

По изложенной схеме рассчитаны коэффициенты диффузии, вязкости и теплопроводности для пары  $N_2 - N_2$ . Результаты сравнивались с данными, рекомендованными [10]. Расхождение между ними изменялось от 2 % в районе  $T = 300$  К до 25 % в районе  $T = 3000$  К.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гиршфельдер Дж., Кергис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей.— М.: ИЛ, 1961.
2. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания.— Т. III. Топлива на основе кислорода и воздуха: Справочник/Под ред. В. П. Глушко, В. Е. Алемасова и др.— М.: Атомиздат, 1973.
3. Vanderslice J. T. et al. Interactions between groundstate nitrogen atoms and molecules // J. Chem. Phys.— 1959.— 30, N 1.— P. 492—494.
4. Соколова Н. А., Тирский Г. А. Расчет и аппроксимации интегралов столкновений компонентов смесей, содержащих O, H, C, N, F, Na, S, Si и их соединения: Отчет института механики МГУ № 2857.— М., 1983.
5. Герасимов Г. Я., Калинин А. П., Люстерник В. Е. и др. Интегралы столкновений, потенциалы атомно-молекулярных и ионно-молекулярных взаимодействий компонентов воздуха до 20000 К/Обзоры по теплофизическим свойствам веществ.— М., 1987.— № 5.
6. Термодинамические свойства индивидуальных веществ.— Т. III. Элементы V, Al, ... Ва и их соединения. Кн. 1. Вычисление термодинамических свойств: Справочник/Под ред. В. П. Глушко, Л. В. Гурвича и др.— М.: Наука, 1981.
7. Reiter F. W. Zwischenmolekulare krafte in gasen // Ber. Bussenges. Phys. Chemie.— 1970.— В. 74.— S. 562—568.
8. Худсен Д. Статистика для физиков.— М.: Мир, 1970.
9. Фокин Л. Р., Славинская Н. А. Корреляция теплофизических свойств разреженных газовых смесей на примере Ar — Xe/ТВТ.— 1987.— 25, № 1.— С. 46—51.
10. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей.— М.: Наука, 1972.

г. Кишинев

Поступила в редакцию 23/1 1990

УДК 534.222

Н. Н. Смирнов

## МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ ДИСПЕРГИРУЮЩИХСЯ ТОПЛИВ

Исследованию распространения конвективного горения в каналах, трещинах и порах в твердых топливах посвящено большое количество работ [1—6]. При этом в большинстве из них используются модели, учитывающие различие давлений в газе и напряжений в конденсированной фазе. Горение аэрозвесей унитарных топлив также достаточно подробно исследовано (см. [7] и указанную там литературу), причем давление в частицах предполагается равным давлению в газе. В работе [6] учитывается возможность объединения двух указанных моделей.

При горении пористых топлив на некотором этапе возможно диспергирование заряда на отдельные частицы и крупные агломераты, которые продолжают гореть. В момент диспергирования объемное содержание конденсированной фазы еще достаточно велико и частицы могут взаимодействовать друг с другом. По мере выгорания частиц их объемное содержание уменьшается и в конечном итоге имеет место течение однофазной газовой смеси. При диспергировании ввиду нестационарности процесса разрушения и различных диаметров пор в момент разрушения образуются частицы различных размеров и форм, что определяет различие в законах горения частиц разных видов. Однако полидисперсность смеси и взаимодействие частиц друг с другом и между частицами различных видов в задачах горения до настоящего времени не учитывались.

Цель данной работы — разработка замкнутой математической модели для описания нестационарных процессов горения пористых, сжимаемых,

диспергирующихся топлив с учетом полидисперсности конденсированной фазы и взаимодействий между отдельными частицами.

Рассмотрим полидисперсную смесь газа с частицами топлива различных размеров и формы. Пусть индекс  $i = 1$  относится к параметрам газовой фазы, а индексы  $i = 2, \dots, N$  — к параметрам диспергированных фаз. До начала диспергирования пористого заряда различия между конденсированными частицами отсутствуют и выделяются две фазы: газообразная и конденсированная ( $N = 2$ ).

