УДК 532.526

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕЙ НИЗКОЧАСТОТНОЙ АКУСТИКИ НА СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

С. А. Гапонов, И. И. Масленникова, В. Ю. Тюшин

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены метод моделирования и результаты численных расчетов картины развития гидродинамических возмущений в сверхзвуковом пограничном слое на пластине под влиянием внешних акустических волн при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} = 220 \div 640$ и Маха $\mathrm{M} = 2$. Решение строится методом разложения по малому параметру, учитывается вклад в решение линейных и квадратичных членов. Разработанная методика позволяет делать оценки допустимого уровня акустического поля, не влияющего на развитие собственных колебаний пограничного слоя.

Введение. Задача о нелинейном взаимодействии звуковых волн и собственных колебаний сверхзвукового пограничного слоя имеет прямое отношение к проблеме восприимчивости стационарных течений к внешним воздействиям, которая в линейной постановке связана с определением амплитуды звуковых колебаний при заданной величине воздействия. Следует подчеркнуть, что в случае параллельности основного течения внешние монохроматические волны не возбуждают собственных колебаний [1]. Впервые задача о возбуждении собственных колебаний монохроматической звуковой волной за счет непараллельности основного течения в линейной постановке рассматривалась в [2].

При нелинейной постановке задачи внешнюю волну можно рассматривать как волну накачки, в поле которой развиваются собственные колебания. Примером такого процесса служит развитие возмущений в пограничном слое модели, помещенной в рабочую часть обычной сверхзвуковой трубы. Внешнее акустическое поле создается турбулентным слоем на стенках трубы. В связи с этим возникает вопрос о принципиальной возможности проведения экспериментов по линейной теории устойчивости, так как в настоящее время отсутствуют оценки допустимого уровня внешних возмущений. В то же время на установке Т-325 Института теоретической и прикладной механики СО РАН проведен большой цикл экспериментов по устойчивости сверхзвукового пограничного слоя [3]. В части линейной неустойчивости их результаты согласуются с теорией, однако высказываются опасения о возможном влиянии акустики на развитие неустойчивых волн. Поэтому вопрос о нелинейном взаимодействии внешней акустики и собственных колебаний в пограничном слое имеет кроме общетеоретического и прикладное значение, связанное с возможностью моделирования нестационарных явлений. Заметим, что проблему о нелинейном развитии возмущений в сверхзвуковом пограничном слое начали рассматривать сравнительно недавно. Достаточно полный обзор работ содержится в [4].

В настоящей работе рассматривается взаимодействие гидродинамических волн, экспоненциально затухающих в бесконечности, и внешней акустической волны в рамках слабонелинейной теории. На рис. 1 представлены данные эксперимента [5] в сверхзвуковой

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01580).

