

наиболее существенный в конденсированной фазе, которые должны включаться как в модель гетерогенного горения, так и в модель газоза-ного пламени, позволяет считать полученные закономерности достаточно общими и характерными для многих смесевых конденсированных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Струнин В. А., Фирсов А. Н., Шкадинский К. Г. и др. ФГВ, 1989, 25, 5.
2. Либрович В. Б. ПМТФ, 1962, 4, 33.
3. Новожиллов Б. В. Докл. АН СССР, 1962, 144, 6, 1328.
4. Гусаченко Л. К. ФГВ, 1985, 21, 2, 41.
5. Strahle W. C. AIAA J., 1975, 13, 5, 640.
6. Бахман И. Н., Беляев А. Ф. Горение гетерогенных конденсированных систем.— М.: Наука, 1967.
7. Price E. W. et al. Comb. Flame, 1986, 63, 3, 381.

п. Черноголовка

*Поступила в редакцию 10/VII 1989,
после доработки — 19/IX 1989*

УДК 536.46 : 536.6

Л. И. Зайчик, В. А. Першуков

ГОРЕНИЕ МЕЛКОДИСПЕРСНОГО ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

К настоящему времени появилось большое количество публикаций, посвященных влиянию турбулентной структуры потока на протекание гомогенных химических реакций [1—3]. Как показано в этих работах, наличие в потоке пульсаций скорости, температуры и концентрации оказывает существенное влияние на интенсивность протекающих процессов. При рассмотрении гетерогенного горения твердого топлива большинство известных методов расчета, например [4—6], не учитывает влияние пульсационной структуры потока на скорость химических реакций, а также обратное влияние дискретной фазы и горения на механизм турбулентного обмена. Такие подходы приемлемы только для крупных (инерционных) частиц, не вовлекающихся в пульсационное движение несущего потока. Для течений без химических реакций известно, что присутствие мелкодисперсной твердой фазы может приводить к существенной перестройке пульсационной структуры турбулентного потока [7—9].

В работах [10, 11] в рамках однопараметрической модели турбулентности, основанной на уравнении баланса турбулентной энергии несущего потока, учитывается воздействие твердой фазы на интенсивность пульсационного движения, однако не учитываются корреляции, связанные с пульсациями скорости химической реакции, что допустимо для диффузионного режима горения частиц.

Цель настоящей работы — разработать модель для расчета газодисперсных турбулентных течений с горящими частицами, учитывающую влияние пульсаций параметров потока на скорость горения, а также обратное воздействие частиц и горения на интенсивность турбулентных пульсаций несущего потока.

Уравнения движения и тепло- и массопереноса

Рассматривается двухфазная гетерогенная среда, состоящая из газовой фазы — смеси азота, кислорода, углекислого газа и твердой фазы — монодисперсной системы коксовых частиц радиуса r , плотность которых ρ_2 считается постоянной. Частицы предполагаются мелкими в том смысле, что основными динамическими и тепловыми механизмами взаимодействия между фазами являются силы и тепловые потоки, связанные

с осреднением и пульсационным скоростным и температурным скольжением и описываемые в стоковом и теплопроводном приближении, а такими эффектами, как действие силы Магнуса вследствие вращения частиц, теплоперенос между частицами и газом в результате излучения и т. д., существенными для крупных частиц, можно пренебречь. Объемная концентрация частиц считается незначительной ($\varphi \ll 1$), поэтому взаимодействием частиц вследствие столкновений можно пренебречь. Горение предполагается происходящим на поверхности частиц в соответствии с реакцией $C + O_2 = CO_2$.

Раздельное описание обеих фаз осуществляется в эйлеровом представлении в рамках теории взаимопроникающих континуумов [12]. При получении осредненных уравнений движения и тепло- и массопереноса наряду с обычным осреднением используется осреднение Фавра [13], когда мгновенные (актуальные) значения параметров несущей фазы осредняются с использованием плотности газа ρ_1 , а твердой фазы — объемной концентрации частиц φ в качестве весовых функций. Корреляционные моменты, осредненные по Фавру, будут обозначаться угловыми скобками, а осредненные обычным способом — чертой сверху. Для одинарных величин знак осреднения опускается. Корреляции, содержащие скорость горения, определяются с использованием функции плотности вероятности температуры частиц и других переменных, что и обозначается угловыми скобками с нижним индексом F . Нижний индекс 1 относится к газовой фазе, а 2 — к твердой.

Уравнения изменения массы газовой и твердой фаз имеют вид

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_1 U_k}{\partial x_k} = \langle \kappa \rangle_F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi V_k}{\partial x_k} = - \frac{\langle \kappa \rangle_F}{\rho_2}, \quad (2)$$

где $U_k(u_k)$, $V_k(v_k)$ — осредненные (актуальные) скорости газовой и твердой фаз; κ — массовая скорость горения.

Выражение для сохранения числа частиц, позволяющее совместно с уравнением (2) определить радиус частиц на основании соотношения $\varphi = 4\pi r^3 n/3$:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + \frac{\partial n V_k}{\partial x_k} = 0. \quad (3)$$

Уравнения изменения массы (диффузии) отдельных газовых компонентов записываются в виде

$$\frac{\partial \rho_1 c_m}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_1 U_k c_m + \rho_1 \langle u'_k c'_m \rangle) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho_1 D_m \frac{\partial c_m}{\partial x_k} \right) + A_m \langle \kappa \rangle_F. \quad (4)$$

Здесь c_m — концентрация газового компонента; $m = CO_2, O_2, N_2$; $A_{CO_2} = \mu_{CO_2}/\mu_C$, $A_{O_2} = \mu_{O_2}/\mu_C$, $A_{N_2} = 0$; D — коэффициент диффузии; μ_m — молекулярная масса.

