К РАСЧЕТУ МОДЕЛИ ПОРИСТОГО ТЕЛА ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

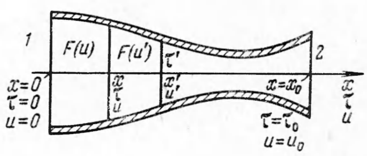
С. П. Детков (Свердловск)

Одномерное пористое тело представляется системой одинаковых осесимметричных каналов в сплошной среде. Градиент температуры совпадает с осью канала. Для увеличения теплового сопротивления через каналы пропускаются газ или жидкость. Определяется тепловой поток. Это возможно лишь путем вычисления температурного поля, необходимого, кроме того, для заключения о поведении материала. Рассматривается стационарная теплопередача. Модель такова, что достаточно рассмотреть ее элементарную ячейку — отдельный канал. Общие допущения: локальное термодинамическое равновесие, серое и диффузное излучение, непрозрачные стенки, изотропное рассеяние.

1. Уравнения для температур в сечениях просвета и стенки. Температура усредняется по каждому сечению. Вводятся переменные

$$x = \frac{l}{D}, \quad \tau = \int\limits_{l} k\, dl$$

Здесь l — длина канала, отсчитываемая от торца *1* ($x = 0$, $\tau = 0$) (фиг. 1); для торца *2* $x = x_0$, $\tau = \tau_0$; D — выбранная ширина канала; $k = \alpha + \beta$ — коэффициент ослабления луча в среде, α и β — коэффициенты поглощения и рассеяния. Удобно ввести общую переменную u, под которой подразумевается x или τ в зависимости от вида функций.



Фиг. 1

Введем функции: $W_{uu'}\,|u'-u|$ — вероятность того, что квант энергии, проходящий через сечение $F(u)$, попадет прямо на сечение $F(u')$. В прямой поток включаются кванты, не испытавшие взаимодействие со средой или стенками. В канале переменного сечения $W_{uu'}$ зависит от направления потока. При одинаковых угловых распределениях потоков в обоих сечениях справедливо соотношение

$$F(u)\, W_{uu'} = F(u')\, W_{u'u} \tag{1.1}$$

Первый индекс относится к сечению — источнику кванта; $\Phi_{u'u}\,|u' - u|\,du$ — вероятность того, что квант энергии, проходящий в сечении $F(u')$, попадет прямо в слой du, образованный сечениями $F(u)$ и $F(u + du)$, стенками канала, и поглотится или рассеется средой, отразится от стенок в этом слое. Далее используется распределение

$$\Phi_{u'u}\,|u' - u|\,du = \Phi_{u'F}\,|x' - x|\,dx + \Phi_{u'V}\,|\tau' - \tau|\,d\tau \tag{1.2}$$

где F и V — индексы боковой поверхности и объема слоя du; $\varphi_{Fu'}\,|u'-u|$ — вероятность того, что квант энергии, излученный стенками канала в слое du, попадет прямо на сечение $F(u')$, $\varphi_{Vu'}\,|u'-u|$ — вероятность того, что квант энергии, излученный в объеме слоя du, попадет прямо на сечение $F(u')$, $V_{FF'}\,|x'-x|\,dx'$ — вероятность того, что квант энергии, излученный стенками канала в слое du, попадет прямо на стенки канала в слое du'. Аналогичный смысл имеют $V_{FV'}\,|\tau' - \tau|\,d\tau'$, $V_{VF'}\,|x' - x|\,dx'$, $V_{VV'}\,|\tau' - \tau|\,d\tau'$. Согласно феноменологии и определениям получается

$$\Phi_{u'u}\,|u' - u|\,du = \frac{\partial W_{u'u}\,|u' - u|}{\partial u}\,du \qquad (u' > u),$$

$$\Phi_{u'u}\,|u' - u|\,du = -\frac{\partial W_{u'u}\,|u' - u|}{\partial u}\,du \qquad (u' < u) \tag{1.3}$$

$$\varphi_{Fu'}\,|u' - u| = \frac{F(u')}{S(x)}\,\Phi_{u'F}\,|x' - x|, \qquad \varphi_{Vu'}\,|u' - u| = \frac{F(u')}{4F(u)}\,\Phi_{u'V}\,|\tau - \tau'| \tag{1.4}$$

Здесь $S(x) = dF_b(x)\,/\,dx$ — внутренний периметр канала, умноженный на D; $F_b(x)$ — внутренняя боковая поверхность канала; (1.5)

при $u' > u$

$$V_{Fu'}\,|u' - u|\,du' = -\frac{\partial \varphi_{Fu'}\,|u' - u|}{\partial u'}\,du', \qquad V_{Vu'}\,|u' - u|\,du' = -\frac{\partial \varphi_{Vu'}\,|u' - u|}{\partial u'}\,du'$$