Законы изменения массы для каждой из фаз записываются в виде

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial x} = \sum_{i=2}^N I_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_i \alpha_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i}{\partial x} = -I_i + \Psi_i \rho_i v_i^1, \quad i = 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $\rho_i$ ,  $u_i$ ,  $\alpha_i$  — плотности, скорости и объемные концентрации фаз, причем для конденсированных фаз, отличающихся формой и размером частиц, плотности  $\rho_i$  ( $i = 2, \dots, N$ ) можно считать одинаковыми;  $I_i = \rho_i u_{ji} S_i$  — скорость массоподачи продуктов реакции в единицу объема

при горении  $i$ -й фазы;  $u_{ji}$  — скорость нормального горения;  $S_i = \frac{s_i \alpha_i}{v_i^1}$  — площадь горящей поверхности, приходящаяся на единицу объема;  $s_i$ ,  $v_i^1$  — площадь горящей поверхности и объем одной частицы соответственно;  $\Psi_i$  — скорость образования частиц  $i$ -й фазы в единицу объема.

При горении пористых систем  $S_i = \frac{\pi d_i N_i}{A_0} = \frac{4 \alpha_i}{d_i}$ ;  $d_i$  — диаметр одной поры;  $N_i$  — количество пор в сечении  $A_0$ .

Скорость выгорания частицы  $i$ -й фазы  $u_{ji}$  определяется по формуле

$$u_{ji} = u_{ji}^0 \left( \frac{p_i}{p_0} \right)^{\varphi_i} K_i,$$

для определения коэффициента эрозии может быть использована зависимость:

$$K_i = \begin{cases} 1, & V_i < V_{i0}, \\ 1 + K_0 (V_{i1} - V_{i0}), & V_i \geq V_{i0}, \end{cases}$$

$V_i = \frac{\rho_1 |u_1 - u_i|}{\rho_i u_{ji}} \sqrt{c_f}$  — число Виллюнова;  $c_f = |\tau_w| \sqrt{\frac{1}{2} \rho_1 (u_1 - u_i)^2}$  — коэффициент трения. Увеличение  $u_{ji}$  при уменьшении размера свода до толщины прогретого слоя в  $k$ -фазе в предлагаемой постановке не учитывается.

Изменение количества движения каждой из фаз определяется притоком количества движения (в том числе при межфазном массообмене) и импульсом действующих сил:

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1^2}{\partial x} = -\frac{\partial \alpha_1 p_1}{\partial x} - \sum_{i=2}^N p_{-i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} - \sum_{i=1}^N F_i + \sum_{i=2}^N I_i u_i, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i^2}{\partial x} = & -\frac{\partial \alpha_i p_i}{\partial x} + p_{-i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \alpha_i p_i \frac{\partial (\alpha_i + \alpha_1)}{\partial x} + \\ & + \sum_{j \neq 1, i} \left( \alpha_j p_j \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \mathcal{P}_{ij} \frac{S_{ij}}{V_0} \right) + F_i - I_i u_i + \rho_i v_i^1 \Psi_i \tilde{u}_i, \quad i = 2, \dots, N. \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь  $p_1$  — давление в газовой фазе;  $p_{-i}$  — нормальное напряжение на поверхности раздела газа и  $i$ -й фазы;  $p_i$  — среднее эффективное напряжение в конденсированной фазе ( $p_{xxi}$ );  $\tilde{p}_i$  — эффективное давление, вызванное ударом частиц;  $F_i$  — средне-объемная сила, обусловленная трением

ем газа о стенки канала ( $i=1$ ) и межфазным трением газа и частиц ( $i=2, \dots, N$ );  $\mathcal{F}_{ij}$  — продольное напряжение, возникающее при контактном взаимодействии частиц фаз  $i$  и  $j$ ;  $S_{ij}/V_0$  — эффективная площадь контакта в единице объема смеси;  $u_i$  — скорость образующихся частиц.

