является стационарным пульсирующим режимом, при котором из-за ограниченных размеров фронта основные пульсации носят вырожденный одномерный характер. Получено хорошее соответствие расчетных параметров процесса с экспериментом. Особо следует отметить, что при одних и тех же начальных условиях давление во фронте галопирующей детонации на отдельных участках движения оказывается в несколько раз больше, чем давление во фронте обычной волны Чепмена — Жуге.

Поступила в редакцию
19/III 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. A. J. Mooradian, W. E. Gordon. J. Chem. Phys., 1951, 19, 3.
2. R. E. Duff, H. T. Knight, H. R. Wright. J. Chem. Phys., 1954, 22, 9.
3. H. J. Michels, G. Munday, R. W. Ubbelhode. Proc. Roy. Soc., 1970, A319, 1539.
4. N. Manson, C. Brochet et al. 9-th Symp. (Intern.) on Combustion. New York, 1963.
5. J. P. Saint-Cloud, Cl. Guerraud et al. Acta Astr., 1972, 17.
6. В. Ю. Ульяницкий. ФГВ, 1980. 16, 3.
7. В. Ю. Ульяницкий. ФГВ. 1980. 16, 4.
8. А. А. Васильев, Ю. А. Николаев. ФГВ. 1976, 12, 5.
9. Р. И. Солоухин. Методы измерений и основные результаты исследований на ударных трубах. Новосибирск. Наука, 1969.

ОПЛАВЛЕНИЕ ВБЛИЗИ ТОЧКИ КОНТАКТА ПРИ КОСОМ СОУДАРЕНИИ ПЛАСТИН

М. С. Качан
(Новосибирск)

При высокоскоростном косом соударении пластин происходят сложные механические и тепловые явления, механизм которых пока нельзя считать выясненным до конца. Некоторые существенные его детали анализируются в [1, 2], где, в частности, предложены модели описания явления волнообразования и обсуждаются связанные с ним особенности тепловыделения. Специально тепловому режиму шва посвящены экспериментальные исследования [3, 4] и теоретические оценки [5—8]. Соответствующая задача Стефана для модели плоского соударения и динамика межфазной границы рассчитаны в [9]. Настоящая работа, не претендуя на полное описание, имеет целью дать расчет более близкой к реальности модели тепловых процессов вблизи контактной поверхности с учетом косого (под углом γ) характера соударения, когда точка контакта перемещается с конечной скоростью v (рис. 1). Хотя явление волнообразования остается вне рамок этой модели, она является следующим по сложности этапом по сравнению с рассматривавшимися ранее.

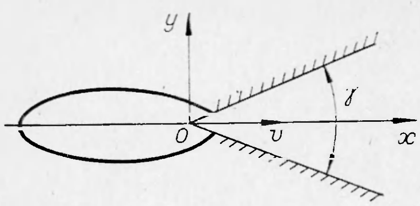

Рис. 1.

Полагается, что наличие зазора существенно не сказывается на тепловом режиме. Термогравитационной конвекцией в зоне расплава (обозначенной на рис. 1 контуром), играющей большую роль в металлургических задачах, при импульсной сварке можно пренебречь. В силу малости размера оплавленной зоны ($\sim 10^{-3}$ см) числа Грасгофа, характеризующие возможность возникновения конвекции, много меньше единицы, а время развития конвекции на два порядка больше времени затвердевания ($\sim 10^{-5}$ с). Поэтому в качестве следующей по сложности модели можно выбрать непрерывно действующий источник тепла (в точке контакта O), движущийся в среде с постоянной скоростью v.

