \quad \alpha(E) = A(E - B)^2,$$

которое обеспечивает хорошее совпадение с экспериментом до значений $E = 1,2 \cdot 10^7$ В/м [3—5]. В [3] приведены экспериментально полученные значения коэффициентов $B = 24,5 \cdot 10^5$ В/м, $\sqrt{K/A} = 6,5 \cdot 10^4$ В/м^{1/2}.

Будем рассматривать случай, когда выполнены неравенства

$$(1.3) \quad h \gg l \gg \Delta,$$

где h — расстояние между коронирующими иглами сетки-эмиттера; l — длина игл; Δ — размер ячейки в сетке. Тогда распределение напряженности электрического поля около каждой иглы близко к распределению напряженности поля около одиночной коронирующей иглы, прикрепленной к бесконечной металлической плоскости. Выпишем формулу для определения начальной напряженности электрического поля, при которой зажигается коронный разряд, в случае одной коронирующей иглы, используя равенства (1.1), (1.2) и соответствующие приближенные выражения для распределения напряженности электрического поля E вблизи коронирующих электродов произвольной формы, выведенные в [3]:

$$(1.4) \quad \int_0^{x^*} A \left[E_l \frac{r^2}{(r+x)^2} - B \right]^2 dx = K.$$

Здесь E_l — величина напряженности электрического поля у конца иглы; r — главный радиус кривизны в конце полуэллипсоида вращения, аппроксимирующего иглу; x — расстояние от конца иглы вдоль нормали к ней; x^* — величина, определяемая из условия

$$\alpha(x^*) = A \left[E_l \frac{r^2}{(r+x^*)^2} - B \right]^2 = 0.$$

После интегрирования в (1.4) получим уравнение для определения напряженности электрического поля E_l , при которой зажигается коронный разряд:

$$(1.5) \quad E_l^{*2} - 6E_l^* + 8\sqrt{E_l^*} = 3\left(\frac{K}{AB^2r} + 1\right), E_l^* = \frac{E_l}{B}.$$

Пусть, например, толщина и длина коронирующей иглы равны соответственно $2m = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $l = 5 \cdot 10^{-3}$ м. Тогда $r = m^2/l = 2 \cdot 10^{-4}$ м. Из (1.5) найдем $E_l^* \approx 4,9$ и, следовательно, $E_l \approx 1,2 \cdot 10^7$ В/м, $E = E_l r^2/(r + x)^2 \leq 1,2 \cdot 10^7$ В/м.

Распределение электрического поля около одной иглы, выполненной в виде полуэллипсоида вращения и прикрепленной к металлической плоскости, до зажигания коронного разряда совпадает с распределением

электрического поля в задаче о незаряженном проводящем эллипсоиде вращения, находящемся во внешнем однородном электрическом поле с напряженностью, направленной вдоль большой оси эллипсоида и равной напряженности E_0 электрического поля вдали от металлической плоскости с иглой. Поэтому напряженность электрического поля у конца иглы E_l выражается через E_0 по формуле [6]

$$(1.6) \quad E_l = \frac{2e^3 E_0}{(1-e^2) \left(\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e \right)}, \quad e \equiv \sqrt{1 - \frac{m^2}{l^2}}.$$

Зная размеры коронирующей иглы m , l и величину E_l , при помощи формулы (1.6) легко определить напряженность электрического поля E_0 на расстоянии $L \gg l$ от электрода, при которой зажигается коронный разряд. Пусть, например, $E_l = 1,2 \cdot 10^7$ В/м. Тогда для указанных значений m , l имеем $E_0 = 6,74 \cdot 10^5$ В/м. При выполнении неравенства $H \gg L$, где H — расстояние между сетками-электродами, можно считать, что напряженность E_0 есть средняя напряженность электрического поля вблизи сетки-эмиттера (по сравнению с расстоянием H). Если вместо неравенств (1.3) выполняются более слабые условия $h \geq l \geq \Delta$, то формула (1.6) может быть использована лишь для оценки порядка средней величины напряженности электрического поля у сетки-эмиттера \bar{E}_0 , при которой зажигается коронный разряд.