Давление в газовой фазе может быть найдено из уравнения состояния, например для совершенного газа

$$p_1 = \rho_1 RT. \quad (5)$$

Напряжение для скелета (при  $N=2$ ) определяется из уравнения состояния для конденсированного топлива, например из закона диспергирования Гука. Давление  $\widehat{p}_i$  определяется соударениями частиц после диспергирования (когда объемное содержание меньше насыпного  $\sum_{i=2}^N \alpha_i \leq \alpha_*$ ) и совпадает с напряжением  $p_i$  до разрушения скелета (пока  $\sum_{i=2}^N \alpha_i > \alpha_*$ ). Таким образом, для  $\widehat{p}_i$  имеем соотношения

$$\widehat{p}_i = \begin{cases} p_i - p_1 = k_i \alpha_i \rho_i u_i l_i \varepsilon_i & \text{при } \alpha_1 \geq 1 - \alpha_*, \\ p_i & \text{при } \alpha_1 < 1 - \alpha_*, \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon_i = \left| \frac{\partial u_i}{\partial x} \right| H \left( -\frac{\partial u_i}{\partial x} \right), \quad H(z) = \begin{cases} 1, & z > 0, \\ 0, & z \leq 0, \end{cases}$$

$l_i = \sqrt[3]{6/\pi n_i}$  — характерный размер;  $n_i$  — число частиц  $i$ -й фазы в единице объема;  $u_i' = k_0 |u_i - u_w|$  — характерная скорость;  $u_w$  — скорость стенки трубы, в которой происходит течение смеси. Нормальное напряжение на поверхности раздела фаз  $p_{-i}$  при отсутствии горения равно давлению в газовой фазе  $p_1$ , а при наличии горения на поверхности определяется из условий сохранения потоков массы и количества движения [5]

$$p_{-i} = p_1 + \rho_i u_{ji}^2 \left( \frac{\rho_i}{\rho_1} - 1 \right). \quad (7)$$

Среднеобъемные силы межфазного взаимодействия  $F_i$  задаются соотношениями

$$F_1 = \frac{\tau_{W\Pi}^0}{A_0}, \quad \begin{cases} F_i = f_{di} n_i & \text{при } \alpha_1 \geq 1 - \alpha_*, \\ F_i = \frac{\tau_{W^4} \alpha_1}{d_1} & \text{при } \alpha < 1 - \alpha_*, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\Pi$ ,  $A_0$  — периметр и площадь внутреннего поперечного сечения трубы;  $\tau_{W}^0$  — напряжение трения на внутренней поверхности;  $f_{di}$  — сила, действующая со стороны газа на одиночную частицу. Параметры межфазного взаимодействия  $\tau_{W}^0$  и  $f_{di}$  могут быть определены соотношениями, приведенными в [8]. Напряжение при взаимодействии частиц

$$\mathcal{P}_{ij} = K_{ij} \frac{2}{1/\rho_i + 1/\rho_j} |u_i - u_j| (u_j - u_i), \quad (9)$$

$$K_{ij} = K \alpha_i \alpha_j, \quad |K| \leq 1.$$

Эффективная площадь контакта

$$\frac{S_{ij}}{V_0} = \frac{\pi (d_i^2 n_i + d_j^2 n_j)}{2} = \frac{1}{2} [(6\alpha_i)^{3/2} (\pi n_i)^{1/3} + (6\alpha_j)^{3/2} (\pi n_j)^{1/3}].$$

Изменение энергии фаз определяется притоком энергии к данной фазе извне и работой внешних сил на действительных перемещениях

$$\frac{\partial \rho_1 \alpha_1 \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \alpha_1 u_1 \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} \right)}{\partial x} = - \frac{\partial \alpha_1 p_1 u_1}{\partial x} - \sum_{i=2}^N p_{-i} u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} - \sum_{i=2}^N F_i u_i + \sum_{i=2}^N I_i \left( e_i + \frac{u_i^2}{2} \right) - \sum_{i=1}^N Q_i - \sum_{i=2}^N p_{-i} \alpha_i \left( \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial x} \right), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho_i \alpha_i \left( e_i + \frac{u_i^2}{2} \right)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i \alpha_i u_i \left( e_i + \frac{u_i^2}{2} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \alpha_i p_i u_i}{\partial x} + p_{-i} u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \\ & + p_i u_i^1 \Psi_i \left( \tilde{e}_i + \frac{\tilde{u}_i^2}{2} \right) + F_i u_i - I_i \left( e_i + \frac{u_i^2}{2} \right) + Q_i + p_{-i} \alpha_i \left( \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial x} \right) - \\ & - \alpha_i \widehat{p}_i \sum_{j=2, j \neq i}^N u_{ij} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \sum_{j=2, j \neq i}^N \alpha_j \widehat{p}_j u_{ij} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \sum_{j=2, j \neq i}^N \mathcal{P}_{ij} \frac{S_{ij}}{V_0} u_{ij}. \end{aligned} \quad (11)$$