Удобно перейти в систему координат, движущуюся с источником, тогда получим стационарную двумерную задачу теплопроводности

$$a(\partial^2 T/\partial x^2 + \partial^2 T/\partial y^2) + v \cdot \partial T/\partial x = 0,$$

где a — коэффициент температуропроводности; T — температура. Фундаментальное решение этого уравнения описывает поле от источника, помещенного в начале координат [10], и имеет вид

$$T = Qv/2\pi\lambda \exp(-vx/2a) K_0(rv/2a), \quad r^2 = x^2 + y^2,$$

где K_0 — функция Бесселя мнимого аргумента с особенностью в начале координат; λ — коэффициент теплопроводности; Q — количество тепла, приходящегося на единицу площади поверхности контакта. По условиям задачи можно определить масштаб длины

$$\delta = 1/2 \cdot Q/[L\rho + c\rho\,(T_* - T_0)],$$

где ρ — плотность; c — теплоемкость; L — теплота фазового перехода; T_* — температура плавления; T_0 — температура среды на бесконечности, и диффузионный масштаб a/v. Отношение этих масштабов составляет критерий Пекле $\mathrm{Pe} = v\delta/a$, который можно также интерпретировать как безразмерную скорость источника.

Поскольку в начале координат фундаментальное решение дает бесконечную температуру, то изотерма $T = T_*$ будет замкнутой кривой, ограничивающей область расплава вблизи начала координат. Уравнение этой кривой можно получить, пользуясь методом источников. Поток вещества через элемент ее длины равен $-\rho v dy$, оплавление в лобовой части приводит к стоку тепла с мощностью $-L\rho v dy$, а в кормовой части затвердевание реализует такой же мощности источник. Удобно использовать полярную систему координат: $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $dy = (r'\sin\varphi + r\cos\varphi)d\varphi$, $r' = dr/d\varphi$. Тогда суммарное температурное поле дается выражением

$$T - T_0 = \frac{Qv}{2\pi\lambda}\exp\left(-\frac{vr\cos\varphi}{2a}\right) K_0\left(\frac{vr}{2a}\right) - \frac{L\rho v}{2\pi\lambda}\int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{v}{2a}(r\cos\varphi - r_1\cos\varphi_1)\right] \times$$
$$\times (r_1'\sin\varphi_1 + r_1\cos\varphi_1)\, K_0\left(\frac{v}{2a}\sqrt{(r\cos\varphi - r_1\cos\varphi_1)^2 + (r\sin\varphi - r_1\sin\varphi_1)^2}\right) d\varphi_1,$$

где интеграл берется по межфазной границе $r_1 = r(\varphi_1)$. Полагая $T = T_*$ и переходя к безразмерным переменным $r \to r/\delta$ (обозначение оставим прежнее), $q = L/[L + c\,(T_* - T_0)]$, получим уравнение для фазового фронта

$$\pi\,(1 - q) = \mathrm{Pe}\exp\left(-\frac{\mathrm{Pe}\, r\cos\varphi}{2}\right) K_0\left(\frac{\mathrm{Pe}\, r}{2}\right) -$$
$$- \frac{q\,\mathrm{Pe}}{2}\int_0^{2\pi} (r_1'\sin\varphi_1 + r_1\cos\varphi_1)\exp\left[-\frac{\mathrm{Pe}}{2}(r\cos\varphi - r_1\cos\varphi_1)\right] \times$$
$$\times K_0\left(\frac{\mathrm{Pe}}{2}\sqrt{(r\cos\varphi - r_1\cos\varphi_1)^2 + (r\sin\varphi - r_1\sin\varphi_1)^2}\right) d\varphi_1. \qquad (1)$$

Когда $\mathrm{Pe} \to \infty$, задача редуцируется к случаю плоского соударения [9]. При $q = 0$ это можно показать аналитически. Уравнение (1) тогда переходит в следующее:

$$\pi/\mathrm{Pe} = \exp(-\mathrm{Pe}\, x/2) K_0(\mathrm{Pe} \cdot r/2). \qquad (2)$$

Рассмотрим сначала лобовую точку ($x = r$). Так как $K_0(z)e^{-z}$ — монотонно убывающая функция, то при $\mathrm{Pe} \to \infty$ и $z \to \infty$. Но при больших z асимптотически справедливо $K_0(z) = \sqrt{\pi/(2z)}e^{-z}$, поэтому z растет примерно как $\ln \mathrm{Pe}$ и, следовательно, $x \sim \frac{1}{\mathrm{Pe}} \ln \mathrm{Pe} \to 0$. Таким образом, лобовая точка стремится к началу координат. Для кормовой точки ($x = -r$) асимптотические оценки тем более справедливы, и из них следует $r \approx \mathrm{Pe}/\pi$, т. е. кормовая точка удаляется от источника, стремясь к бесконечности. Область расплава приобретает все более вытянутый характер, причем поперечные размеры ее остаются ограниченными. Значит, почти во всех точках границы асимптотически $|y| \ll x$. Полагая $r = \sqrt{x^2 + y^2} \simeq -x[1 + y^2/(2x^2)]$, получим для кормовой зоны