при $u' < u$

$$V_{Fu'} \mid u' - u \mid du' = \frac{\partial \varphi_{Fu'} \mid u' - u \mid}{\partial u'} du' \qquad V_{Vu'} \mid u' - u \mid du' = \frac{\partial \varphi_{Vu'} \mid u' - u \mid}{\partial u'} du'$$

Распределение величин $V_{Fu'}$ и $V_{Vu'}$ по поверхности и объему слоя du' имеет вид подобный (1.2)

$$\begin{aligned} V_{Fu'} \mid u' - u \mid du' &= V_{FF'} \mid x' - x \mid dx' + V_{Fv'} \mid \tau' - \tau \mid d\tau' \\ V_{Vu'} \mid u' - u \mid du' &= V_{VF'} \mid x' - x \mid dx' + V_{VV'} \mid \tau' - \tau \mid d\tau' \end{aligned} \tag{1.6}$$

По соотношению взаимности

$$\begin{aligned} V_{F'F} &= \frac{s(x)}{s(x')} V_{FF'}, \qquad V_{F'V} = \frac{4F(u)}{s(u')} V_{VF'} \\ V_{V'F} &= \frac{s(u)}{4F(u')} V_{FV'}, \qquad V_{V'V} = \frac{F(u)}{F(u')} V_{VV'} \end{aligned} \tag{1.7}$$

В уравнениях (1.3) — (1.7), связывающих величины W, Φ, φ и V, величина W выбрана основной. Величины этого типа называют угловыми коэффициентами; они нормированы интервалом [0, 1]; их изучению посвящено множество работ.

Феноменологические интегральные уравнения переноса энергии имеют вид

$$\sigma T^4(\tau) = \frac{g_0(\tau)}{4\alpha(\tau)} + q_{\text{эф}1}\varphi_{V1}(u) + q_{\text{эф}2}\varphi_{V2}(u_0 - u) + \int\limits_0^{x_0} q_{\text{эф}}(x') V_{VF'} \mid x' - x \mid dx' + $$
$$+ \int\limits_0^{\tau_0} \pi B_{\text{эф}}(\tau') V_{VV'} \mid \tau' - \tau \mid d\tau' \tag{1.8}$$

$$\sigma T_0^4(x) = \frac{q_0}{A} + q_{\text{эф}1}\varphi_{F1}(u) + q_{\text{эф}2}\varphi_{F2}(u_0 - u) + \int\limits_0^{x_0} q_{\text{эф}}(x') V_{FF'} \mid x' - x \mid dx' +$$
$$+ \int\limits_0^{\tau_0} \pi B_{\text{эф}}(\tau') V_{FV'} \mid \tau' - \tau \mid d\tau' \tag{1.9}$$

$$g_0 = g - \operatorname{div}(c\gamma \mathbf{w} \mathbf{n} T - \lambda_* \mathbf{n} \operatorname{grad} T), \qquad q_0 = q_p \frac{s_н}{s} + \frac{\delta D}{s} \operatorname{div}(\lambda_0 \mathbf{n} \operatorname{grad} T_0) \tag{1.10}$$

$$q_{\text{эф}}(x') = \sigma T_0^4(x') - \frac{1 - A}{A} q_0, \qquad \pi B_{\text{эф}}(\tau') = \sigma T^4(\tau') - \frac{\beta}{4\alpha k} g_0 \tag{1.11}$$

Здесь T и T_0 — температуры среды и стенки соответственно; $\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8}$ *вт/м²·град⁴*; A — степень черноты внутренней поверхности канала; величина g_0 взята из [1], где названа приведенным тепловыделением; g [*вт/м³*] — плотность химических тепловыделений в среде; c, γ, $\mathbf{w}$ — удельная теплоемкость, плотность и скорость среды; $\mathbf{n}$ — единичный вектор, направленный вдоль оси u; λ_* и λ_0 — коэффициенты теплопроводности среды и стенки; q_p [*вт/м²*] — плотность результирующего потока на внешней поверхности канала, положительная, если поток входит в стенку; для канала — элемента пористого тела $q_p = 0$; $S_н$ — внешний периметр канала умноженный на D; δ[*м²*] — сечение стенки. Все величины в приведенных уравнениях могут быть функциями координаты. Остается пояснить $q_{\text{эф}1}$ и $q_{\text{эф}2}$ — плотности эффективных потоков на торцах канала. Путем совместного решения уравнений для падающих, собственных и эффективных потоков получаем