В уравнениях (10), (11)  $e_i$  — внутренняя энергия:

$$e_1 = c_{V1} T_1, \quad e_i = c_i T_i + e_{ix} + h_i^0; \quad (12)$$

$T$  — температура;  $h_i^0$  — химическая энергия;  $e_x$  — энергия деформированного топлива («холодная» энергия);  $u_i = (u_i + u_j)/2$ . Величина  $Q_i$  характеризует межфазный теплообмен:

$$Q_i = \frac{q_W^0 \Pi}{A_0}, \quad Q_i = \pi d_i^2 q_i n_i, \quad \alpha_1 \geq 1 - \alpha_*, \quad (13)$$

$$Q_i = 4q_i \alpha_i / d_i, \quad \alpha_1 < 1 - \alpha_*$$

Потоки тепла  $q_W^0$  и  $q_i$  в стенку и частицы топлива находятся из соотношений [5, 8]. Величина  $\varepsilon_{ri}$  определяет деформацию конденсированной фазы в поперечном направлении.

Изменение объемной концентрации  $i$ -й фазы происходит за счет движения фаз, деформации частиц и выгорания топлива:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = \sum_{i=2}^N \left[ u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \alpha_i \left( \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial x} \right) + \frac{I_i}{\rho_i} \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = - u_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} - \alpha_i \left( \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t} + u_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial x} \right) - \frac{I_i}{\rho_i}, \quad i = 2, \dots, N. \quad (15)$$

Полученную систему (1)–(5), (10), (11), (14), (15) необходимо дополнить уравнениями состояния для конденсированной фазы. Полагая, что последнюю можно считать линейно-упругой, определим связь между напряжениями и деформациями:

1) для пористой среды ( $\alpha_1 < 1 - \alpha_*$ )

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ri} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{E} p_{-i} - \frac{\nu(1+\nu)}{E} \bar{p}_i, \\ \varepsilon_{xi} &= \frac{(1-\nu)(1+\nu)}{E} p_i - \frac{\nu(1+\nu)}{E} p_{-i}, \\ \widehat{p}_i &= p_i; \end{aligned} \quad (16)$$

2) для диспергированных частиц ( $\alpha_1 \geq 1 - \alpha_*$ )

$$\varepsilon_{ri} = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} p_{-i}, \quad p_i = \widehat{p}_i + p_1. \quad (17)$$

В этом случае

$$e_{ix} = \frac{\lambda}{2\rho_i} \chi_1^2(\varepsilon) + \frac{\mu}{\rho_i} \chi_2. \quad (18)$$

В (16)–(18) приняты следующие обозначения:  $\chi_1(\varepsilon)$ ,  $\chi_2(\varepsilon)$  — первый и второй инварианты тензора деформаций,  $\lambda$ ,  $\mu$  — параметры Ламе,  $E = \mu(3\lambda + 2\mu)/(\lambda + \mu)$  — модуль Юнга,  $\nu = \lambda/(2(\lambda + \mu))$  — коэффициент Пуассона. В соотношениях (16), (17) деформации при сжатии материала определены как положительные.

Продольные деформации  $\varepsilon_{xi}$  связаны со скоростями конденсированной фазы кинематическим соотношением

$$\frac{\partial \varepsilon_{xi}}{\partial t} + u_2 \frac{\partial \varepsilon_{xi}}{\partial x} = - \frac{\partial u_2}{\partial x}. \quad (19)$$

Нетрудно показать, что полученная система при  $\sum_{i=2}^N \alpha_i \rightarrow 0$  переходит в уравнения для совершенного газа, а при  $\alpha_1 \rightarrow 0$  — для линейно-упругого твердого тела.