2. При движении в области униполярного коронного разряда между сетками-электродами дисперсные частицы аэрозоля приобретают положительный электрический заряд вследствие осаждения на них положительных ионов. Ограничимся важным для приложений случаем достаточно сильных электрических полей и малых концентраций частиц, когда можно пренебречь влиянием, оказываемым на зарядку частиц тепловым движением ионов и возмущениями электрического поля и концентрации ионов, вызванными соседними частицами. Для этого достаточно, чтобы выполнялись неравенства [7]

$$(2.1) \quad a \ll \delta \leq \lambda \ll H \quad (\delta \sim bEa^2/D, \lambda \sim n^{-1/3}).$$

Здесь a — радиус частиц; δ — характерное расстояние, которое проходят ионы под действием электрического поля за время $\tau \sim a^2/D$, т. е. за время, необходимое им для перемещения на расстояние $\sim a$ в результате теплового движения; λ — характерное расстояние между частицами; n — концентрация частиц; E — среднее значение напряженности электрического поля по физически бесконечно малому объему, содержащему достаточно большое число частиц; b , D — подвижность и коэффициент диффузии ионов ($b \simeq 1,7 \cdot 10^{-4}$ м²/(В·с), $D \simeq 4,6 \cdot 10^{-6}$ м²/с); диэлектрическая проницаемость аэрозоля принимается равной единице. Последнее неравенство (2.1) следует из предположения о возможности описания движения аэрозоля в электрическом поле в рамках механики сплошной среды [8].

Пусть также расстояние между иглами сетки-эмиттера h , расстояние между электродами H и радиус электродов R удовлетворяют неравенствам

$$(2.2) \quad R \gg H \gg h.$$

Тогда можно считать течение аэрозоля одномерным и для расчета электрических параметров течения использовать формулы, полученные в [1]:

$$(2.3) \quad E_H = \frac{1}{b} \left[\frac{3}{4} \left(\frac{b\Phi}{H} - u \right) - \frac{bE_0}{2} + \sqrt{\frac{9}{16} \left(\frac{b\Phi}{H} + u \right)^2 + \frac{3}{4} (u + bE_0) \left(\frac{b\Phi}{H} - bE_0 \right)} \right];$$

$$(2.4) \quad j = \frac{1}{8\pi bH} [(u + bE_H)^2 - (u + bE_0)^2];$$

$$(2.5) \quad Q_H = 3a^2 E_H F(\text{Pe}_E, \text{Pe}_E^0), \quad \text{Pe}_E = \frac{u}{bE_H}, \quad \text{Pe}_E^0 = \frac{u}{bE_0},$$

$$F = \frac{K_2 \left(\sqrt{1/Pe_E^0} \right) I_2 \left(\sqrt{1/Pe_E} \right) - I_2 \left(\sqrt{1/Pe_E^0} \right) K_2 \left(\sqrt{1/Pe_E} \right)}{K_2 \left(\sqrt{1/Pe_E^0} \right) I_0 \left(\sqrt{1/Pe_E} \right) - I_2 \left(\sqrt{1/Pe_E^0} \right) K_0 \left(\sqrt{1/Pe_E} \right)}.$$

Здесь Φ — потенциал эмиттера ($\Phi > \Phi_0 \equiv E_0 H$); u — скорость аэрозоля; E_0, E_H — напряженность электрического поля у эмиттера и коллектора соответственно; j — плотность электрического тока ионов между электродами; Q_H — заряд аэрозольной частицы, находящейся на выходе из межэлектродного промежутка; I_0, I_2, K_0, K_2 — модифицированные функции Бесселя. Электрический ток, переносимый дисперсными частицами J_p и электрический ток ионов J вычисляются соответственно по формулам

$$(2.6) \quad J_p = \pi R^2 u n Q_H, \quad J = \pi R^2 j.$$

При выводе уравнений (2.3) — (2.5) предполагалось [1], что влияние электрического поля на движение газа и дисперсных частиц мало, скорости газа и частиц постоянны и равны между собой, а концентрация дисперсных частиц достаточно мала ($n Q_H \ll q, J_p \ll J$), так что влиянием частиц на напряженность электрического поля E и плотность электрического заряда ионов q можно пренебречь. Отметим, что если вместо неравенств (2.2) выполняются более слабые соотношения $h \leq H \leq R$, то формулы (2.3) — (2.6) могут быть использованы для оценки порядков величин соответствующих параметров.

В таблице приведены вычисленные значения параметров E_H, J, Q_H, J_p для трех режимов течения с различными размерами и концентрациями дисперсных частиц аэрозоля. Начальная напряженность зажигания коронного разряда E_0 для первого режима течения на основании расчетов, проведенных в п. 1, соответствует иглам с $l = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $2m = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Для второго и третьего режимов течения величина E_0 задается соответственно на один и два порядка меньше. Уменьшение E_0 соответствует большому заострению коронирующих игл. Отметим, что простых аналитических выражений, связывающих E_0 и размеры коронирующей иглы, для второго и третьего режимов течения не существует. При вычислении значений параметров течения Φ и E_0 задавались такими, чтобы ток ионов и ток дисперсных частиц аэрозоля удовлетворяли соотношениям

$$(2.7) \quad J \sim 10^{-6} \text{ А} = 1 \text{ мкА}, \quad J_p \leq 10^{-8} \text{ А} \ll J.$$

При этом можно считать, что дисперсные частицы не влияют на коронный разряд. Из таблицы также видно, что для рассмотренных режимов течения неравенства (2.1) выполнены.