$$\frac{\pi}{\mathrm{Pe}} = \sqrt{\pi\Big/\left[\mathrm{Pe}\, x\left(1 + \frac{y^2}{2x^2}\right)\right]}\exp\left(-\frac{\mathrm{Pe}}{4}\frac{y^2}{|x|}\right).$$

Пренебрегая величиной $y^2/(2x^2)$ под корнем, будем иметь $y^2 = 2|x|/\mathrm{Pe} \cdot \ln(\mathrm{Pe}/\pi|x|)$. В неподвижной системе координат $|x| = \mathrm{Pe}\, t$ получаем уравнение $y^2 = 2t \ln(1/(\pi t))$, описывающее динамику межфазной границы при плоском соударении [9].

В реальных ситуациях величина Pe весьма велика. При скорости контакта $v = 3 \cdot 10^3$ м/с и параметрах, соответствующих экспериментам [3], $\mathrm{Pe} \approx 6 \cdot 10^3$. Поэтому все результаты, полученные в рамках модели плоского соударения, для времен оплавления и затвердевания и ширины оплавленной зоны достаточно точны.

Окрестность точки контакта и особенно ее лобовая часть принципиально не может быть описана в рамках модели плоского соударения, а информация о том, в каких условиях, и в частности тепловых, происходит соударение, весьма важна для понимания общей картины формирования сварного шва.

При $q = 0$ фазовую границу можно описать параметрически, исходя из уравнения (2),

$$x = \frac{2}{\mathrm{Pe}} \ln\left[\frac{\mathrm{Pe}}{\pi} K_0\left(\frac{\mathrm{Pe}\, r}{2}\right)\right], \quad y = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

При малых Pe капля расплава почти сферична, а ее радиус $r \to 0$ при $\mathrm{Pe} \to 0$. Это связано с тем, что мощность источника Qv убывает. Сводные зависимости характерных величин от числа Pe даны на рис. 2 (*1* и *4* — расстояние соответственно от кормовой и лобовой точек до источника, *3* — значения $y_{\max}$, *2* — модули абсцисс $|x^*|$ точек, отвечающих $y_{\max}$ ($|x^*|/\mathrm{Pe}$ — время оплавления)). Размер лобовой части оплавленной зоны (перед точкой контакта) имеет максимум при $\mathrm{Pe} \approx \pi$. При малых Pe кривые *1*, *3*, *4* сливаются, что соответствует сферичности капли.

При $q \neq 0$ фазовая граница $r(\varphi)$ находится как решение нелинейного интегрального уравнения (1), которое здесь строилось численно. Удобно ввести вспомогательную переменную $\rho = \mathrm{Pe} \cdot r/2$ и использовать периодичность искомой функции $\rho(\varphi)$. Тогда задача сводится к уравнению

$$F(\rho, \varphi) = \mathrm{Pe} \exp(-\rho \cos\varphi) K_0(\rho) - q \int_{-\pi}^{\pi} Y d\varphi - \pi(1 - q) = 0, \qquad (3)$$

где

$$Y \equiv (\rho_1' \sin\varphi_1 + \rho_1 \cos\varphi_1) \exp(\rho_1 \cos\varphi_1 - \rho\cos\varphi) \times$$
$$\times K_0\left(\sqrt{(\rho\cos\varphi - \rho_1\cos\varphi_1)^2 + (\rho\sin\varphi + \rho_1\sin\varphi_1)^2}\right).$$

Функция Y при $\varphi = \varphi_1$ имеет интегрируемую особенность, так как $K_0(z) \approx \ln(z/2)$ при $z \to 0$, и окрестность этой особой точки дает основной вклад в интеграл. С вариацией φ особая точка смещается, пробегая весь интервал $[-\pi, \pi]$. Это затрудняет использование фиксированной сетки для вычисления квадратур, поэтому в работе использовался метод Рунге — Кутта с автоматическим выбором шага.