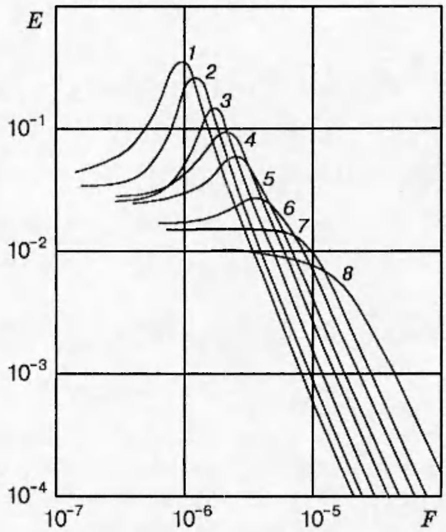

Рис. 1

аэродинамической трубе Т-325 при М = 2 и безразмерном частотном параметре $10^{-6} \div 10^{-5}$ (линии *1–8* — энергия естественных возмущений при следующих значениях единичного числа Рейнольдса: $\mathrm{Re}_1 = 89 \cdot 10^6$; $70 \cdot 10^6$; $48 \cdot 10^6$; $40 \cdot 10^6$; $30 \cdot 10^6$; $19 \cdot 10^6$; $15 \cdot 10^6$; $6{,}3 \cdot 10^6$ м$^{-1}$. Видно, что акустические колебания с наиболее высокой амплитудой располагаются в области низких частот, в то время как возмущения, ответственные за переход, имеют на порядок большие частоты. Цель данной работы — определить степень влияния слабонелинейного взаимодействия волн при таких разных частотах. Используется метод, изложенный в [4], причем отличием настоящей работы является то обстоятельство, что в качестве волны накачки выступает акустическая волна, не затухающая в бесконечности. Поэтому необходимо обосновать возможность применения амплитудных уравнений [4] и указать метод расчета коэффициентов взаимодействия. Разработанная методика позволяет делать оценки допустимого уровня акустического поля, не влияющего на развитие собственных колебаний пограничного слоя.

Постановка задачи. Исходными уравнениями для исследования развития возмущений в сверхзвуковом пограничном слое являются уравнения Навье — Стокса [4]. Безразмерные параметры течения можно представить в виде суммы

$$Q(x,y,z,t) = Q_b(x,y,z) + \varepsilon Z(x,y,z,t),$$

где Q_b — решение стационарных уравнений движения; εZ — возмущения параметров течения ($\varepsilon \ll 1$).

Рассмотрим развитие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине при больших числах Рейнольдса Re_x. В этом случае основное течение не зависит от боковой координаты и слабо зависит от x, поэтому в качестве приближения для основного потока возьмем параллельное течение $Q_b = Q_b(y)$. Эволюция возмущения описывается системой нелинейных уравнений, зависящих от основного потока. В наших исследованиях налагаются дополнительные ограничения. Для слабой нелинейности будем учитывать вклад в решение только линейных и квадратичных членов, а вязкость и теплопроводность учтем в линейных членах при старших производных, что справедливо при условии $\varepsilon \ll 1$. Введем восьмикомпонентную вектор-функцию $\boldsymbol{Z}\,(u, u_y, v, p, T, T_y, w, w_y)$, где u, v, w — возмущения скоростей в x-, y-, z-направлениях; T, p — возмущения температуры и давления; индекс y означает производную. Систему дифференциальных уравнений запишем в операторной форме [4] $L\boldsymbol{Z} = \varepsilon \boldsymbol{M}(q_{ij}, q_{kl})$, где i, $k = 1,\ldots,8$; j, $l = 1,\ldots,4$; $\boldsymbol{q}_i = \boldsymbol{q}_i(z_i, z_{ix}, z_{iz}, z_{it})$ — четырехкомпонентный вектор, индексы t, x, z обозначают соответствующие производные; L — линейный оператор

$$L = A\,\frac{\partial}{\partial t} + B\,\frac{\partial}{\partial x} + C\,\frac{\partial}{\partial z} + D\,\frac{\partial}{\partial y} + E \qquad (1)$$

(A, B, C, D, E — матрицы, зависящие от параметров основного течения и коэффициентов переноса — вязкости и теплопроводности).

Решение (1) строится методом разложения по малому параметру ε и многомасштабному разложению координаты x, т. е. вводится «быстрый» масштаб $x_1 = x$ и «медленные» X_i, что возможно в силу большой разницы между скоростями изменения фазы и амплитуды. Масштаб x_1 характерен для изменения фазы, а X_i — для изменения амплитуды. С учетом сказанного выше примем

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x_1} + \varepsilon\,\frac{\partial}{\partial X_1} + \varepsilon^2\,\frac{\partial}{\partial X_2} + \ldots, \qquad \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{Z}^0 + \varepsilon \boldsymbol{Z}^1 + \varepsilon^2 \boldsymbol{Z}^2 + \ldots.$$