Для движения газовой и твердой фаз без учета действия внешних массовых сил запишем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 U_i}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_1 U_i U_k + \rho_1 \langle u'_i u'_k \rangle) + p \delta_{ik} - \sigma_{ik} &= \rho_2 \varphi (V_i - U_i) / \tau_u - \\ &- \rho_2 \overline{\varphi u'_i} / \tau_u + \langle v_i \kappa \rangle_F, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varphi V_i}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\varphi V_i V_k + \varphi \langle v'_i v'_k \rangle) - \frac{\varphi (U_i - V_i)}{\tau_u} + \frac{\overline{\varphi v'_i}}{\tau_u} - \frac{\langle v_i \kappa \rangle_F}{\rho_2}, \quad (6)$$

где p — давление; σ_{ik} — тензор вязких напряжений; τ_u — время динамической релаксации частиц.

Появление корреляции $\langle v_i' v_k' \rangle$ в (6) связано с возникновением турбулентных напряжений в твердой фазе за счет вовлечения частиц в пульсационное движение несущего потока. Первые члены в правых частях (5) и (6) описывают осредненную силу взаимодействия между фазами в стоковом приближении, вторые — силу диффузионной природы, обусловленную градиентом концентрации частиц; третьи — силу реакции уходящих из твердой фазы в результате горения молекул углерода.

Распределение температуры в газовой и твердой фазах находится по формулам:

$$c_{p1}\rho_1 \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(c_{p1}\rho_1 \langle u_k' t' \rangle - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) = \frac{c_{p2}\rho_2\Phi}{\tau_t} (\Theta - T) - \frac{c_{p2}\rho_2}{\tau_t} \overline{\Phi t'} - H_1 \langle \kappa \rangle_F + \left\langle \left[\frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} h_{CO_2}(\vartheta) - \frac{\mu_{O_2}}{\mu_C} h_{O_2}(t) \right] \kappa \right\rangle_F, \quad (7)$$

$$c_{p2}\Phi \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + V_k \frac{\partial \Theta}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} (c_{p2}\Phi \langle v_k' \vartheta' \rangle) = \frac{c_{p2}\Phi}{\tau_t} (T - \Theta) + \frac{c_{p2}}{\tau_t} \overline{\Phi t'} + \frac{1}{\rho_2} \left\langle \left\{ q - h_2 - \frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} [h_{CO_2}(\vartheta) - h_{CO_2}(t)] \right\} \kappa \right\rangle_F + \frac{H_2}{\rho_2} \langle \kappa \rangle_F, \quad (8)$$

где $T(t)$, $\Theta(\vartheta)$ — температуры газовой и твердой фаз; $H(h)$ — энтальпия; $q = h_2 - h_{CO_2}\mu_{CO_2}/\mu_C + h_{O_2}\mu_{O_2}/\mu_C$ — тепловой эффект горения; τ_t — время тепловой релаксации частиц.

Корреляция $\langle v_k' \vartheta' \rangle$ обусловлена возникновением турбулентного теплового переноса в твердой фазе вследствие вовлечения частиц в пульсационное движение. Первые члены в правых частях (7) и (8) описывают осредненный теплообмен между фазами в результате теплопроводности; вторые — теплоперенос диффузионной природы, вызванный градиентом концентрации частиц. В уравнении (7) последнее слагаемое учитывает изменение энтальпии газовой смеси за счет образования углекислого газа при температуре горения частиц ϑ и исчезновения кислорода, имевшего температуру газа t . В (8) учитывается отбор тепла от твердой фазы на изменение энтальпии кислорода, имевшего температуру t и вступившего в реакцию при температуре ϑ .

Тензор турбулентных напряжений твердой фазы $\langle v_i' v_j' \rangle$, турбулентный тепловой поток $\langle v_i' \vartheta' \rangle$ и корреляции $\overline{\Phi u_i'}$, $\overline{\Phi t'}$ могут быть выражены через пульсационные характеристики несущего потока [8, 9]

$$\langle v_i' v_j' \rangle = f_u \langle u_i' u_j' \rangle, \quad \langle v_i' \vartheta' \rangle = \frac{\tau_u f_{ut} + \tau_t f_{tu}}{\tau_u + \tau_t} \langle u_i' t' \rangle,$$

$$\overline{\Phi u_i'} = (\tau_u f_u - T_u) \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial \Phi}{\partial x_k}, \quad \overline{\Phi t'} = (\tau_t f_{tu} - T_{tu}) \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial \Phi}{\partial x_k},$$

$$f_u = 1 - \exp(-T_u/\tau_u), \quad f_{ut} = 1 - \exp(-T_{ut}/\tau_u), \quad f_{tu} = 1 - \exp(-T_{tu}/\tau_t).$$

Здесь T_u — временной интегральный масштаб пульсаций скорости несущего потока, определяемый соотношением $T_u = \alpha e/\varepsilon$ ($e = \langle u_i' u_k' \rangle/2$ — пульсационная энергия газа, ε — диссипация пульсационной энергии, α — постоянная); T_{ut} — масштаб корреляции пульсаций скорости и температуры, для которого принято $T_{ut} = R_0^{1/2} T_u$ ($R_0 = T_t/T_u$ — отношение временных интегральных масштабов температуры и скорости, принимаемое постоянным).

Уравнение состояния газа

$$p = R\rho_1 T \sum_{m=1}^3 c_m/\mu_m. \quad (9)$$

Для замыкания представленной системы осредненных уравнений движения и тепло- и массопереноса газодисперсной среды с горящими

частицами (1) — (8) необходимо определить турбулентные напряжения $\langle u'_i u'_j \rangle$, тепловой $\langle u'_i t' \rangle$ и массовый $\langle u'_i c' \rangle$ потоки в газовой фазе, масштаб турбулентности T_u (или диссипацию турбулентной энергии ε), а также среднюю скорость горения $\langle \kappa \rangle_F$ и корреляции $\langle v'_i \kappa \rangle_F$, $\langle t' \kappa \rangle_F$, $\langle \vartheta' \kappa \rangle_F$. С этой целью записываются уравнения баланса для вторых одноточечных моментов пульсаций скорости, температуры и концентрации несущей фазы, а также их смешанных корреляций.