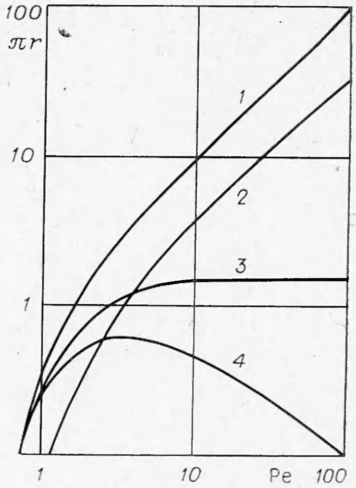

Рис. 2.

Алгоритм решения принят следующий. Выбирался некоторый начальный вид функции $\rho_0(\varphi)$, вычислялась невязка $F_0 = F[\rho_0(\varphi), \varphi]$ и отдельно функция $G_0 = q \int_{-\pi}^{\pi} Y d\varphi_1 + \pi(1-q)$. Далее методом секущих решалось трансцендентное уравнение $\mathrm{Pe} \exp(-\rho \cos\varphi) K_0(\rho) = G_0(\varphi)$ и определялось следующее приближение $\rho_1(\varphi)$. Если воспользоваться последним уравнением для процедуры простых итераций, то при больших Pe нет сходимости из-за колебательной раскачки при φ, близких к π. Поэтому вычислялась невязка F_1 и следующие приближения находились по формуле секущих

$$\rho_{n+1}(\varphi) = \rho_n(\varphi) + F_n(\varphi)[\rho_n(\varphi) - \rho_{n-1}(\varphi)]/[F_{n-1}(\varphi) - F_n(\varphi)].$$

Это нестандартная процедура секущих, так как вместо полной матрицы Фреше используется только ее главная диагональ. В данном случае такая модификация оправдана в силу преобладания из-за особенности диагональных членов. Сходимость фиксировалась, когда максимум модуля невязки не превышал 0,01.

На рис. 3 представлены результаты численных расчетов при $q = 0{,}2$ и указанных на кривых значениях Pe. С ростом Pe капля вытягивается, причем кормовая ее часть заостряется, а лобовая уплощается. Штриховой линией показана предельная толщина при $\mathrm{Pe} \to \infty$. Если при фиксированном Pe увеличивать q, то капля также вытягивается, но лобовая часть ее намного увеличивается, оставаясь конечной при $q \to 1$. На рис. 4 представлены результаты расчетов формы капли расплава при $\mathrm{Pe} = 10$ и различных q. При этом лобовая часть изображена в системе координат, связанной с каплей, и приведены лишь граничные кривые $q = 0$ и 1. Кормовая же часть представлена в неподвижной системе координат с использованием безразмерного времени $t = x(1-q)^2/\mathrm{Pe}$, чтобы все кривые разместились на одном графике. Кормовая часть при $q = 1$ совпадает с расчетами [9] для плоского соударения.

При $q < 1$ времена оплавления и затвердевания, отсчитанные от момента контакта, отличаются при $\mathrm{Pe} = 10$ от асимптотических значений $\mathrm{Pe} \to \infty$ в третьих знаках. Лобовая часть оплавленной зоны с ростом Pe,

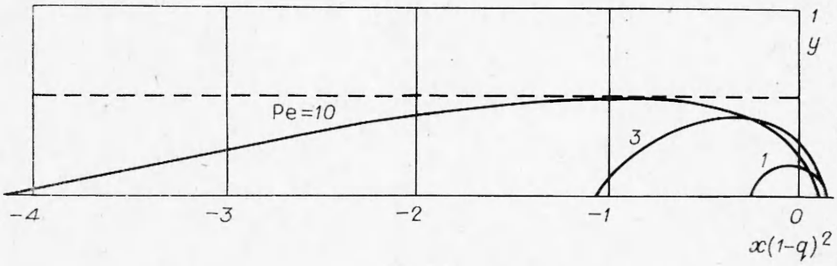

Рис. 3.