$$q_{\text{эф}1} = \Big\{ q_{c1} + q_{c2} R_1 W_{12}(u_0) + R_1 \int\limits_0^{x_0} q_{\text{эф}}(x)\, \Phi_{1F}(x)\, dx + R_1 \int\limits_0^{\tau_0} \pi B_{\text{эф}}(\tau)\, \Phi_{1V}(\tau)\, d\tau +$$
$$+ R_1 R_2 W_{12} \Big[\int\limits_0^{x_0} q_{\text{эф}}(x)\, \Phi_{2F}(x_0 - x)\, dx + \int\limits_0^{\tau_0} \pi B_{\text{эф}}(\tau)\, \Phi_{2V}(\tau_0 - \tau)\, d\tau \Big] \Big\} / [1 - R_1 R_2 W_{12} W_{21}] \tag{1.12}$$

$$q_{эф2}=\Big\{q_{c2}+q_{c1}R_2W_{21}(u_0)+R_2\int\limits_0^{x_0}q_{эф}(x)\,\Phi_{2F}(x_0-x)\,dx+R_2\int\limits_0^{\tau_0}\pi B_{эф}(\tau)\times$$

$$\times\Phi_{2V}(\tau_0-\tau)\,d\tau+R_1R_2W_{21}\Big[\int\limits_0^{x_0}q_{эф}(x)\,\Phi_{1F}(x)\,dx+\int\limits_0^{\tau_0}\pi B_{эф}(\tau)\,\Phi_{1V}(\tau)\,d\tau\Big]\Big\}/\,[1-R_1R_2W_{12}W_{21}]$$

$$q_{c1}=(1-R_1)\,\sigma T_1^4,\qquad q_{c2}=(1-R_2)\,\sigma T_2^4 \tag{1.13}$$

где $q_{эф}(x)$ и $\pi B_{эф}(\tau)$ следует заменить правыми частями уравнений (1.11); R_1 и R_2 — коэффициенты отражения (или альбедо) торцов канала; T_1 и T_2 — температуры торцов. Уравнения (1.8), (1.9), (1.12) и (1.13) составляют систему с неизвестными T, T_0, $q_{эф1}$ и $q_{эф2}$, по которым легко определяются любые характеристики.

2. Единое уравнение при $R=\beta=0$. При этом с наибольшим основанием можно допустить равенство $T=T_0=T(u)$. Уравнения (1.8) и (1.9) после их умножения на $4F(u)$ и $S(x)$ с учетом (1.4) — (1.6) принимают вид

$$4F(u)\,\sigma T^4=\frac{F(u)}{\alpha(\tau)}g_0+g_{*1}F(0)\,\Phi_{1V}(u)+q_{*2}F(u_0)\,\Phi_{2V}(u_0-u)+$$

$$+\int\limits_0^{u_0}\sigma T^4(u')\,F(u')\left|\frac{\partial\Phi_{u'V}\,|u'-u|}{\partial u'}\right|du'$$

$$S(x)\,\sigma T^4=S(x)\,q_0+q_{*1}F(0)\,\Phi_{1F}(u)+q_{*2}F(u_0)\,\Phi_{2F}(u_0-u)+$$

$$+\int\limits_0^{u_0}\sigma T^4(u')\,F(u')\left|\frac{\partial\Phi_{u'F}\,|u'-u|}{\partial u'}\right|du'$$

где $q_{*1}=\sigma T_1^4$, $q_{*2}=\sigma T^4_2$.

Эти уравнения умножаются на $d\tau$ и dx соответственно, после чего складываются. Результат преобразуется при помощи соотношения (1.2) и делится на du. Затем применяется равенство (1.1). Полезно ввести сокращенные обозначения

$$\lambda(u)=\frac{1}{du}\left[\lambda_*(\tau)\,d\tau+\lambda_0(x)\frac{\delta(x)}{F(u)}dx\right],\qquad G(u)=\frac{1}{du}\left[g\frac{d\tau}{\alpha}+\frac{s_н(x)}{F(u)}q_p(x)\,dx\right]$$

С учетом формулы

$$4\frac{d\tau}{du}+\frac{S(x)}{F(u)}\frac{dx}{du}=2\Phi_{uu}(0)$$

справедливой для любого «гладкого» канала, получается окончательный результат

$$2\sigma T^4\Phi_{uu}(0)=G(u)+\frac{\partial}{\partial u}[\lambda(u)\,\mathbf{n}\,\mathrm{grad}\,T]-\frac{\partial}{\partial u}[c(u)\,\gamma(u)\,\mathbf{w}(u)\,\mathbf{n}T]-$$

$$-q_{*1}\frac{\partial W_{u1}(u)}{\partial u}+q_{*2}\frac{\partial W_{u2}(u_0-u)}{\partial u}+\int\limits_0^{u_0}\sigma T^4(u')\left|\frac{\partial^2}{\partial u\,\partial u'}W_{uu'}\,|u'-u|\right|du' \tag{2.1}$$

Величина $W_{uu'}\,|u'-u|$, вычисляемая непосредственно, зависит от углового распределения излучения в сечении $F(u)$. Однако здесь она фигурирует как двойной интеграл функции V и поэтому определяется этой функцией независимо от фактического углового распределения. По условиям задачи V вычисляется при диффузном излучении поверхностей и сферической индикатрисе излучения элемента объема. При этом W получается таким же, как для изотропного потока в сечении, а использование равенства (1.1) законное.