Уравнения для вторых моментов

При замыкании уравнений для вторых моментов используются известные аппроксимации для обменных, диффузионных и диссипативных членов [14], а также дополнительных слагаемых, обусловленных использованием процедуры осреднения Фавра [13]. Рассматриваются течения при больших числах Рейнольдса, когда рядом эффектов, связанных с анизотропией пульсаций и молекулярным переносом, можно пренебречь. Уравнение для вторых моментов пульсаций скорости газа в этом случае запишется в виде

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} \right) = & \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_1 \rho_1 \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \langle u'_k u'_n \rangle \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_n} \right) - \\ & - \rho_1 \frac{\varepsilon}{\rho} \left[K_1 \left(\langle u'_i u'_j \rangle - \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \right) - K_2 \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{2}{3} \langle u'_n u'_k \rangle \frac{\partial U_n}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \left\{ \rho_1 \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) + \frac{T_u}{\rho_1} \left(\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial p}{\partial x_j} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \rho_1}{\partial x_k} + \rho_2 \left(f_u - \frac{T_u}{\tau_u} \right) \left[(U_i - V_i) \langle u'_j u'_k \rangle + (U_j - V_j) \langle u'_i u'_k \rangle \right] \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \right\} - \\ & - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho_1 \varepsilon - \frac{2 \rho_2 \varphi}{\tau_u} (1 - f_u) \langle u'_i u'_j \rangle + [(V_i - U_i) \langle u'_j \kappa \rangle_F + (V_j - U_j) \langle u'_i \kappa \rangle_F + \\ & + \langle (u'_i v'_j + u'_j v'_i - u'_i u'_j) \kappa \rangle_F - \langle \bar{u}'_i u'_j \rangle \langle \kappa \rangle_F], \end{aligned} \quad (10)$$

где α_1 , K_1 , K_2 — постоянные.

Выражение (10) по сравнению с уравнением баланса турбулентных напряжений в однофазной среде содержит дополнительные слагаемые, обусловленные межфазным взаимодействием (осредненным и пульсационным скольжением) и горением частиц. В фигурных скобках объединены члены, описывающие порождение (поглощение) турбулентной энергии газа в результате взаимодействия пульсационного и осредненного движений. Кроме обычного порождения за счет градиента средней скорости, имеющего место в однофазной жидкости с постоянной плотностью, в данном случае возникают дополнительные механизмы обмена энергией с осредненным течением из-за наличия градиента плотности газа и вследствие осредненного межфазного скольжения и градиента концентрации частиц. Последующие члены описывают соответственно обычную вязкую диссипацию турбулентной энергии, дополнительную диссипацию вследствие пульсационного межфазного скольжения и генерацию (или поглощение) турбулентной энергии в результате химической реакции (горения частиц).

Из [11] следует, что горение обязательно приводит к диссипации турбулентной энергии; этот вывод связан с неполным учетом всех членов в уравнении баланса турбулентной энергии, обусловленных горением. В действительности, как показывают расчеты, в результате учета всех членов, связанных с горением (в том числе и корреляций температуры, скорости и концентрации со скоростью горения), в уравнениях для вторых моментов может иметь место эффект турбулизации потока.

Структура уравнений для других вторых моментов пульсаций характеристик газового потока такая же, как и формулы (10). Выражения

для турбулентных теплового и массового потоков имеют вид

$$\begin{aligned}
 c_{p1}\rho_1 \left(\frac{\partial \langle u_i' t' \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle u_i' t' \rangle}{\partial x_k} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_2 c_{p1} \rho_1 \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k' u_n' \rangle \frac{\partial \langle u_i' t' \rangle}{\partial x_n} \right) - \\
 - c_{p1} \rho_1 \left(\gamma_1 \frac{e}{\varepsilon} \langle \ddot{u}_i' t' \rangle - \gamma_2 \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) &- c_{p1} \rho_1 \left(\langle u_k' t' \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial T}{\partial x_k} \right) - \\
 - \frac{c_{p1} \rho_1}{\tau_u} \left[(\tau_u f_{ut} - T_{ut})(U_i - V_i) \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + \varphi (1 - f_{ut}) \langle u_i' t' \rangle \right] &- \\
 - \frac{c_{p2} \rho_2}{\tau_t} \left[(\tau_u f_u - T_u)(T - \Theta) \langle u_i' u_k' \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + \varphi (1 - f_u) \langle u_i' t' \rangle \right] &+ \\
 + \left[\frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} H_{CO_2}(\Theta) - \frac{\mu_{O_2}}{\mu_C} H_{O_2}(T) - H_1 \right] \langle u_i' \kappa \rangle_F + \frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} c_{pCO_2}(\Theta) \langle u_i' \theta' \kappa \rangle_F &- \\
 - \frac{\mu_{O_2}}{\mu_C} c_{pO_2}(T) \langle u_i' t' \kappa \rangle_F + (V_i - U_i) c_{p1} \langle t' \kappa \rangle_F + c_{p1} (\langle v_i' t' \kappa \rangle_F - \langle u_i' t' \kappa \rangle_F) &- \\
 - \langle u_i' t' \rangle \langle \kappa \rangle_F, & \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_1 \left(\frac{\partial \langle u_i' c' \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle u_i' c' \rangle}{\partial x_k} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_2 \rho_1 \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k' u_n' \rangle \frac{\partial \langle u_i' c' \rangle}{\partial x_n} \right) - \\
 - \frac{\rho_2}{\tau_u} \left[(\tau_u f_{uc} - T_{uc})(U_i - V_i) \langle u_k' c' \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + \varphi (1 - f_{uc}) \langle u_i' c' \rangle \right] &+ \\
 + (V_i - U_i) \langle c' \kappa \rangle_F + \langle v_i' c' \kappa \rangle_F - \langle u_i' c' \kappa \rangle_F - \langle u_i' c' \rangle \langle \kappa \rangle_F - c \langle u_i' \kappa \rangle_F, & \quad (12)
 \end{aligned}$$

где $\alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$ — постоянные; $T_{uc} = T_{ut}$; $f_{uc} = f_{ut}$.