вообще говоря, сокращается, но в реальной ситуации, когда тепловыделение происходит в конечной области, где наблюдаются интенсивные пластические деформации, масштаб оплавленной зоны впереди точки контакта остается конечным при $\mathrm{Pe} \to \infty$, составляя десятые доли от максимальной ширины зоны.

Расчеты с учетом конечности области тепловыделения более трудоемки, поскольку требуют вычисления двумерных интегралов. В уравнении (1) первый член в левой части следует заменить интегралом

$$\mathrm{Pe}\int_0^{2\pi} d\varphi_1 \int_0^{\infty} f(\rho_1)\exp(\rho_1\cos\varphi_1 - \rho\cos\varphi)\,K_0(\rho_{01})\,\rho_1 d\rho_1,$$

$$\rho_{01} = \sqrt{(\rho_1\cos\varphi_1 - \rho\cos\varphi)^2 + (\rho_1\sin\varphi_1 - \rho\sin\varphi)^2},$$

где $f(\rho_1)$ — функция распределения тепловыделения, которая здесь принималась гауссовой; $f = 1/\pi\rho_0^2\cdot\exp[-(\rho/\rho_0)^2]$. Величина ρ_0 определяет размер области тепловыделения, при $\rho_0 \to 0$ приходим к случаю точечного источника. Из физических соображений ясно, что ρ_0 должна быть порядка ширины оплавленной зоны. При больших ρ_0 оплавления вообще не произойдет, так как температуры будут ниже критических, но ρ_0 и не слишком мало, так как максимальная температура превышает критическую не более чем в 1,5—2 раза. Проведенные расчеты при $q - 0{,}2$, $\rho_0 = 0{,}5$ показали, что кормовая зона не претерпела изменений с точностью двух значащих цифр, а лобовая часть стабилизируется при $\mathrm{Pe} \to \infty$ и примерно соответствует правой части рис. 4.

В качестве примера приведен расчет размеров оплавленной зоны для материалов: Ст. 3, использованной в экспериментах [3], меди и алюминия. Примем соответственно $L\rho = 430$, 454 и 257 кал/см^3; $c\rho = 1{,}23$; 0,82 и 0,60 кал/(град · см^3); $T_* = 1600$, 1100 и 600°С; $T_0 = 100$°С; $v = 2500$ м/с; $a = 0{,}1$; 1,1 и 0,9 см^2/с. Тогда $q = 0{,}19$; 0,33 и 0,42; $\mathrm{Pe} \approx 6700$, 1800 и 6200. При таких больших Pe характерные времена оплавления и затвердевания, а также максимальная ширина расплавленной зоны практически совпадают (тремя-четырьмя значащими цифрами) со значениями $\mathrm{Pe} = \infty$. Потому при определении продольных масштабов можно использовать информацию из задачи о плоском соударении [9].

Воспользовавшись графиками зависимости толщины оплавленной зоны от времени $\zeta(\tau)$ (см. рис. 3 работы [9]), получим для найденных значений q время достижения максимального размера оплавленной области $t = \tau_п$ (абсциссы точек максимумов соответствующих кривых $\zeta(\tau)$), время затвердевания области $t = \tau_з$ (при $\zeta = 0$) и максимальный размер оплавленной области ζ (при $t = \tau_п$): $\tau_п = 0{,}085$; 0,080 и 0,070, $\tau_з = 0{,}41$; 0,45 и 0,51; $y_п = \zeta = 0{,}52$; 0,56 и 0,60. Затем из формулы $t = x(1-q)^2/\mathrm{Pe}$ находим характерные размеры области оплавления сзади точки контакта: $x_п = 0{,}868\cdot10^3$; $0{,}321\cdot10^3$ и $1{,}29\cdot10^3$; $x_з = 4{,}19\cdot10^3$; $1{,}80\cdot10^3$ и $9{,}40\cdot10^3$.

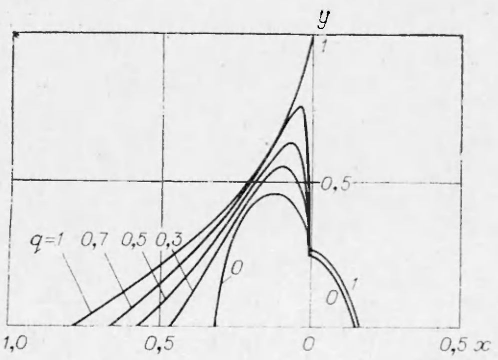

Рис. 4.