Уравнение потока получается из (2.1) путем умножения его на du и интегрирования в интервале $[0,\ u]$

$$\int\limits_0^{u}G(u)\,du+\lambda(u)\,\mathbf{n}\,\mathrm{grad}\,T\,\Big|_0^u-c\gamma\mathbf{wn}T\,\Big|_0^u+q_{*1}[1-W_{u1}(u)]-q_{*2}[W_{12}(u_0)-$$

$$-W_{u2}(u_0-u)]-\int\limits_0^{u_0}\sigma T^4(u)\,dW(u)-\int\limits_0^{u}\sigma T^4(u')\frac{\partial W(u-u')}{\partial u'}du'+$$

$$+\int\limits_u^{u_0}\sigma T^4(u')\frac{\partial W(u'-u)}{\partial u'}du'=0 \tag{2.2}$$

В этом уравнении выделяются суммарные потоки, обусловленные всеми видами теплопередачи

$$q(0) = q_{*1} - q_{*2} W_{12}(u_0) - \int_0^{u_0} \sigma T^4(u)\, dW(u) + c(0)\,\gamma(0)\,\mathbf{w}(0)\,\mathbf{n}T(0) - \lambda(0)\left(\frac{dT}{dl}\right)_{l=0}$$

$$q(u) = q_{*1} W_{u1}(u) - q_{*2} W_{u2}(u_0 - u) + \int_0^u \sigma T^4(u') \frac{\partial W_{uu'}(u - u')}{\partial u'}\, du' -$$

$$- \int_u^{u_0} \sigma T^4(u') \frac{\partial W_{uu'}(u' - u)}{\partial u'}\, du' + c(u)\,\gamma(u)\,\mathbf{w}(u)\,\mathbf{n}T(u) - \lambda(u)\frac{dT}{dl}$$

Согласно последним трем уравнениям,

$$q(u) - q(0) = \int_0^u G(u)\, du$$

или, после дифференцирования,

$$\frac{dq(u)}{du} = G(u), \qquad \frac{dq(u)}{dl} = G(u)\frac{du}{dl} = g_*(u)$$

где g_* [$вт/м^3$] — удельная мощность тепловыделений за счет внешних и внутренних источников. Для трехмерной задачи получается $\operatorname{div} q = g_*$, что симметрично ранее известному соотношению $\operatorname{div} q_л = g_0$, где $q_л$ [$вт/м^2$] — лучистый поток.

Уравнение (2.2) можно еще упростить путем ликвидации последней производной, если принять $\lambda = \text{const}$. Для этого оно еще раз умножается на du и интегрируется:

$$\int_0^u du \int_0^u G(u)\, du + q(0)\, u = q_{*1} \int_0^u W_{u1}(u)\, du - q_{*2} \int_0^u W_{u2}(u_0 - u)\, du +$$

$$+ \int_0^{u_0} \sigma T^4(u)\, W_{1u}(u)\, du - \int_0^{u_0} \sigma T^4(u')\, W_{uu'} \,|\, u' - u \,|\, du'$$

Ввиду многочисленности независимых параметров общее решение приведенных уравнений, возможное в числовом виде, целесообразно проводить только в конкретной задаче практики. Здесь полезно рассмотреть ряд частных решений.

3. Влияние рассеяния на температурное поле в среде. В (1.11.2) физический смысл $B_{эф}$ выясняется при помощи равенства $\pi B_{эф} = \sigma T^4_{эф}$, где $T_{эф}$ — эффективная температура, эквивалентная температуре элемента объема, излучающего такой же поток, но как собственный, полностью тепловой. Пусть заданы условия на границах канала, поля k и g_0, изменяется только β / k. Тогда получается $T_{эф} = \text{const}$. Эта теорема доказывается логически. По условию, общее тепловыделение задано, α — коэффициент переизлучения. Распределение потоков и сами они безразличны к происхождению: переизлучению или рассеянию. Переписанное уравнение (1.11.2)

$$\sigma T^4 = \sigma T^4_{эф} + \frac{\beta}{4\alpha k} g_0 \tag{3.1}$$

дает функцию одной переменной $T(\beta / k)$. Результат замечателен: а) при $g_0 = 0$ температура не зависит от соотношения α и β; б) при $g_0 \neq 0$ влияние β / k определяется знаком g_0; в) при $\beta / k \to 1$, получается $T \to \infty$ или $T \to 0$, в зависимости от знака g_0. Очевидно, при $\beta / k = 1$ условия особые. Здесь перенос излучения автономен, т. е. не зависит от теплопроводности и конвекции. Связь между T и $T_{эф}$ или лучистой температурой исчезает.