В этом случае $\boldsymbol{Z}^0$ удовлетворяет уравнению $L_0\boldsymbol{Z}^0 = 0$ или в развернутом виде

$$A\,\frac{\partial \boldsymbol{Z}^0}{\partial t} + B\,\frac{\partial \boldsymbol{Z}^0}{\partial x_1} + C\,\frac{\partial \boldsymbol{Z}^0}{\partial z} + D\,\frac{\partial \boldsymbol{Z}^0}{\partial y} + E\boldsymbol{Z}^0 = 0. \qquad (2)$$

В силу того что основное течение не зависит от x_1 («быстрой» переменной), z и t, решение $\boldsymbol{Z}^0$ имеет вид

$$\boldsymbol{Z}^0 = \mathrm{Real}\Big(\sum_j A_j(X)\boldsymbol{Z}^{0j}(X,y)\exp(i\theta_j)\Big). \qquad (3)$$

Здесь $\theta_j = \displaystyle\int \alpha_j(x)\,dx + \beta_j z - \omega_j t$; $A_j(X)$ — постоянные, соотношения для которых будут получены из следующего приближения; β_i — волновые числа в z-направлении; ω_i — их частоты; смысл волнового числа α_j приведен ниже.

Рассмотрим взаимодействие трех волн, удовлетворяющих условиям резонанса:

$$\beta_2 + \beta_3 = \beta_1, \qquad \omega_2 + \omega_3 = \omega_1. \qquad (4)$$

Подставляя (3) в (2), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для каждого $\boldsymbol{Z}^{0j}$:

$$(-i\omega_j A + i\alpha_j B + i\beta_j C + E)\boldsymbol{Z}^{0j} + D\,\frac{d\boldsymbol{Z}^{0j}}{dy} = 0. \qquad (5)$$

Явный вид матриц A, B, C, D, E здесь не приводим, заметим только, что они определяются параметрами основного стационарного течения, зависящего от координаты y, чисел Маха М и Рейнольдса Re. Их выражения можно найти, например, в [6] и других работах по линейной теории устойчивости течений сжимаемого газа, уравнениями которой являются (5). Простейшие из них — уравнения Дана — Линя для сжимаемого газа или уравнение Орра — Зоммерфельда для дозвукового потока.

В отличие от случая, рассмотренного в [4], где все три волны были аналогами волн Толлмина — Шлихтинга, здесь в качестве одной из них предлагается взять волну, которая на больших расстояниях от поверхности вырождается в звуковую. Звуковая волна в силу взаимодействия с пограничным слоем представляет собой суперпозицию падающей и отраженной волн. Подробно задача о линейном взаимодействии монохроматической волны с пограничным слоем изложена в [2].

Примем, что индексы $j = 1, 2$ соответствуют волнам Толлмина — Шлихтинга, а $j = 3$ — акустической волне. Граничные условия для волн, аналогичных волнам Толлмина — Шлихтинга, имеют вид

$$Z_1^0 = Z_3^0 = Z_5^0 = Z_7^0 \quad \text{при} \quad y = 0, \infty, \tag{6}$$

что соответствует нулевым значениям возмущений скоростей (Z_1^0, Z_3^0, Z_7^0) и температуры (Z_5^0) на поверхности и в бесконечности.

Для аналога акустической волны условия (6) при $y = 0$ остаются неизменными, а при $y = \infty$ соответствующие величины определяются параметрами падающей волны и при $y \gg 1$ имеют вид

$$\boldsymbol{Z}^{03} = d(\boldsymbol{z}_1^{03} \exp[i\lambda(y - \delta)] + q\boldsymbol{z}_2^{03} \exp[-i\lambda(y - \delta)]). \tag{7}$$

Здесь $\boldsymbol{z}_1^{03}$, $\boldsymbol{z}_2^{03}$ — постоянные векторы для падающей и отраженной волн; q — комплексный коэффициент отражения; δ — граница пограничного слоя; d — постоянная, пропорциональная интенсивности падающей волны.