Уравнение (12) с целью сокращения записи представлено для приведенной концентрации $c = c_{O_2}/\mu_{O_2} + c_{CO_2}/\mu_{CO_2}$ (или для концентрации инертного компонента — азота $c = c_{N_2}$), когда источник массы из-за горения в уравнении для c отсутствует.

Запишем уравнение для вторых моментов пульсаций скорости и концентрации, так как эти величины понадобятся при определении членов в полученных выше уравнениях, содержащих скорость горения:

$$\begin{aligned}
 c_{p1} \rho_1 \left(\frac{\partial \langle t'^2 \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle t'^2 \rangle}{\partial x_k} \right) &= \frac{1}{c_{p1}} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_3 c_{p1}^2 \rho_1 \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k' u_n' \rangle \frac{\partial \langle t'^2 \rangle}{\partial x_n} \right) - \\
 - 2c_{p1} \rho_1 \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial T}{\partial x_k} - c_{p1} \rho_1 \frac{\varepsilon \langle t'^2 \rangle}{R_0 e} - 2 \frac{c_{p2} \rho_2}{\tau_t} \left[(\tau_u f_{ut} - T_{ut})(T - \Theta) \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + \right. & \\
 \left. + \varphi (1 - f_t) \langle t'^2 \rangle \right] + 2 \left[\frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} H_{CO_2}(\Theta) - \frac{\mu_{O_2}}{\mu_C} H_{O_2}(T) - H_1 \right] \langle t' \kappa \rangle_F + & \\
 + 2 \left[\frac{\mu_{CO_2}}{\mu_C} c_{pCO_2}(\Theta) \langle t' \theta' \kappa \rangle_F - \frac{\mu_{O_2}}{\mu_C} c_{pO_2}(T) \langle t' t' \kappa \rangle_F \right] - c_{p1} (\langle t'^2 \kappa \rangle_F + \langle t'^2 \rangle \langle \kappa \rangle_F), & \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_1 \left(\frac{\partial \langle c'^2 \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle c'^2 \rangle}{\partial x_k} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_3 \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k' u_n' \rangle \frac{\partial \langle c'^2 \rangle}{\partial x_n} \right) - 2\rho_1 \langle u_k' c' \rangle \frac{\partial c}{\partial x_k} - \\
 - \rho_1 \frac{\varepsilon \langle c'^2 \rangle}{R_0 e} - 2c \langle c' \kappa \rangle_F - \langle c'^2 \kappa \rangle_F - \langle c'^2 \rangle \langle \kappa \rangle_F, & \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_1 \left(\frac{\partial \langle t' c' \rangle}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \langle t' c' \rangle}{\partial x_k} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_3 \frac{e}{\varepsilon} \langle u_k' u_n' \rangle \frac{\partial \langle t' c' \rangle}{\partial x_n} \right) - \rho_1 \langle u_k' t' \rangle \frac{\partial c}{\partial x_k} - \\
 - \rho_1 \langle u_k' c' \rangle \frac{\partial T}{\partial x_k} - \rho_1 \frac{\varepsilon \langle t' c' \rangle}{R_0 e} - \frac{c_{p2} \rho_2}{\tau_{p1} \tau_t} \left[(\tau_u f_{uc} - T_{uc})(T - \Theta) \langle u_k' c' \rangle \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} - \right. &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \varphi (1 - f_t) \langle t'c' \rangle \Big] + \frac{1}{c_{p1}} \left[\frac{\mu_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{C}}} H_{\text{CO}_2}(\Theta) - \frac{\mu_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{C}}} H_{\text{O}_2}(T) - H_1 \right] \langle c' \kappa \rangle_F + \\
& + \frac{1}{c_{p1}} \left[\frac{\mu_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{C}}} c_{p\text{CO}_2}(\Theta) \langle \vartheta' c' \kappa \rangle_F - \frac{\mu_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{C}}} c_{p\text{O}_2}(T) \langle t' c' \kappa \rangle_F \right] - \langle t' c' \kappa \rangle_F - \\
& - c \langle t' \kappa \rangle_F - \langle t' c' \rangle \langle \kappa \rangle_F, \tag{15}
\end{aligned}$$

где α_3 — постоянная; $f_t = 1 - \exp(-T_t/\tau_t)$.

Для определения временного (или пространственного) масштаба турбулентности привлекается уравнение для диссипации турбулентной энергии, обобщенное на случай наличия межфазного взаимодействия и горения. При больших числах Рейнольдса в случае горения частиц, время релаксации которых τ_u много больше временного микромасштаба турбулентности, пропорционального колмогоровскому диссипативному масштабу $T_\varepsilon = (\vartheta/\varepsilon)^{1/2}$, уравнение для ε может быть представлено в виде

$$\begin{aligned}
\rho_1 \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\alpha_4 \rho_1 \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \langle u'_k u'_n \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_n} \right) - a_1 \rho_1 \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \\
&- a_2 \rho_1 \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon} - \frac{2 \rho_1 \varphi}{\tau_u} (1 - f_u) \varepsilon - 2 \langle \kappa \rangle_F \varepsilon, \tag{16}
\end{aligned}$$

a_1, a_2 — постоянные.