Наше условие постоянства поля g_0 возможно только при незначительной теплопроводности или конвекции. В действительности, при $\beta / k \to 1$, имеем $|g_0| \to 0$. Простому анализу доступен противоположный случай, когда теплопроводность и конвекция практически полностью определяют температурное поле. Тогда в (3.1) имеем $T \approx \text{const}$, но $|g_0| \to 0$ при $\beta / k \to 1$. Получается функция $T_{эф}(\beta / k)$, где роли знаков g_0 меняются. Знаки g_0 легко установить для начала и конца канала. Ценность приведенного анализа сохраняется в случае произвольной индикатрисы рассеяния. В ряде случаев ее влияние на порядок меньше влияния β / k [2]. Для крупных частиц и небольших оптических толщин индикатрису можно представить сферической и, частично, предельно вытянутой, так что ее влияние учитывается непосредственно.

4. **Канал без расхождения суммарного потока. Теплопроводность и излучение. Торцы канала черные.** Если в пористом теле нет процессов горения, фазовых превращений и т. п., то дивергенция суммарного потока энергии равна нулю. Ниже анализируется совместный перенос энергии теплопроводностью и излучением (конвекции нет) при $\beta = 0$. Рассматривается приближение независимого наложения потоков теплопроводности q_m и излучения $q_л$, принятое в расчетной практике [3]. Из общих соображений следует, что по мере «побеления» стенок канала, лучистый поток становится все более независимым; при $R = 1$ и $\lambda_* = 0$ (для среды) он будет полностью независимым; то же получится при $\beta / k = 1$ и $R = 1$. Случай с $\beta = 0$ и $R = 0$ наименее благоприятен; также наименее благоприятно приближение плоского слоя однородной среды (вырожденный канал), так как взаимодействие теплопроводности и излучения здесь наиболее тесное. И именно здесь имеются числовые решения точных уравнений [4]. Независимый поток теплопроводности подсчитывается по формуле

$$q_m / \sigma T_1^4 = \frac{4N}{\tau_0} (1 - \theta_2) \left(\theta_2 = \frac{T_2}{T_1}, \quad N = \frac{\alpha\lambda}{4\sigma T_1^3} \right) \tag{4.1}$$

Независимый поток излучения равен

$$q_л / \sigma T_1^4 = D (1 - \theta_2^4) \tag{4.2}$$

где D — вероятность того, что квант энергии, падающий на слой, пройдет через него прямо или после переизлучений.

Сопоставление суммы потоков по (4.1) и (4.2) с точными значениями продемонстрировано в [3]. Максимальная ошибка равна 11%, когда q_m и $q_л$ сопоставимы. Приближенный расчет дает заниженный результат. Выше отмечено, что для каналов метод даст меньшую ошибку, и, в целом, приемлемый. По определению температурного поля, нет метода, эквивалентного по общности и точности.

5. **Влияние оптических констант торцов канала** (продолжение разд. 4). Конкретный анализ возможен опять-таки пока для плоскопараллельного слоя. Число аргументов возросло до пяти: τ_0, θ_2, N, A_1, A_2, поэтому весьма желательны приближенные аналитические зависимости. В [3] и в этих условиях было испробовано независимое вычисление потоков q_m и $q_л$. При этом использованы решения по точному уравнению [5], полученные при $A_1 = A_2 = A$. Однако расхождение теперь слишком большое — до 250%. Ниже дается приближенная формула для малых параметров N.

Прежде всего следует остановиться на формуле лучистого потока [6,7]

$$q_л / \sigma T_1^4 = \frac{1 - \theta_2^4}{r} = \frac{1 - \theta_2^4}{R_1 / A_1 + R_2 / A_2 + 1 / D} \tag{5.1}$$