Для волн Толлмина — Шлихтинга имеем обычную задачу на собственные значения, из которой определяются α_1, α_2, входящие в выражения для фазы θ_j. Для акустической волны при $y = 0$ условия выполняются при любом значении α_3, за исключением случаев, когда коэффициенты отражения обращаются в бесконечность (см. [6]).

В следующем приближении получим систему уравнений

$$L_0 \boldsymbol{Z}^1 = -\sum_{j=1}^{3} \frac{da_j}{dX} B\boldsymbol{Z}^{0j} \exp(i\theta_j) + \boldsymbol{M}(z_k^{0m}, z_p^{0n*})$$

(знак «*» обозначает комплексное сопряжение). Уточним структуру компонент вектора $\boldsymbol{M} = \boldsymbol{M}_1 + \boldsymbol{M}_2 + \boldsymbol{M}_3$, получаемого из нелинейных членов. Нелинейные члены определяются суммами парных произведений $(z_q^{0k} a_k \exp(i\theta_k) + z_q^{0k*} a_k^* \exp(-i\theta_k^*))(z_p^{0j} a_j \exp(i\theta_j) + z_p^{0j*} a_j^* \exp(-i\theta_j^*))$. Легко видеть, что вектор $\boldsymbol{M}_1$, пропорциональный $\exp[i(\beta_1 z - \omega_1 t)]$, определяется произведениями $z_q^{02} z_p^{03} a_2 a_3 \exp[i(\theta_2 + \theta_3)]$, вектор $\boldsymbol{M}_2$ — произведениями $z_q^{01} z_p^{03*} a_1 a_3^* \exp[i(\theta_1 - \theta_3^*)]$, а $\boldsymbol{M}_3$ — произведениями $z_q^{01} z_p^{02*} a_1 a_2^* \exp[i(\theta_1 - \theta_2^*)]$. Если расстройки $\Delta\varphi_1 = \int_0^x (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1)\,dx_1$, $\Delta\varphi_2 = \int_0^x (\alpha_1 - \alpha_3^* - \alpha_2)\,dx_1$, $\Delta\varphi_3 = \int_0^x (\alpha_1 - \alpha_2^* - \alpha_3)\,dx_1$ малы, то правая часть уравнений (5) будет иметь резонансные составляющие по отношению к оператору L_0 при каждой тройке значений $\alpha_i, \beta_i, \omega_i$. Согласно [4] для сверхзвуковых течений фазовые скорости ω_j/α_j слабо зависят от j, следовательно, $\Delta\varphi_j$ — малые величины.

В силу вырожденности оператора L_0 ограниченное решение системы (5) возможно при условии ортогональности правой части к решениям сопряженных задач $\boldsymbol{W}^{0j}$. Для волн Толлмина — Шлихтинга ($j = 1, 2$) их можно записать в виде

$$\bar{L}_0 \boldsymbol{W}^{0j} = 0, \qquad w_2^{0j} = w_4^{0j} = w_6^{0j} = w_8^{0j} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \infty. \tag{8}$$

Сопряженная задача для акустической волны имеет вид

$$\begin{gathered} \bar{L}_0 \boldsymbol{W}^{03} = 0, \qquad w_2^{03} = w_4^{03} = w_6^{03} = w_8^{03} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \\ \boldsymbol{W}^{03} = \boldsymbol{w}_1^{03} \exp[i\lambda(y - \delta)] + \bar{q}\boldsymbol{w}_2^{03} \exp[-i\lambda(y - \delta)] \quad \text{при} \quad y \gg 1, \end{gathered} \tag{9}$$

причем $\bar{q} = -q$. С учетом прямой и сопряженной задач амплитудные уравнения можно записать следующим образом:

$$\frac{da_1}{dX} = k_1 a_2 a_3 \exp(i\Delta\varphi_1), \qquad \frac{da_2}{dX} = k_2 a_1 a_3^* \exp(i\Delta\varphi_2), \qquad \frac{da_3}{dX} = k_3 a_1 a_2^* \exp(i\Delta\varphi_3), \tag{10}$$

$$k_j = \int\limits_0^\infty (\boldsymbol{M}_k \boldsymbol{W}^{0k})\,dy \Big/ \int\limits_0^\infty (B\boldsymbol{z}^{0k}\boldsymbol{W}^{0k})\,dy, \qquad j = 1,\ 2.$$