3. Рассмотрим вопрос об определении среднего размера дисперсных частиц. Ограничимся сначала случаем монодисперсного аэрозоля. Тогда средний массовый заряд частиц аэрозоля z на выходе из межэлектродного промежутка связан с их радиусом соотношением

$$(3.1) \quad z = Q_H / m_p = 9 E_H F(Re_E, Re_E^0) / (4 \pi \rho a),$$

где m_p — масса частицы аэрозоля; ρ — плотность ее материала. Зная средний массовый заряд частиц z , из формулы (3.1) можно найти радиус частиц a :

$$(3.2) \quad a = 9 E_H F(Re_E, Re_E^0) / (4 \pi \rho z).$$

Для определения массового заряда частиц может быть использован, например, устанавливаемый за сеткой-коллектором пробозаборный датчик [3, 9], представляющий собой цилиндрический конденсатор, состоящий из заземленного электрода, прокладки из изоляционного материала и фильтра, с проводящими волокнами, подключенного к электрометру и соединенного с насосом. Насосом аэрозоль засасывается внутрь датчика, где он пропускается через фильтр. К фильтру датчика подключается

H , м	R , м	E_0 , кВ/м	Φ , кВ	a , м	n , м ⁻³	E_H , кВ/м
$5 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	$6,74 \cdot 10^2$	33,8	10^{-6}	10^{10}	$6,78 \cdot 10^2$
$5 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	50	3	10^{-5}	10^8	70
$5 \cdot 10^{-2}$	$12,5 \cdot 10^{-2}$	5	0,5	10^{-4}	10^7	15

электрометр, которым определяется электрический потенциал фильтра Φ_f , возникающий в результате осаждения на фильтре заряженных частиц аэрозоля. Затем при помощи аналитических весов измеряется масса частиц M_f , осевших на фильтре, а массовый заряд частиц z находится по формуле [3, 9]

$$(3.3) \quad z = C_f \Phi_f / M_f,$$

где C_f — емкость датчика массового заряда. Во многих случаях при проведении лабораторных исследований известен полный расход массы дисперсных частиц W в потоке аэрозоля. Например, он может быть равен расходу жидкости в распыляющей форсунке. Тогда M_f можно вычислить по формуле

$$(3.4) \quad M_f = WtkS/S_a,$$

не прибегая к измерениям приращения массы фильтра с помощью аналитических весов. В (3.4) k — коэффициент захвата датчика; S — площадь его отверстия; S_a — площадь поперечного сечения струи аэрозоля; t — время осаждения.

Приведем два примера применения описанного метода расчета среднего размера дисперсных частиц аэрозоля. Пусть монодисперсный аэрозоль, состоящий из частиц воды, взвешенных в воздухе, движется со скоростью $u = 10$ м/с сквозь две плоские круглые сетки-электроды, расположенные перпендикулярно потоку на расстоянии $H = 5 \cdot 10^{-2}$ м друг от друга. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³.

Напряженность электрического поля у сетки-эмиттера E_0 и величина потенциала эмиттера Φ задаются равными $E_0 = 50$ кВ/м, $\Phi = 3$ кВ. При этом на основании (2.3) имеем $E_H = 6,9 \cdot 10^4$ В/м для $b = 1,7 \cdot 10^{-4}$ м²/(В·с). Найденное по формуле (3.3) значение $z = 4 \cdot 10^{-5}$ Кл/кг. Средний радиус дисперсных частиц, определенный из формулы (3.2), $a \approx 10^{-5}$ м. Пусть теперь монодисперсный аэрозоль, состоящий из частиц воды, взвешенных в воздухе, движется между электродами со скоростью 100 м/с. Напряженность электрического поля у сетки-эмиттера E_0 и величина потенциала эмиттера Φ задаются равными $E_0 = 5$ кВ/м, $\Phi = 0,5$ кВ. В этом случае при $b = 1,7 \cdot 10^{-4}$ м²/(В·с) на основании (2.3) имеем $E_H = 1,5 \cdot 10^4$ В/м. Найденное по формуле (3.3) значение $z = 2,4 \cdot 10^{-8}$ Кл/кг. Средний радиус дисперсных частиц аэрозоля, определенный из формулы (3.2), $a \approx 10^{-4}$ м.