где r — суммарное сопротивление лучистому потоку. Точность формулы определяется величиной D. В табл. 1 представлены наиболее точные значения D по разным источникам. По-видимому, D_1 (по [8]) при $\tau_0 \leqslant 4$ несколько завышены; D_4 (по [10]) в явном виде публикуются впервые; величины D в последней колонке получены в результате обработки всех данных, они и используются в последующих расчетах. Хорошее приближение дает формула

$$D = \{1 + 0{,}75 \; \tau_0 + 0.06 \; [1 - \exp(-3 \; \tau_0)]\}^{-1}$$

Из расчетов [8,11] следует, что $q_л$ не обладает большой чувствительностью к температурному полю в слое. Поэтому лучистый поток можно вычислять по (5.1) при любых N. Для выявления погрешности предложенной ниже формулы в чистом виде величина q^0_m берется не по (4.1), а из расчетов по точному уравнению при $A_1 = A_2 = A$, именно, по разности q и $q_л$. Основной тезис состоит в том, что при малой теплопроводности среды температура и ее градиент у стенки определяются лучистой температурой. Поэтому при малых N

$$q_m = q_m^0 \, \frac{T_1 - T_с}{T_1 - T_ч} \tag{5.2}$$

где $T_ч$ и $T_с$ — лучистые температуры у стенки *1* при черных и серых стенках. Предполагая, что $T_ч$ и $T_с$ определяются полностью излучением, используем систему уравнений

$$p = \frac{T_ч^4 - T_2^4}{T_1^4 - T_2^4} = \frac{\sigma T_с^4 - q_{эф\,2}}{q_{эф\,1} - q_{эф\,2}}, \qquad q_{эф\,1} = \sigma T_1^4 - R_1 A_1^{-1} q_л, \qquad q_{эф\,2} = \sigma T_2^4 + R_2 A_2^{-1} q_л$$

Согласно [11 12],

$$p = \frac{0.5 - E_3(\tau_0) + \tau_0 \, [1 - F_2(\tau_0)]}{1 + \tau_0 - \exp(-\tau_0)}$$

В [11] имеется более точная формула. Величина $q_л$ подсчитывается по (5.1). Окончательно тепловой поток определяется по формуле

$$q = q_m{}^0\delta_* + q_л \quad \left(\delta_* = \frac{1 - [\theta_2{}^4 + (1 - \theta_2{}^4)\, r^{-1}(p\,/\,D + R_2\,/\,A_2)]^{0.25}}{1 - [\theta_2{}^4 + (1 - \theta_2{}^4)\, p]^4}\right) \tag{5.3}$$

Величина δ_* показывает возрастание потока теплопроводности в связи с наличием излучения. Теперь влияние A_1, A_2, θ_2 и τ_0 устанавливается элементарным анализом, причем влияние A_1 и A_2 оказывается противоположным. Для проверки формулы

Таблица 1

Сопоставление величин D для плоскопараллельного слоя

τ_0	D_1 по [8]	D_2 по [9]	D_3 по [7]	D_4 по [10]	D
0.1	9159	9158	9157	—	9158
0.2	8496	—	8491	8492	8492
0.3	7941	—	7934	7936	7936
0.4	7467	—	7458	7459	7459
0.5	7051	7043	7040	7041	7041
0.6	6683	—	6672	6663	6672
0.7	6354	—	—	—	6343
0.8	6057	—	6046	—	6046
0.9	5789	—	—	—	5778
1	5543	5532	5532	—	5532
1.5	—	—	4572	—	4572
2	3905	3896	3900	—	3900
2.5	—	—	3401	—	3401
3	3019	—	3016	—	3016
4	2461	2450	—	—	2458
5	2078	—	—	—	2076
6	1798	1798	—	—	1798
7	1584	—	—	—	1584
8	1416	1416	—	—	1416
9	1280	—	—	—	1280
10	1168	1168	—	—	1168

(5.3) использованы результаты [4,5], где наименьшей величиной N принято 0.01. Результаты представлены в табл. 2. При $\tau_0 = 1$, $\theta_2 = 0.5$, $A = 0.5$ замечена аномалия. Она объясняется, по-видимому, неточностью величины q_m^0. При увеличении τ_0 погрешность возрастает в связи с падением роли излучения. Результаты будут лучшими, если учесть, что теплопроводность уменьшает лучистый поток. Как видно, формула (5.3) применима при $N < 0.01$ и для сравнительно тонких слоев. Однако при использовании q_m^0 по формуле (4.1) погрешность резко возрастает. К сожалению, при

Таблица 2

Сопоставление приближенных значений тепловых потоков по (5.3) — $q'/\sigma T_1^4$ с результатами по точному уравнению [5] — $q/\sigma T_1^4$ при $N = 0.01$, $A_1 = A_2 = A$

A	τ_0	θ_2	$q_m^0/\sigma T_1^4$	δ_*	$q_m/\sigma T_1^4$	$q_л/\sigma T_1^4$	$q'/\sigma T_1^4$	$q/\sigma T_1^4$	q'/q
0.5	0.1	0.5	0.215	1.11	0.2385	0.309	0.5475	0.524	1.04
	1	0.5	0.078	1.65	0.1288	0.248	0.3768	0.338	1.11
	1	0.1	0.102	1.54	0.1848	0.274	0.4588	0.390	1.18
	10	0.5	0.012	6.38	0.0765	0.084	0.1805	0.104	1.74
0.1	0.1	0.5	0.215	1.20	0.258	0.049	0.307	0.267	1.15
	1	0.5	0.078	2.23	0.174	0.047	0.221	0.156	1.42
	1	0.1	0.102	2.26	0.230	0.050	0.280	0.222	1.27
	10	0.5	0.012	8.76	0.105	0.035	0.140	0.090	1.56