Скорость горения и корреляции со скоростью горения

Для нахождения средней скорости горения частиц $\langle \kappa \rangle_F$ и корреляций пульсационных величин со скоростью горения используется функция плотности вероятности распределения частиц по скоростям и температурам, определяемая из кинетического уравнения типа Фоккера — Планка. Оно выводится из уравнений движения и теплопереноса типа Ланжевена для одиночных частиц в турбулентном потоке

$$\frac{dv_i}{d\tau} = \frac{u_i - v_i}{\tau_u} + S_i, \quad \frac{d\vartheta}{d\tau} = \frac{t - \vartheta}{\tau_t} + Q, \tag{17}$$

где S_i — внешняя сила, действующая на частицу; Q — плотность внутренних источников тепла в частице.

Из (17) методом функционального исчисления [15] в рамках предположения о гауссовости случайных полей u_i и t получается следующее замкнутое уравнение для функции плотности вероятности распределения частиц по скоростям и температурам:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial v_k} \left(\frac{U_k - v_k}{\tau_u} + S_k \right) F + \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\frac{T - \vartheta}{\tau_t} + Q \right) F &= \frac{f_u}{\tau_u} \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial^2 F}{\partial v_i \partial v_k} + \\
+ \left(\frac{f_{tu}}{\tau_u} + \frac{f_{ut}}{\tau_t} \right) \langle u'_k t' \rangle \frac{\partial^2 F}{\partial v_k \partial \vartheta} + \frac{f_t}{\tau_t} \langle t'^2 \rangle \frac{\partial^2 F}{\partial \vartheta^2} + \left(\frac{T_u}{\tau_u} - f_u \right) \langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial^2 F}{\partial v_i \partial x_k} + \\
+ \left(\frac{T_{ut}}{\tau_t} - f_{ut} \right) \langle u'_k t' \rangle \frac{\partial^2 F}{\partial \vartheta \partial x_k}. \tag{18}
\end{aligned}$$

В локально стационарном и однородном (равновесном) приближении решением (18) будет нормальное распределение

$$F = \frac{n}{4\pi^2 \sqrt{\text{Det } \lambda_{mn}}} \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 \lambda_{mn}^{-1} (\xi_n - \langle \xi_n \rangle) (\xi_m - \langle \xi_m \rangle) \right]. \tag{19}$$

Здесь $\xi = v_i, \vartheta$; $\lambda_{mn} = \langle (\xi_m - \langle \xi_m \rangle) (\xi_n - \langle \xi_n \rangle) \rangle$ — матрица вторых моментов пульсаций скорости и температуры твердой фазы; λ_{mn}^{-1} — обратная матрица.

В случае изотропной турбулентности $\langle u_i' u_j' \rangle = 2e\delta_{ij}/3$, $\langle u_i' t' \rangle = 0$ (так как поля скорости и температуры не коррелированы) плотность вероятности (19) становится произведением нормальных распределений скорости и температуры

$$F = 4 \left(\frac{3}{4\pi f_u e} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{3|\vec{v} - \vec{V}|^2}{4f_{ue}} \right) \frac{1}{(2\pi f_t \langle t'^2 \rangle)^{1/2}} \exp \left(-\frac{(\vartheta - \Theta)^2}{2f_t \langle t'^2 \rangle} \right). \quad (20)$$

Для мелких частиц ($f_u, f_{ut}, f_{tu}, f_t \rightarrow 1$) выражения (19) и (20) переходят в плотность вероятности скорости и температуры несущего турбулентного потока. Нормальное (максвелловское) распределение для пульсаций скорости однофазного турбулентного потока обосновано в [16], а в [1] показано, что нормальный закон хорошо описывает распределение концентрации примеси и температуры в областях без перемежаемости. С увеличением размера частиц ($f_u, f_{ut}, f_{tu}, f_t \rightarrow 0$) распределения (19) и (20) определяется к δ -функциям

$$\lim_{\tau_u/T_u(\tau_t/T_t) \rightarrow \infty} F(\vec{x}, \vec{v}, \vartheta, \tau) = n\delta(\vec{v} - \vec{V})\delta(\vartheta - \Theta).$$

Скорость горения частиц задается соотношением, учитывающим как кинетику, так и внешнее диффузионное сопротивление:

$$\kappa = \frac{3}{2} \frac{\mu_C}{\mu_{O_2}} \rho_1 \varphi c_{O_2} \frac{k_0 \exp(-E/R\vartheta)}{1 + k_0 r \exp(-E/R\vartheta)/D} = A c_{O_2} \frac{\exp(-E/R\vartheta)}{1 + k_0 r \exp(-E/R\vartheta)/D}. \quad (21)$$

Вследствие того, что наиболее сильная нелинейность в (21) связана с зависимостью $\exp(-E/R\vartheta)$, т. е. с температурой частиц, пульсации плотности газа и концентрации частиц при вычислении корреляции со скоростью горения учитываться не будут. Пульсации концентрации кислорода при горении смеси, близкой к стехиометрической, следует учитывать, что связано с влиянием выгорания кислорода на скорость химической реакции. Таким образом, для замыкания представленной системы уравнений необходимо вычислить выражения вида

$$\langle z_i^k z_j^m \kappa \rangle_F = \int \dots \int z_i^k z_j^m \kappa F(z_1, \dots, z_m) dz_1 \dots dz_m,$$

где z_i обозначает $u_k, v_k, \vartheta, t, c$ или их пульсация; $k, m = 0, 1$. Функцию плотности вероятности в соответствии с (19) принимаем нормальной по всем переменным z_i .