Рассмотрим полидисперсный аэрозольный поток и запишем выражение для среднего массового заряда частиц

$$(3.5) \quad z = \frac{C_f \Phi_f}{M_f} = \frac{Q_f}{M_f} = \frac{\int_0^{\infty} f(a) Q_H(a) da}{\int_0^{\infty} f(a) m(a) da},$$

где Q_f — заряд частиц, осевших на фильтре датчика; $f(a)$ — функция распределения частиц по радиусу; $Q_H(a)$, $m(a)$ — заряд и масса частицы радиуса a на выходе из межэлектродного промежутка. Подставив в формулу

J, A	$Q_H, Кл$	J_p, A	$\delta_0, м$	$\delta_H, м$	$\lambda, м$
$4,2 \cdot 10^{-6}$	$0,6 \cdot 10^{-17}$	$2,9 \cdot 10^{-8}$	$24,4 \cdot 10^{-6}$	$24,6 \cdot 10^{-6}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$
$3,3 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-16}$	$7,85 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$9,8 \cdot 10^{-7}$	$1,52 \cdot 10^{-15}$	$7,45 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$

(3.5) выражение (2.5) для заряда частицы радиуса a , находящейся на выходе из межэлектродного промежутка, получим

$$(3.6) \quad z = \frac{9E_H F(\text{Pe}_E, \text{Pe}_E^0)}{4\pi\rho} \frac{\langle a^2 \rangle}{\langle a^3 \rangle},$$

где $\langle a^2 \rangle$, $\langle a^3 \rangle$ — моменты функции распределения частиц по радиусу второго и третьего порядков.

В облаках и туманах для частиц, радиус которых изменяется в диапазоне 0,5 — 20 мкм, функцию распределения частиц по радиусу можно представить в виде [10, 11]

$$(3.7) \quad f(a) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)\beta^{\alpha+1}} a^\alpha e^{-a/\beta},$$

где α , β — некоторые, вообще говоря, неизвестные параметры. Тогда имеют место соотношения

$$\langle a^n \rangle \equiv \int_0^\infty f(a) a^n da = \beta^n (\alpha+1) \dots (\alpha+n), \quad \frac{\langle a^2 \rangle}{\langle a^3 \rangle} = \frac{1}{\beta(\alpha+3)} = \frac{\alpha+1}{\alpha+3} \frac{1}{\langle a \rangle}.$$

Здесь $\langle a \rangle$ — момент функции распределения $f(a)$ первого порядка, т. е. средний радиус частиц. После подстановки выражений для моментов функции распределения (3.7) формула (3.6) примет вид

$$z = \frac{\alpha+1}{\alpha+3} \frac{9E_H F(\text{Pe}_E, \text{Pe}_E^0)}{4\pi\rho \langle a \rangle}.$$

Следовательно, среднее значение радиуса дисперсных частиц

$$(3.8) \quad \langle a \rangle = \frac{\alpha+1}{\alpha+3} \frac{9E_H F(\text{Pe}_E, \text{Pe}_E^0)}{4\pi\rho z},$$

где z определяется по формуле (3.3) через измеряемые значения потенциала фильтра датчика массового заряда и приращения массы фильтра. Формула (3.8) для определения среднего значения радиуса частиц в полидисперсном аэрозоле отличается от формулы (3.2) для определения радиуса частиц в монодисперсном аэрозоле коэффициентом $c = (\alpha+1)/(\alpha+3)$, который может изменяться от 1/3 до 1 при изменении α от 0 до ∞ . Поэтому, если α не известно, для приближенной оценки $\langle a \rangle$ имеет смысл выбрать $\alpha = \alpha_0$ так, чтобы максимум относительной ошибки при расчете $\langle a \rangle$ по формуле (3.8) достигался на обоих концах интервала изменения c . Отсюда следует $\alpha_0 = 1$, $c(\alpha_0) = 1/2$ и