изучении влияния A_1 и A_2 на теплопередачу в каналах при малых N плоскопараллельный слой (как вырожденный канал) даст наименьшую ошибку. Согласно принятым теоретическим посылкам, должно быть теснейшее взаимодействие материала с излучением. Но в канале боковые поверхности усиливают теплопроводность. Наконец, в формуле (5.1) в применении к каналу вычисление r следует обсудить особо.

6. **Сопротивление лучистому потоку осесимметричного канала с кусочно-гладким профилем и адиабатическими стенками.** В предыдущем разделе показано, что лучистый поток может быть принят независимым. Это равносильно условию адиабатичности стенок, при котором сопротивление лучистому потоку определяется наиболее просто. Канал на фиг. 1 теперь следует считать одним из многих участков, соединенных последовательно. Коэффициент пропускания i-го участка в положительном направлении D_i. Его смысл аналогичен смыслу D для слоя (см. разд. 4). В противоположном направлении D_i вычисляется по соотношению взаимности. Решение задачи в случае молекулярного потока опубликовано ранее [13], где общий метод сопоставлен с рядом других на примере двух участков. По аналогии получаются следующие элементарные сопротивления, отнесенные к входному сечению F_1 (вход в первый участок):

а) Сопротивление излучающего торца A_1^{-1},

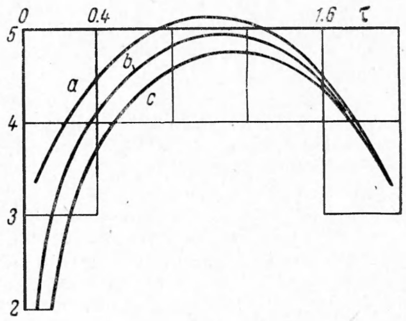
б) Сопротивление торца 2 — стока энергии $R_2 A_2^{-1} F_2^{-1} F_1$

Как видно, даже при $F_1 = F_2$ сопротивления торцов имеют несимметричные формулы, что противоречит определению в [14], где рассмотрены две плоскости.

в) Сопротивление i-го участка канала $(1/D_i - 1)\ F_1/F_i$, где F_i — сечение входа в участок i.

г) Сопротивление диафрагмы — входа в i-ый участок

$$\frac{F_1}{F_i}\,\frac{F_{i-1} - F_i}{F_{i-1}}$$



Фиг. 2

где F_{i-1} — сечение примыкающего $(i - 1)$-го участка на смежном конце.

При $F_i = F_{i-1}$ и $F_i > F_{i-1}$ сопротивление диафрагмы равно нулю.

На основании последовательности всех элементов канала их сопротивления складываются. Легко получается следствие второго начала термодинамики — соотношение взаимности

$$r_+ / F_1 = r_- / F_2$$

где r_+ и r_- — сопротивления канала в прямом и обратном направлениях. Погрешность столь общего приема определяется тем, что величины D_i принято вычислять для диффузного потока, входящего в участок. Но для всех участков, кроме первого, он, вообще говоря, не диффузный. Для двух круглых участков, равных по длине и диаметру, с прозрачной средой, метод был проверен [15]. Наибольшая погрешность в 5.6% получилась для средних по длине участков ($l / D = 2$). Приближенное вычисление дает заведомо завышенный (по сопротивлению) результат.

7. Конвекция. По условиям задачи имеет значение лишь вынужденная конвекция. Уравнение (2.1) при $\lambda = 0$ и $A_1 = A_2 = 1$ решено в приближении плоскопараллельного слоя. Излучение, падающее в среду от стенок, учтено косвенно полем удельной мощности тепловыделений g, причем принято $g = \mathrm{const}$ (о двух способах учета граничных условий см. [16]). На фиг. 2 показано изменение температурного поля в связи с движением среды при $\mathrm{wn} = w$, $\alpha = 0.2\ м^{-1}$, $\tau_0 = 2$, $T_2 = 0$, $T_1 = 350°$ K (здесь T_1 — температура среды, входящей в слой), $g / 4\pi\alpha = 46.274\ квт/м^2$. Величина $4\pi\alpha c\gamma w / g$ равна нулю (кривая a), $1.508 \cdot 10^{-3}$ град$^{-1}$ (кривая b), $2.765 \cdot 10^{-3}$ *град*$^{-1}$ (кривая c). В этих условиях даже для газа ($c\gamma$ мало) движение среды проходит с небольшой скоростью. Однако оно сильно влияет на температуру в начале слоя. В конце слоя изменений при этих условиях нет. Выводы вполне можно перенести на канал постоянного сечения. Для адиабатического слоя с непосредственным учетом граничных условий имеется приближенное решение [17].