Вычислим выражения $\langle z_i^k z_j^m \kappa \rangle_F$ для кинетического режима горения (когда выполняется условие $k_0 \exp(-E/R\vartheta)/D \ll 1$, реализуемое при низких температурах для мелких частиц), т. е. когда скорость горения определяется зависимостью $\kappa = A c_{O_2} \exp(-E/R\vartheta)$. Корреляции $\langle \vartheta'^k \kappa \rangle_F$ раскрываются следующим образом:

$$\langle \vartheta'^k \kappa \rangle_F = A \left[c_{O_2} \left\langle \vartheta'^k \exp \left(-\frac{E}{R\vartheta} \right) \right\rangle_F + \frac{\langle \vartheta' c'_{O_2} \rangle}{\langle \vartheta'^2 \rangle} \left\langle \vartheta'^{k+1} \exp \left(-\frac{E}{R\vartheta} \right) \right\rangle_F \right],$$

$$\langle \vartheta'^2 \rangle = f_t \langle t'^2 \rangle, \quad \langle \vartheta' c'_{O_2} \rangle = f_t \langle t' c'_{O_2} \rangle.$$

Раскладывая величину $1/\vartheta$ в показателе экспоненты в ряд относительно средней температуры частиц и ограничиваясь тремя первыми членами, для нормального распределения плотности вероятности получаем

$$\langle \exp(-E/R\vartheta) \rangle_F = \frac{1}{\langle 1 + 2 \langle \vartheta'^2 \rangle E/R\vartheta^3 \rangle^{1/2}} \exp \left[-\frac{E(1 + 3 \langle \vartheta'^2 \rangle E/2R\vartheta^3)}{R\vartheta(1 + 2 \langle \vartheta'^2 \rangle E/R\vartheta^3)} \right],$$

$$\langle \vartheta' \exp(-E/R\vartheta) \rangle_F = \frac{\langle \vartheta'^2 \rangle E}{(1 + 2 \langle \vartheta'^2 \rangle E/R\vartheta^3) R\vartheta^2} \left\langle \exp \left(-\frac{E}{R\vartheta} \right) \right\rangle_F,$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{\theta}'^2 \exp(-E/R\dot{\theta}) \rangle_F &= \frac{\langle \dot{\theta}'^2 \rangle (1 + 2 \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E/R\Theta^3 + \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E^2/R^2\Theta^4)}{(1 + 2 \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E/R\Theta^3)^2} \times \\ &\quad \times \left\langle \exp\left(-\frac{E}{R\dot{\theta}}\right) \right\rangle_F, \\ \langle \dot{\theta}'^3 \exp(-E/R\dot{\theta}) \rangle_F &= \frac{3 \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E (1 + 2 \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E/R\Theta^3 + \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E^2/3R^2\Theta^4)}{R\Theta^2 (1 + 2 \langle \dot{\theta}'^2 \rangle E/R\Theta^3)^2} \times \\ &\quad \times \left\langle \exp\left(-\frac{E}{R\dot{\theta}}\right) \right\rangle_F. \end{aligned}$$

Аналогичным образом раскрываются корреляции $\langle v'_i \kappa \rangle_F$, $\langle u'_i \kappa \rangle_F$, $\langle t' \kappa \rangle_F$, $\langle c' \kappa \rangle_F$, $\langle \dot{\theta}' c' \kappa \rangle_F$, $\langle u'_i \dot{\theta}' \kappa \rangle_F$, $\langle c'^2 \kappa \rangle_F$, $\langle u'_i c' \kappa \rangle_F$, $\langle t' \dot{\theta}' \kappa \rangle_F$, $\langle v'_i c' \kappa \rangle_F$, $\langle t' c' \kappa \rangle_F$. В случае, когда скорость горения описывается формулой (21), корреляционные выражения определяются интерполяционным соотношением

$$\langle z_i^k z_j^m \kappa \rangle_F = A \frac{\langle z_i^k z_j^m c_{O_2} \exp(-E/R\dot{\theta}) \rangle_F}{1 + k_0 r \langle \exp(-E/R\dot{\theta}) \rangle_{F/D}},$$

обеспечивающим предельные переходы в кинетическую и диффузионную области горения.

Из полученных выражений следует, что при низких температурах (когда вторая производная скорости горения от температуры положительна) скорость турбулентного горения $\langle \kappa \rangle_F$ может быть существенно больше скорости квазиламинарного горения $\kappa(\Theta)$, рассчитанной по средней температуре частиц, и это различие увеличивается с ростом интенсивности пульсаций температуры несущего потока. В области высоких значений температуры (когда вторая производная скорости горения от температуры отрицательна) скорость турбулентного горения становится меньше скорости горения в квазиламинарном приближении. Аналогичные выводы следуют из работ [3, 17], где анализ проводился для химических реакций в гомогенном турбулентном потоке. Важно отметить, что при расчете процесса выгорания мелких частиц ($r < 100$ мкм) влияние турбулентных пульсаций может быть существенным, в то время как для крупных частиц расчеты можно проводить в квазиламинарной постановке.

Результаты расчетов

С целью выявления основных закономерностей взаимного влияния протекающей химической реакции и турбулентности рассматривается выгорание мелких частиц кокса (когда осредненные скорости и температуры газовой и твердой фаз могут быть приняты равными, т. е. $V_i = U_i$, $\Theta = T$, а пульсационное скольжение может быть существенным) в стационарном потоке газовозвеси в камере сгорания с адиабатическими стенками. Система уравнений (1)–(8), (10)–(16) решалась в стационарном приближении без учета диффузионных слагаемых в уравнениях для вторых моментов при следующих значениях постоянных: $\alpha = 0,3$, $R_0 = 0,7$, $K_1 = 2,2$, $K_2 = 0,5$, $\gamma_1 = 3,4$, $\gamma_2 = 0,33$, $a_1 = 1,5$, $a_2 = 2,0$. Значения теплофизических свойств выбирались постоянными, соответствующими средней в рассматриваемом диапазоне температуры, кроме плотности газа, которая определялась на основании соотношения (9). Коэффициент избытка воздуха в начальном сечении принимался равным единице.