Получим из уравнений для отдельных фаз систему уравнений для смеси в целом. Просуммируем (1), (2) по  $i = 1, \dots, N$ . Получим уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_m}{\partial x} = 0, \quad (20)$$

где  $\rho_m = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i$  — средняя плотность смеси;  $u_m = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i u_i / \rho_m$  — средняя скорость смеси. При выводе (20) учтено условие согласования

$$\sum_{i=2}^N \Psi_i \rho_i v_i^1 = 0.$$

При суммировании (3), (4) будем учитывать, что

$$\begin{aligned} \sum_{i=2}^N \left[ \alpha_i \widehat{p}_i \frac{\partial (\alpha_1 + \alpha_i)}{\partial x} + \sum_{j=2, j \neq i}^N \alpha_i \widehat{p}_j \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \right] &= \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \sum_{i=2}^N \alpha_i \widehat{p}_i + \sum_{i=2}^N \left( \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} \sum_{j=2}^N \alpha_j \widehat{p}_j \right) = \\ &= \sum_{i=2}^N \alpha_i \widehat{p}_i \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{i=1}^N \alpha_i \right) \equiv 0, \end{aligned}$$

$$\sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N \mathcal{F}_{ij} \frac{S_{ij}}{v_0} = 0, \quad \mathcal{F}_{ij} = -\mathcal{F}_{ji}, \quad S_{ij} = S_{ji}.$$

Тогда из (3), (4) получим уравнения импульса для смеси

$$\frac{\partial \rho_m u_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_m^2}{\partial x} = - \frac{\partial p_m}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^N J_i W_i, \quad (21)$$

где  $p_m = \sum_{i=1}^N \alpha_i p_i$  — среднее давление;  $W_i = u_i - u_m$  — скорость диффузии  $i$ -й фазы в смеси;  $J_i = \rho_i \alpha_i W_i$  — поток диффузии. При выводе (21) учтено, что  $\sum_{i=1}^N J_i = 0$ , но в него не входят межфазные взаимодействия, так как для смеси в целом эти силы стали внутренними. В уравнения для смеси в целом входят диффузионные напряжения  $\left( \sum_{i=1}^N J_i W_i \right)$ , которые отсутствуют в уравнениях для каждой из фаз. Присутствие диффузионных членов для фаз в некоторых моделях (например, [9]) является ошибочным.

Определим среднюю энергию смеси  $E_m$ :

$$E_m = \frac{\sum_{i=1}^N \rho_i \alpha_i E_i}{\rho_m}, \quad E = e_i + \frac{u_i^2}{2}.$$

Суммируя (10), (11) и учитывая, что  $\sum_{i=2}^N \Psi_i \rho_i v_i^1 \left( \tilde{e}_i + \frac{\tilde{u}_i^2}{2} \right) = 0$ ,  $u_{ij} = u_{ji}$

и выполнено условие

$$-\sum_{i=2}^N \alpha_i \widehat{p}_i \sum_{j=2, j \neq i}^N u_{ij} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \sum_{i=2}^N \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} + \sum_{j=2, j \neq i}^N \alpha_j \widehat{p}_j u_{ij} = -\sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^N \alpha_i \widehat{p}_i u_{ij} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \\ + \sum_{i=2}^N \sum_{j=2, j \neq i}^N \alpha_j \widehat{p}_j u_{ij} \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \equiv 0,$$

получим

$$\frac{\partial \rho_m E_m}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_m E_m}{\partial x} - \frac{\partial u_m p_{rl}}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^N \alpha_i p_i W_i - \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^N J_i E_i. \quad (22)$$

В (22) также отсутствуют межфазные взаимодействия, но присутствуют перенос энергии в результате диффузии и работа сил давления на диффузионных перемещениях. Полученная система (20)–(22) для средних значений параметров смеси показывает, что разработанная математическая модель горения многофазной смеси внутренне непротиворечива и для нее выполняются условия согласования.

В отличие от большинства работ, в которых конденсированная фаза полагается деформируемой, но не сжимаемой [2, 4, 9, 10], разработанная модель учитывает сжимаемость к-фазы, что позволяет изучать распространение волн сжатия в газе и в к-фазе.