Поступила 22 I 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Невский А. С. Теплообмен излучением в металлургических печах и топках котлов. Металлургиздат, 1958.
2. Иванов А. П., Шербаф И. Д. Ослабление узкого пучка света в мутной среде. Ж. прикл. спектроскопии, 1966, т. 5, № 2, стр. 195.

3. Сесс Р. Д. Теплообмен при совместном действии теплового излучения и теплопроводности или конвекции. Сб. «Современные проблемы теплообмена», Изд. «Энергия», 1966, стр. 140.
4. Висканта Р., Грош Р. Перенос тепла теплопроводностью и излучением в поглощающей среде. Теплопередача. Сер. С, 1962, т. 84, № 1, стр. 79.
5. Viskanta R., Grosh R. J. Effect of surface Emissivity on heat Transfer by simultaneous conduction and radiation. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1962, vol. 5, p. 729.
6. Детков С. П. Перенос лучистой энергии вблизи плоской поверхности. Теплофизика высоких температур, 1965, т. 3, № 3, стр. 438.
7. Heaslet M. A., Warming R. F. Radiative Transport and wall Temperature Slip in an absorbing planar Medium. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1965, vol. 8, p. 979.
8. Adrianov V. N., Polyak G. L. Differential Methods for studying radiant Heat Transfer. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1963, vol. 6, p. 355.
9. Viskanta R. Effectiveness of a Layar of an Absorbing-Scattering Gas in Shielding a Surface from Incident Thermal Radiation. J. Franklin Inst., 1965, vol. 280, No. 6, p. 483.
10. Кузнецов Е. С., Овчинский В. В. Результаты численного решения интегрального уравнения теории рассеяния света в атмосфере. Тр. геофиз. ин-та. 1949, № 4 (131).
11. Рубцов Н. А. К переносу теплового излучения в плоском слое поглощающей среды. ПМТФ, 1965, № 5, стр. 58.
12. Viskanta R., Grosh R. J. Heat Transfer in a Thermal Radiation. Absorbing and Scattering Medium. Internat. Heat Mass. Transfer Conf., Boulder, Colorado, 1961, p. 820.
13. Детков С. П. К определению упругости паров по скорости испарения в высоком вакууме. Ж. физ. химии, 1957, т. 31, № 10, стр. 2367.
14. Шорин С. Н. Теплопередача. Изд. «Высшая школа», 1964, стр. 412.
15. Oatley C. W. The flow of Gas through composite sistem at very low pressures. Brit. J. Appl. Phys., 1957, vol. 8 p. 15.
16. Соболев В. В. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. ГИТТЛ, 1956.
17. Адрианов В. Н. Лучистый теплообмен в плоском слое движущейся среды. Тепло - и массоперенос, Минск. Изд. «Наука и техника», 1965, т. 2, стр. 103.

О КИНЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТАХ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

А. Ю. Кирий, В. П. Силин

(Москва)

Влияние поляризации на кинетические коэффициенты в двухкомпонентной полностью ионизированной неизотермической плазме было выявлено в работах [1-4]. Полученные в работе [1] «добавки» в кулоновскому логарифму в коэффициентах вязкости и теплопроводности порядка

$$\frac{T_e}{T_i}\,\frac{1}{2}\left|\frac{e_i}{e}\right|\left[\ln\frac{e_i^2 m_i T_e^3}{e^2 m_e T_i^3}\right]^{-1} \tag{1}$$

и намного превышают соответствующую добавку к кулоновскому логарифму в коэффициенте трения электронов и ионов, равную

$$\frac{T_e}{T_i}\left[\ln\frac{e_i^2 m_i T_e^3}{e^2 m_e T_i^3}\right]^{-2} \tag{2}$$

Добавка (1) обусловлена взаимодействием электронов с ионнозвуковыми колебаниями неизотермической плазмы, имеющими фазовые скорости, меньшие тепловой скорости электронов v_{Te} и большие тепловой скорости ионов v_{Ti}, в то время как добавка (2) связана с взаимодействием электронов и ионов с теми же звуковыми колебаниями, причем число «резонансных» ионов со скоростями, большими v_{Ti}, мало, чем и объясняется наличие дополнительной степени логарифма в знаменателе (2).

В рассматриваемом случае трехкомпонентной неизотермической плазмы с двумя сортами ионов i и I при условии

$$v_{Te} \gg v_{Ti} \gg v_{TI}, \qquad r_{DI}^{-2} \gg r_{De}^{-2} + r_{Di}^{-2} \tag{3}$$