Для выявления эффектов взаимного влияния химической реакции и турбулентности расчеты выполнены в трех вариантах: 1) в полной постановке с учетом взаимного влияния горения и турбулентных пульсаций, т. е. на основе представленной системы уравнений (сплошные линии на рис. 1–3); 2) с учетом влияния турбулентных пульсаций на скорость горения, но без учета обратного влияния горения на турбу-

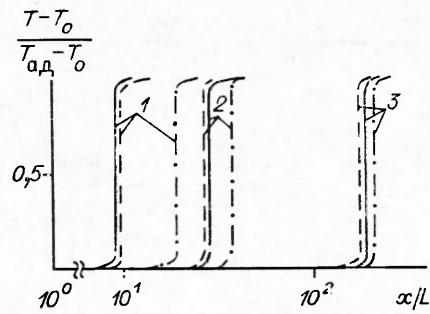


Рис. 1. Распределение температуры по длине камеры сгорания.

r , мкм: 1 — 5, 2 — 10, 3 — 50.

лентность, т. е. без учета членов, содержащих скорость горения χ , в уравнениях для вторых моментов (штриховые линии на рис. 1—3); 3) в квазиламинарном приближении без учета турбулентных пульсаций, т. е. когда скорость горения рассчитывается по средней температуре.

На рис. 1 показано распределение температуры по длине камеры сгорания \bar{x} ($\bar{x} = x/L$, где L — радиус камеры сгорания) при выгорании частиц различных радиусов для начальной стенки турбулентности $e_0^{1/2}/U_0 = \langle t'^2 \rangle^{1/2}/T_0 = 0,1$ и начального масштаба турбулентности $l_0/L = 0,1$ (где $l = e^{3/2}/\varepsilon$ — пространственный интегральный масштаб турбулентности). Для частиц малого радиуса ($r \leq 10$ мкм) учет влияния турбулентности на скорость горения приводит к существенному сокращению длины зоны воспламенения, по сравнению с квазиламинарным расчетом (штрихпунктирная линия). При горении частиц радиусом $r \leq 5$ мкм учет обратного влияния горения на турбулентность приводит к уменьшению длины зоны индукции по сравнению как с квазиламинарным расчетом, так и со случаем отсутствия обратного влияния химической реакции на турбулентность. С увеличением размера частиц ($r \geq 10$ мкм) учет корреляций пульсаций скорости, температуры и концентрации с химическим источником в уравнениях баланса вторых моментов приводит к росту длины зоны индукции по сравнению с расчетами, выполненными без обратного влияния горения на турбулентность. Для относительно крупных частиц ($r \geq 50$ мкм) расчеты, выполненные для всех трех случаев, сближаются, что свидетельствует о несущественном влиянии пульсаций внешнего потока на горение крупной дисперс-

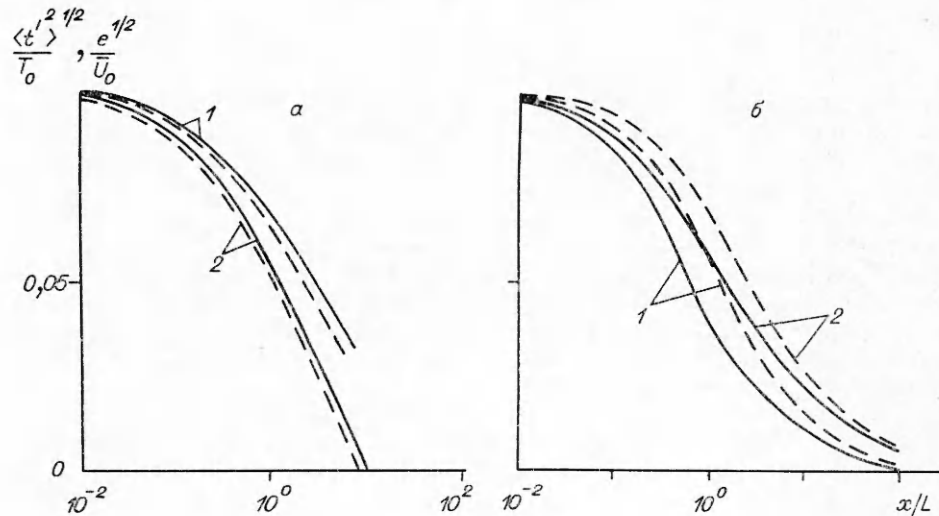
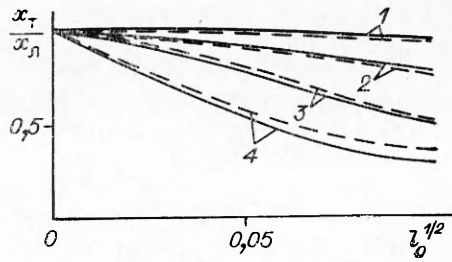


Рис. 2. Распределение турбулентной энергии и интенсивности пульсаций температуры несущего потока по длине камеры сгорания для частиц радиусом 5 (а) и 50 мкм (б).

1 — $\langle t'^2 \rangle^{1/2}/T_0$; 2 — $e^{1/2}/U_0$.

Рис. 3. Влияние начальной интенсивности турбулентности на положение фронта горения.
 r , мкм: 1 — 50, 2 — 10, 3 — 5, 4 — 1.



ной примеси. Наличие резкого фронта горения определяется адиабатическими условиями на стенках камеры сгорания.

Нужно отметить, что используемый выше способ осреднения скорости горения по реализациям турбулентных пульсаций независимо от распределения концентраций реагентов и других искомым функций, справедлив для условий, близких к статистически равновесным, когда масштаб турбулентных пульсаций много меньше характерного масштаба химических реакций. Поэтому результаты настоящего анализа о влиянии турбулентности на скорость горения, строго говоря, перестают быть справедливыми в области фронта горения, что, однако, не должно приводить к существенной погрешности в определении длины выгорания вследствие малой протяженности фронта горения по сравнению с длиной зоны воспламенения.