Уравнения энергии (10), (11) содержат члены типа  $p_{-i} \alpha_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t}$ , характеризующие работу сил по деформированию к-фазы в поперечном направлении на действительном перемещении. Отметим, что во многих теоретических моделях (например, [10]) уравнения энергии записаны неверно: содержат члены типа  $-p_{-i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t}$ , которые включают в себя работу на фазовом перемещении. Действительно, из (15) при  $u_i = 0$  получим

$$-p_{-i} \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} = p_{-i} \alpha_i \frac{\partial \varepsilon_{ri}}{\partial t} + p_{-i} u_j S_i. \quad (23)$$

При большой скорости выгорания топлива  $u_f$  и малых скоростях деформаций второй член в правой части (23), содержащий фазовую скорость  $u_j$ , может стать много больше первого, т. е. дать погрешность более 100 %.

Постановка граничных условий в данной модели требует отдельного рассмотрения и зависит от специфики решаемой задачи. Общее требование состоит в том, чтобы граница была эволюционна, т. е. чтобы число выставляемых граничных условий равнялось числу уходящих от границы характеристик плюс условия, определяющие положение самой границы [8]. В случае, когда граница не является характеристикой, помимо уравнения самой границы необходимо еще задать дополнительные соотношения на ней, количество которых равно числу неизвестных минус число приходящих характеристик. Если же граница — характеристика  $s$ -й кратности, то количество задаваемых на ней независимых соотношений должно быть на  $s$  меньше.

Воспламенение поверхности твердого топлива в порах осуществляется затекающими внутрь под действием перепада давления горячими продуктами реакции, либо потоком ударно-сжатого газа при распространении сильной волны.

Условия воспламенения поверхности топлива нагретым газовым потоком могут быть определены в рамках какой-либо из моделей, применяемых в теории конвективного горения [2, 3, 5, 6]. Существенным яв-

ляется тот факт, что критерий воспламенения должен учитывать температуру поверхности топлива, а не ограничиваться значением средне-массовой температуры частиц. В противном случае может возникнуть нефизичная зависимость критерия от размера частиц.

Можно использовать условие зажигания при достижении температурой поверхности  $T_w$  значения эффективной температуры воспламенения  $T_*$ . При этом  $T_w$  может быть определена, например, из решения задачи о распаде теплового разрыва

$$T_w = \frac{T_1 \sqrt{\kappa_1 \rho_1 c_{v1}} + T_2 \sqrt{\kappa_i \rho_i c_i}}{\sqrt{\kappa_1 \rho_1 c_{v1}} + \sqrt{\kappa_i \rho_i c_i}},$$

где  $\kappa_i$  — коэффициент теплопроводности.

Определение границы диспергированной области заряда требует введения дополнительных параметров модели. Так в [6] полагается, что разрушение происходит при  $\alpha_2 \leq \alpha_k$ . В общем случае представляется целесообразным выбрать критерий разрушения, зависящий от толщины свода топлива  $b_i$ , скоростных неоднородностей газового потока, максимальных сдвиговых напряжений  $\sigma_{\max} = |p_i - p_{-i}|$ :

$$F(b_i, |u_1 - u_i|, \sigma_{\max}) \leq 0. \quad (24)$$

В случае регулярной пористости средняя толщина свода может быть определена соотношением  $b_1 = \frac{1 - \sqrt{\alpha_1}}{\sqrt{\alpha_1}} d_1$ . При диспергировании пористого

топлива образуются частицы, форма которых зависит от структуры скелета, а характерный размер  $b_i = b_1$ . Количество образующихся частиц в единице объема может быть приближенно определено соотношениями:

— для частиц, форма которых близка к сферической:

$$\Psi_i = \frac{(1 - \alpha_1) b}{\pi b_i^3 \Delta t},$$

— для частиц, форма которых близка к цилиндрической и т. п.:

$$\Psi_i = \frac{4(1 - \alpha_1)}{\pi b_i^2 \Delta x \Delta t},$$

где  $\Delta x(t)$  — размер области разрушения (длина участка пористой среды, где выполнено условие (24)):  $\Delta x = \int_0^L H(-F) H(1 - \alpha_* - \alpha_1) dx$ ;  $L$  — размер области интегрирования;  $\Delta t$  — характерное время, за которое происходит диспергирование топлива в единичном объеме.  $\Delta t$  зависит от скорости распространения волны разрушения и определяется так:

$$\Delta t = \Delta x \frac{dJ}{dt}; \quad J(t) = \int_0^L H(-F) dx.$$

Уравнения изменения числа частиц  $i$ -й фазы в единице объема  $n_i = \alpha_i / v_i^1$  записываются в виде

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i u_i}{\partial x} = \Psi_i$$

и замыкают полученную систему уравнений. Скорость частиц  $i$ -й фазы в момент рождения совпадает со скоростью диспергирующей пористой среды.