Характерный размер области оплавления впереди точки контакта находится следующим образом. Из графиков рис. 4, построенных для $\mathrm{Pe} = 10$, видно, что для разных q размер предрасплавленной зоны почти одинаков. Расчеты, проведенные для различных Pe, свидетельствуют о том, что это справедливо и для больших Pe. Следовательно, для определения размера области предрасплавления можно ограниться расчетом при $q=0$. Для этого случая z определяется уравнением $\sqrt{\pi/(2z)}e^{-2z}=\pi/\mathrm{Pe}$, а по z находим $x_{\text{пр}}$ из $\mathrm{Pe}\cdot x/2=z$: $x_{\text{пр}}=1{,}08\cdot10^{-3}$, $3{,}36\cdot10^{-3}$ и $1{,}16\cdot10^{-3}$. Умножая на масштаб δ (для $Q=8$ кал/см^2, $\delta=1{,}72\cdot10^{-3}$, $2{,}40\cdot10^{-3}$, $6{,}48\cdot10^{-3}$ см), получаем характерные размеры области расплава — длину капли сзади точки контакта $x_з=7{,}21$; 4,32 и 60,91 см, длину капли впереди точки контакта $x_{\text{пр}}=1{,}86\cdot10^{-6}$; $8{,}04\cdot10^{-6}$ и $7{,}52\cdot10^{-6}$ см, абсциссу максимального поперечного размера капли и половину максимального поперечного размера ($x_н$; $y_п$) = (1,49; $0{,}89\cdot10^{-3}$), (0,77; $1{,}34\cdot10^{-3}$) и (8,36; $3{,}89\cdot10^{-3}$) см. Малые размеры области предрасплавления, полученные при больших Pe, объясняются принятой моделью точечного источника тепла. В реальной ситуации эта область будет иметь размеры «размазки» области тепловыделения.

Проведенный численный анализ позволяет сформулировать следующие выводы. Для определения времен оплавления и затвердевания и всей кормовой части зоны расплава хорошим приближением является точечный источник и модель плоского соударения. Рассмотренная здесь двумерная задача позволяет рассчитать продольные размеры зоны расплава и, в частности, ее лобовую часть перед точкой контакта, что в принципе невозможно в предыдущей модели.

Поступила в редакцию
24/XII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Дерибас. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, Наука, 1972.
2. В. М. Кудинов, А. Я. Коротеев. Сварка взрывом в металлургии. М., Металлургия, 1978.
3. И. Д. Захаренко. ФГВ, 1971, 7, 2, 269.
4. А. И. Михайлов, А. Н. Дремин, В. П. Фетцов. ФГВ, 1976, 12, 4, 594.
5. G. Cowan, A. Holtzwan. J. Appl. Phys., 1963, 34, 4, 928.
6. И. Д. Захаренко, Т. М. Соболенко. ФГВ, 1971, 7, 3, 433.
7. А. С. Гельман. ФГВ, 1974, 10, 6, 898.
8. В. С. Седых, А. П. Соннов. Тр. Волгоградского политехнического ин-та, вып. 1, 1974.
9. М. С. Качан, В. Н. Штерн. ФГВ, 1979, 15, 2, 119.
10. Г. Карслоу, Д. Егер. Теплопроводность твердых тел. М., Наука, 1964.

ЗАТУХАНИЕ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА В СВИНЦЕ И АЛЮМИНИИ

Н. П. Хохлов, В. Н. Минеев, А. Г. Иванов,
В. И. Лучинин
(Москва)

Создание мощных лазерных систем повлекло за собой разработку способов генерации механических волн напряжений в твердых телах посредством воздействия излучения лазера и применение их для исследования ряда вопросов, связанных с поведением материалов при динамических нагрузках.

Непосредственное воздействие мощного моноимпульса лазерного излучения на твердое вещество не позволяет получить больших уровней