Здесь a_j — амплитуды; k_j — коэффициенты связи; $\Delta\varphi_1 = \int\limits_0^x (\alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_1)\,dx_1$, $\Delta\varphi_2 = \int\limits_0^x (\alpha_1 - \alpha_3^* - \alpha_2)\,dx_1$, $\Delta\varphi_3 = \int\limits_0^x (\alpha_1 - \alpha_2^* - \alpha_3)\,dx_1$ — расстройки по волновым числам в x-направлении α_j; $\boldsymbol{W}^{0j}$ — решение сопряженной к (5), (6) задачи; вектор $\boldsymbol{M}_j$ определяется нелинейными членами; B — матрица, зависящая от параметров основного течения и коэффициентов переноса — вязкости и теплопроводности (см. [6]). При параметрическом развитии гидродинамических волн значение коэффициента k_3 несущественно, и в данной работе он не рассчитывался.

Таким образом, процедура получения уравнений (10) состоит в расчете амплитуд трех волн, удовлетворяющих условиям резонанса, на основе обыкновенных дифференциальных уравнений (5) с граничными условиями (6), (7) и функций сопряженных задач (8), (9).

При параметрическом развитии волн Толлмина — Шлихтинга в поле акустической волны, когда $|a_1| \ll |a_3|$ и $|a_2| \ll |a_3|$, можно считать, что $a_3 \approx \text{const}$, и возмущение, связанное с акустической волной, нарастает по линейному закону пропорционально $\exp\Big(-\int\limits_0^x \operatorname{Im}(\alpha_1)\,dx\Big)$. Тогда усиление амплитуд гидродинамических волн и соотношение между ними на больших расстояниях x можно оценить, используя (3) и принимая k_1, k_2, $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ медленно изменяющимися по X: $|a_2/a_1| = |\sqrt{k_2/k_1}\,|$, $(1/a_1)(da_1/dX) = \sqrt{k_0}\,|a_3|$, $(1/a_2)(da_2/dX) = \sqrt{k_0}\,|a_3|$, $k_0 = k_2k_1$. Оценки показывают, что вначале происходит наиболее интенсивное усиление волн, для которых реальная часть нелинейного инкремента нарастания гидродинамических волн $\sigma_r = \text{Real}\,(\sqrt{k_0}\,)\cdot|a_3|$ наибольшая.

Рассмотрим зависимость величины σ_r от наклона акустической волны. С помощью метода [4] можно показать, что k_0 — четная функция относительно β_3. Это означает, что при $\beta_3 = 0$ функция $k_0(\beta_3)$ принимает экстремальное значение (минимум либо максимум). Как показано в [6], для акустической волны, направленной вдоль потока, и для волн Толлмина — Шлихтинга выполняются условия

$$c_{1,2} > 1 - 1/(\text{M}\cos\psi_{1,2}), \qquad c_3 < 1 - 1/\text{M},$$

где c_k — фазовые скорости; $\psi_i = \operatorname{arctg}(\beta_i/\alpha_i)$ — угол между волной и направлением основного потока. Это накладывает значительные ограничения на область существования резонанса.

Результаты расчетов и их обсуждение. Численно рассчитаны коэффициенты нелинейного взаимодействия для резонансных троек волн обсуждаемого типа в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине. Стационарное течение $Q_b(y)$ автомодельно, температура торможения принята постоянной и равной 310 K, что соответствует режиму работы аэродинамической трубы, число Прандтля Pr = 0,72, отношение теплоемкостей $\gamma = 1{,}4$. Для каждой волновой моды безразмерный частотный параметр $F = 2\pi f\nu_e/U_e^2 = \omega/\text{Re}$ ($\text{Re} = \sqrt{\text{Re}_x}$) оставался постоянным ($f$ — частота возмущения; ν_e, U_e — вязкость и скорость набегающего потока на границе пограничного слоя соответственно). Обезразмеривание производилось на толщину $\delta = \sqrt{\nu_e x/U_e}$.