$$\max_\alpha \left| \frac{\langle a \rangle - \langle a(\alpha_0) \rangle}{\langle a \rangle} \right| = \max_\alpha \left| \frac{c - c(\alpha_0)}{c} \right| = \left| \frac{1/3 - c(\alpha_0)}{1/3} \right| = |1 - c(\alpha_0)| = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, рассмотренный метод расчета позволяет, не прибегая к сложным измерениям, оценить с относительной ошибкой не более 50% также средний радиус частиц в атмосферных полидисперсных аэрозолях в случае, когда известен только общий вид функции распределения частиц по размерам (гамма-распределение [10, 11]), но не известны ее параметры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева Н. Л., Черный Л. Т. Электризация аэрозольных частиц при движении в одномерном коронном разряде. — ПМТФ, 1982, № 4.
2. Разевик Д. В. Начальные напряжения газового разряда в электрических полях различной конфигурации. — Электричество, 1970, № 8.
3. Верещагин И. П., Левитов В. И., Мирзабекян Г. З., Пашин М. М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М.: Энергия, 1974.
4. Ватажин А. Б., Грабовский В. И., Лихтер В. А., Шульгин В. И. Электрогазодинамические течения. М.: Наука, 1983.
5. Капцов Н. А. Электрические явления в газах и вакууме. 2-е изд. М.—Л.: Гостехиздат, 1950.
6. Тамм И. Е. Основы теории электричества. 8-е изд. М.: Наука, 1966.
7. Черный Л. Т. Одномерные течения униполярно заряженных электризующихся аэрозолей в ускоряющем электрическом поле. — ДАН СССР, 1983, т. 273, № 3.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды. 3-е изд. М.: Наука, 1976, т. 1, 2.
9. Воробьев П. В. Методика исследования эффективности работы устройств для зарядки аэрозолей. — В кн.: Докл. науч.-техн. конф. по итогам НИР за 1966—1967 г. М.: МЭИ, 1967.
10. Левин Л. М. Исследования по физике грубодисперсных аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1964.
11. Беляев С. П., Никифорова Н. К., Смирнов В. В., Щелчков Г. И. Оптико-электронные методы изучения аэрозолей. М.: Энергоиздат, 1981.

Поступила 6/IX 1983 г.

УДК 532.5.51+532.5.527

О СХОДСТВЕ ЭФФЕКТОВ ПЛОТНОСТНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ И ВРАЩЕНИЯ

В. А. Владимиров

(Новосибирск)

Наличие сходства (аналогии) между свойствами вращающихся и стратифицированных по плотности течений жидкости впервые отмечено в 1916 г. Рэлеем [1]. С этого времени опубликован целый ряд работ, в которых такое сходство успешно использовалось при решении задач теории волн, теории устойчивости, описания вторичных режимов и турбулентности. Обзоры некоторых относящихся сюда достижений даны в [2, 3].

Хотя успехи в использовании аналогии для получения новых результатов существенны, общее понимание вопроса неудовлетворительно. Серьезным недостатком является разрозненность набора примеров, на которых аналогия продемонстрирована. Степень близости, на основе которой результаты из двух областей объявляются аналогичными, варьируется от тождественности до весьма отдаленного сходства. Классификация примеров аналогии на основе каких-либо общих принципов не существует. Неясными остаются границы применимости аналогии. Данная работа возникла при попытке ответить на эти вопросы.

С наиболее общей точки зрения аналогия эффектов стратификации и вращения — следствие известного положения механики, гласящего, что любая часть истинного ускорения объекта после перехода в соответствующую подвижную систему координат может рассматриваться как поле «массовых сил». Такой подход привлекателен своей простотой и универсальностью. Однако оказывается, что во всех случаях, кроме тривиальных, он является бесполезным вследствие зависимости поля «массовых сил» от скорости. Хорошим примером здесь служат уравнения движения жидкости, записанные во вращающейся системе координат. «Массовой силой» в них приходится объявлять силу Кориолиса. Ясно, что введение такого сорта «массовых сил» не может дать каких-либо оснований для перенесения известных результатов, относящихся к случаю однородного поля тяжести, в новую область.

В то же время существуют более тонкие и одновременно более плодотворные способы выявления аналогии. Единственный возможный в настоящее время путь для их объединения — математический. Движения вращающейся и стратифицированной жидкости объявляются аналогичными, если они управляются близкими по форме уравнениями. Степень близости должна быть такой, чтобы описание некоторого класса движений в одной области существенно помогло решению сходной задачи в другой. При таком подходе вопрос об аналогии сводится к проблеме классификации соответствующих дифференциальных уравнений. В общем виде эта задача чрезвычайно сложна. В работе дано несколько примеров, иллюстрирующих возможность продвижения по этому пути. Рассмотрено два существенно различающихся по жесткости предъявляемых требований уровня аналогии: 1) уровень сходства исходных нелинейных уравнений движения вращающейся и стратифицированной жидкости; 2) сходство линейар-