Таким образом, разработанная математическая модель позволяет описать горение пористых сжимаемых топлив с учетом их диспергирования и образования полидисперсной смеси с газообразными продуктами реакции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев А. Ф., Боболев В. К., Сулимова А. А. и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв.— М.: Наука, 1973.
2. Ермолаев Б. С., Новожилов Б. В., Посвянский В. С. и др. Результаты численного моделирования конвективного горения порошкообразных взрывчатых систем при возрастающем давлении // ФГВ.— 1985.— 21, № 5.— С. 3.
3. Смирнов Н. Н., Димитриенко И. Д. Режим конвективного горения в деформируемом твердом топливе с продольными каналами // ФГВ.— 1986.— 22, № 3.— С. 59.
4. Нигматулин Р. И., Вайнштейн П. Б., Ахатов И. Ш. Переход конвективного горения порошкообразных ВВ в детонацию // ФГВ.— 1983.— 19, № 5.— С. 93.
5. Смирнов Н. Н. Распространение конвективного горения в двухфазных системах с продольной пористостью и переход в режим недосжатой детонации // ФГВ.— 1987.— 23, № 3.— С. 58.
6. Виллюнов В. Н., Ищенко А. Н., Хоменко Ю. П. О детерминированной модели конвективного горения пористых систем // ФГВ.— 1988.— 24, № 5.— С. 40.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— Ч. 1.— М.: Наука, 1987.
8. Зверев И. Н., Смирнов Н. Н. Газодинамика горения.— М.: Изд-во МГУ, 1987.
9. Криер Х., Гокхейл С. С. // РТК.— 1978.— 16, № 2.— С. 107.
10. Гоф П. С., Шварц Ф. Дж. // РТК.— 1979.— 17, № 1.— С. 19.

г. Москва

Поступила в редакцию 19/1 1989,  
после доработки — 3/IV 1990

УДК 536.46

Л. К. Гусаченко

## ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ ТВЕРДЫХ ТОПЛИВ

Рассмотрена возможность диспергирования поверхностного слоя ТТ при колеблющемся наружном давлении за счет нестационарного изменения перепада давления на этом слое.

Горение двухосновных составов при колеблющемся давлении может сопровождаться массовым выбросом с горячей поверхности диспергированных частиц. Такой вывод следует, например, из [1], где использованы представления [2] о газообразных продуктах реакции, растворенных в к-фазе и разрушающих ее при достижении предела растворимости. Недостаток рассмотрения состоит в том, что массовая доля вещества, газифицирующегося в зоне реакций к-фазы реальных двухосновных составов, слишком велика и никак не может быть растворена в оставшейся к-фазе [3]. При субатмосферных давлениях эта доля не меньше 30 % [4], а при  $p > 1$  атм — практически 100 % [5].

Далее используется более правдоподобный механизм диспергирования [5, 6]: отрыв происходит, когда гидродинамическое воздействие оттекающих газов превышает предел прочности связей, удерживающих фрагмент к-фазы.

Пусть твердое топливо (ТТ) содержит массовую долю  $\alpha$  летучего компонента. Для простоты аналогично [7] полагаем, что он мгновенно газифицируется при достижении температуры  $T_{\pi} < T_s$  ( $T_s$  — температура поверхности) и вытекает из ТТ по многочисленным порам, оставшимся после его газификации (рис. 1). Перепад  $\Delta p$  давления в порах определяется закономерностями фильтрации. При ламинарном течении (для достаточно мелких пор) объемный поток  $v$  газа в них удовлетворяет закону Дарси

$$v = -k_{\Phi} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $k_{\Phi} = k_1 \alpha d^2$  — коэффициент фильтрации;  $k_1 \approx \text{const}$ ;  $d$  — диаметр пор.