Уравнения решались методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности, поиск собственных значений проводился методом Ньютона, для получения линейно независи-

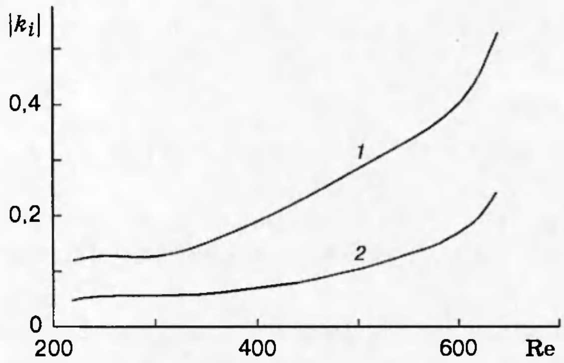

Рис. 2

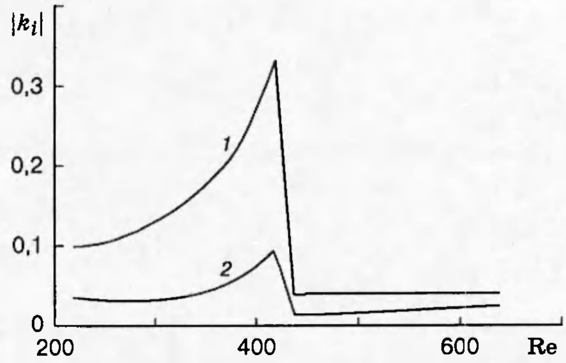

Рис. 3

мых решений использовалась процедура ортогонализации [6]. Собственные функции линейной задачи для волн Толлмина — Шлихтинга нормированы так, что $\sup\limits_{0\leqslant y\leqslant\infty} |Z_3^j(y)| = 1$, $j = 1,\ 2$. Функции линейной задачи для акустической волны нормированы на единицу продольного возмущения скорости падающей волны. Параметры звуковой волны и волн Толлмина — Шлихтинга выбирались с учетом экспериментальных исследований в аэродинамической трубе Т-325 [7].

Расчеты проводились при $\mathrm{M} = 2$, $\mathrm{Re} = 220 \div 640$, частотах основной волны $F_1 = (0{,}25 \div 0{,}90) \cdot 10^{-4}$, акустической $F_3 = (0{,}447 \div 0{,}950) \cdot 10^{-5}$ и углах ориентации основной волны относительно потока $\psi_1 = 30 \div 60°$. Волновые числа в z-направлении удовлетворяли условию (4): $\beta_1 = \beta_2$, $\beta_3 = 0$. Фазовая скорость акустической волны синхронизировалась с фазовой скоростью второй волны Толлмина — Шлихтинга, при этом расстройки $\Delta\alpha$ везде оставались малыми. В результате расчетов определено поле значений коэффициентов связи, волновых чисел, скоростей и коэффициентов отражения для акустической волны в зависимости от числа Рейнольдса для различных частот и углов ориентации триплета относительно потока при $\mathrm{M} = 2$ на плоской пластине.

Из расчетов следует, что при частотах основной волны $F_1 = 0{,}35 \cdot 10^{-4}$ и акустической $F_3 = 0{,}047 \cdot 10^{-4}$ существует диапазон углов ориентации триплета (около 50°), в котором степень нарастания коэффициентов связи максимальна. На рис. 2 представлены зависимости *1*, *2* модулей k_i $(i = 1,\ 2)$ от Re для угла ориентации триплета $\psi_1 = 50°$ при указанных частотах волн. Для других значений F_1, F_3 максимумы степени нарастания коэффициентов связи получены при таком же угле ориентации триплета. На рис. 2 видно, что коэффициент связи основной (первой) гидродинамической волны больше коэффициента связи второй волны примерно в 2 раза. Такое соотношение наблюдается и при других параметрах триплета данной конфигурации.