Эффекты уменьшения длины зоны воспламенения для мелких и увеличения ее для крупных частиц обусловлены различным обратным влиянием химической реакции на турбулентность. На рис. 2 представлены результаты расчета изменения турбулентной энергии и интенсивности пульсаций температуры несущего потока по длине камеры сгорания соответственно для мелкой и крупной дисперсной фракций и начальной интенсивности пульсаций $e_0^{1/2}/U_0 = \langle t'^2 \rangle^{1/2}/T_0 = 0,1$. Для мелкой примеси в области, расположенной перед фронтом горения (где скорость горения увеличивается с ростом температуры потока), члены в уравнениях баланса турбулентных характеристик, обусловленные горением, приводят к дополнительной генерации турбулентности и более медленному затуханию интенсивности пульсаций скорости и температуры, что, в свою очередь, обуславливает рост эффективной скорости химической реакции. Подобный результат получен в [18] при расчете турбулентного течения с гомогенной химической реакцией. Следует отметить, что эффект генерации турбулентности в результате обратного влияния химической реакции на интенсивность пульсаций несущего потока согласуется с выводами работы [19], где на основе решения линеаризованных уравнений для пульсаций температуры показано, что при положительности производной скорости химической реакции от температуры (характерной для участка зоны воспламенения) увеличивается интенсивность турбулентного теплового потока. С ростом размера частиц ($r \approx 50$ мкм) наличие слагаемых, обусловленных корреляциями с химическим источником в уравнениях баланса пульсаций скорости и температуры, приводит к дополнительной диссипации интенсивности турбулентных пульсаций и, следовательно, к снижению эффективной скорости горения и удлинению зоны воспламенения.

С уменьшением размера вихрей (начального пространственного масштаба турбулентности) вследствие роста диссипации происходит более сильное затухание турбулентных пульсаций скорости и температуры, а эффекты взаимного влияния турбулентности и горения выражены слабее, так как турбулентность вырождается ранее начала интенсивного горения.

На рис. 3 представлены графики зависимости длины зоны воспламенения \bar{x}_t , рассчитанной с учетом турбулентных пульсаций и отнесенной к соответствующему значению в квазиламинарном приближении \bar{x}_l , при различных начальных уровнях турбулентности для $l_0/L = 0,1$. Вид-

но, что с ростом интенсивности турбулентных пульсаций монотонно снижается длина зоны воспламенения, аналогично влияние пространственного масштаба турбулентности на положение фронта горения. Учет обрального влияния горения на турбулентность приводит к сокращению длины зоны воспламенения для частиц с $r \lesssim 5$ мкм и увеличению для средних и крупных частиц ($r \gtrsim 5$ мкм) по сравнению с расчетом без членов, обусловленных горением. В целом учет турбулентных пульсаций оказывает существенное влияние на протяженность зоны воспламенения при горении мелких частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение.— М.: Наука, 1986.
2. Турбулентные течения реагирующих газов/Под ред. П. А. Либби и Ф. А. Вильямса.— М.: Мир, 1983.
3. Вилунов В. И., Дик И. Г. ПМТФ. 1976, 2, 61.
4. Канторович Б. В. Основы теории горения и газификации твердого топлива.— М.: Изд-во АН СССР, 1958.
5. Виленский Т. В., Хзмалян Д. М. Динамика горения пылевидного топлива.— М.: Энергия, 1978.
6. Устименко Б. П., Джакунов К. Б., Кроль В. О. Численное моделирование аэродинамики и горения в топочных и технологических устройствах.— Алма-Ата: Наука, 1986.
7. Шрайбер Л. А., Гавин Л. Б., Наумов В. А. и др. Турбулентные течения газозвезды.— Киев: Наук. думка, 1987.
8. Деревич И. В., Ерошенко В. М., Зайчик Л. И. ИФЖ, 1983, 45, 4, 554.
9. Деревич И. В., Зайчик Л. И. ИФЖ, 1985, 48, 4, 554.
10. Медведев В. А. Промыш. теплотехника, 1987, 9, 4, 50.
11. Гавин Л. Б., Медведев В. А., Наумов В. А. ФГВ, 1988, 24, 3, 12.
12. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
13. Джонс У. // Методы расчета турбулентных течений.— М.: Мир, 1984.
14. Роди В. // Там же.
15. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах.— М.: Наука, 1980.
16. Чанг Р. М. РТК, 1969, 7, 10 195.
17. Белоусов П. В., Дик И. Г. ФГВ, 1985, 21, 4, 32.
18. Поуп С. Б. // Турбулентные сдвиговые течения.— М.: Машиностроение, 1983.— Ч. 2.
19. Puhl A., Altares V., Nicols G. Phys. Review A, 1988, 37, 8, 3039.

г. Москва

Поступила в редакцию 13/II 1989,
после доработки — 9/I 1990

УДК 536.462

В. А. Новиков, В. М. Полонский, С. И. Яковлев

ПОВЕДЕНИЕ ЛЕГКОИОНИЗИРУЮЩЕЙСЯ ПРИСАДКИ В ВОЛНЕ ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ПЛАЗМООБРАЗУЮЩЕГО ТОПЛИВА

Рабочим телом импульсных геофизических МГД-генераторов являются продукты сгорания твердых плазмообразующих топлив (ТПТ) [1], в состав которых для обеспечения требуемого уровня удельной электропроводности газа на входе в МГД-канал (50—70 См/м) вводят легкоионизирующуюся присадку (ИП)—обычно нитраты цезия или калия [2]. ИП вводится в состав ТПТ в виде полидисперсного порошка. При горении ТПТ присадка частично (от 5 до 20 % по массе) испаряется непосредственно на горячей поверхности, остальная ее часть диспергирует в виде частиц (расплавленных капель) в объем камеры сгорания генератора плазмы [3]. Для обеспечения расчетного значения удельной электропроводности продуктов сгорания ТПТ на входе в МГД-канал ИП должна быть полностью испарена, ионизована и равномерно распределе-