Расчеты для различных F_1 при фиксированной частоте акустической волны $F_3 = 0{,}047 \cdot 10^{-4}$ и угле ориентации триплета $\psi_1 = 50°$ показали, что при частоте $F_1 = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ $k_{1,2}$ максимальны. Результаты расчета при данных параметрах приведены на рис. 3 (обозначения те же, что на рис. 2). Из расчета следует, что фазовые скорости волн Толлмина — Шлихтинга увеличиваются с ростом Re, поэтому любой триплет, синхронизированный по фазовым скоростям, разрушается при достаточно больших Re. Этот момент виден на графике как резкое уменьшение значений коэффициентов связи.

Таким образом, максимальное влияние акустики испытывают гидродинамические волны, имеющие наклон к направлению потока около 50° и безразмерный частотный параметр, близкий к $0{,}5 \cdot 10^{-4}$.

Как уже отмечалось, все расчеты проводились при $\beta_3 = 0$. Однако, как показано в работе [8], максимальное линейное влияние акустики наблюдается при ненулевых β_3. Данный вопрос остается открытым, и, следовательно, дальнейшие расчеты необходимо проводить для $\beta_3 \neq 0$.

В заключение отметим, что коэффициенты связи в нашем случае на порядок меньше, чем в случае субгармонического резонанса гидродинамических волн (см. [4]). Этот факт связан с большой разницей частот внешнего поля и волн Толлмина — Шлихтинга. В силу того что слабонелинейное влияние пропорционально амплитуде внешней акустической волны, для низкотурбулентных аэродинамических труб (например, трубы Т-325 Института теоретической и прикладной механики СО РАН) оно пренебрежимо мало. С увеличением числа Маха гидродинамические и акустические частоты должны сближаться. Кроме того, уровни внешнего акустического и наведенных колебаний внутри слоя возрастают с увеличением числа Маха [9]. Поэтому заключение о слабом влиянии акустики на степень усиления волн Толлмина — Шлихтинга не может автоматически распространяться на случаи больших чисел Маха.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Gaponov S. A.** On the mathematical simulation of disturbance development in the compressible flows near walls // Thermophys. and Aeromech. 1994. V. 1, N 1. P. 75–88.
2. **Гапонов С. А.** Возбуждение волн Толлмина — Шлихтинга звуком в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1983. № 3. С. 59–64.
3. **Kosinov A. D., Semionov N. V., Shevelkov S. G., Zinin O. I.** Experiments on the nonlinear instability of supersonic boundary layers // Nonlinear instability of nonparallel flows / Ed. by D. T. Valentine, S. P. Lin, W. R. C. Philips. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1994. P. 196–205.
4. **Гапонов С. А., Масленникова И. И.** Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 1–10.
5. **Lebiga V. A., Maslov A. A., Pridanov V. G.** Experimental investigation of the stability of supersonic boundary layer of a flat insulated plate // Arch. Mech. 1979. V. 31, N 3. P. 397–405.
6. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука. Сиб отд-ние, 1980.
7. **Kosinov A. D., Maslov A. A., Shevelkov S. G.** Experiments on the stability of supersonic laminar-boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. V. 219. P. 621–623.
8. **Gaponov S. A., Smorodsky B. V.** Supersonic boundary layer interaction with streamwise acoustics // Proc. Intern. conf. method aerophys. research. Novosibirsk, 1996. Pt 2. P. 70–75.
9. **Лебига В. А.** Характеристики пульсаций в рабочей части сверхзвуковой аэродинамической трубы // Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1982.

Поступила в редакцию 18/VIII 1997 г.,
в окончательном варианте — 29/XII 1997 г.