

увеличением Re . С ростом отношения ширины полости к глубине от 1 до 3 при фиксированном Re влияние торцевых стенок на интенсивность циркуляционного течения в плоскости симметрии ослабевает, а интенсивность поперечных движений увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Koseff J. R., Street R. L. On end wall effects in a lid-driven cavity flow // *J. Fluids Engng.*— 1984.— V. 106, N 4. Рус. пер. О влиянии торцевых стенок на течение в каверне с движущейся крышкой // *Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Теор. основы инж. расчетов.*— 1984.— Т. 106, № 4.
2. Koseff J. R., Street R. L. The lid-driven cavity flows: a synthesis of qualitative and quantitative observations // *Ibid.* Рус. пер. Течение в каверне с движущейся крышкой // Там же.
3. Ku H. S., Hirsh R. S., Taylor T. D. A pseudospectral method for solution of the three-dimensional incompressible Navier—Stokes equations // *J. Comput. Phys.*— 1987.— V. 70, N 2.
4. Vanka S. P. Block-implicit multigrid calculation of three-dimensional recirculating flows // *Numer. Meth. Therm. Probl. Pt 1: Proc. 4th Intern. conf., Swansea, 1985.*
5. Peyret R., Taylor T. D. *Computational methods for fluid flow.*— Berlin; Heidelberg; N. Y.: Springer-Verlag, 1983. Рус. пер. Вычислительные методы в задачах механики жидкости.— Л.: Гидрометеиздат, 1986.
6. Ghia V., Ghia K. N., Shin C. T. High- Re solutions for incompressible flow using the Navier — Stokes equations and a multigrid method // *J. Comput. Phys.*— 1982.— V. 48, N 3.
7. Белолипецкий В. М., Костюк В. Ю. Численное моделирование стратифицированных течений несжимаемой жидкости в переменных векторный потенциал — вихрь // *Применение ЭВМ в моделировании задач математической физики.*— Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1985.
8. Белолипецкий В. М., Костюк В. Ю. Численное решение задачи протекания для системы уравнений неоднородной жидкости // *ЧММСС.*— Новосибирск, 1986.— Т. 17, № 2.
9. Самарский А. А., Попов Ю. П. *Разностные схемы газовой динамики.*— М.: Наука, 1975.
10. Костюк В. Ю. Эквивалентность разностных схем для уравнений несжимаемой жидкости в переменных скорости—давление и функция тока—вихрь // *Математические модели и методы решения задач механики сплошной среды.*— Красноярск: ВЦ СО АН СССР, 1986.

г. Красноярск

Поступила 14/IV 1987 г.,
в окончательном варианте — 24/X 1988 г.

УДК 532.546

М. Х. Хайруллин

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТОВ

Задача об определении коллекторских свойств многослойного нефтяного пласта принадлежит к классу обратных задач подземной гидромеханики, она является некорректно поставленной и нелинейной [1, 2]. Вопросы существования и единственности решения этой задачи в случае радиальной фильтрации при наличии перетоков через слабопроницаемый пласт и инфильтрацию изучались в [3]. В [4] рассматривалась задача об определении коллекторских свойств монопласта на основе метода регуляризации А. Н. Тихонова. Настоящая работа — ее обобщение на случай многослойного пласта при наличии перетоков через слабопроницаемые перемычки.

1. Большинство нефтяных месторождений имеет слоистое строение, обусловленное особенностями процесса осадконакопления. Если отношение коэффициентов проницаемостей двух соседних пропластков меньше 10^{-3} , то применима схема Мятиева—Гириного [1, 2]. При постановке обратной задачи будем предполагать известной постановку прямой задачи. По схеме Мятиева—Гириного задача об определении полей давлений $p_1 = p_1(x, y)$ и $p_2 = p_2(x, y)$ в пласте с непроницаемыми кровлей и подошвой, разделенном слабо проницаемой перемычкой, при одновременно

© 1990 Хайруллин М. Х.

раздельной эксплуатации сводится к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных в многосвязной области D с границей $\partial D = \Gamma + \sum_{k=1}^m \Gamma_k$ (Γ_k — окружности радиуса $r_c \cong 0,1$ м с центрами в точках γ_k)

$$(1.1) \quad \begin{aligned} L_1 p_1 + \omega(p_1 - p_2) &= 0, \quad L_1 p_1 = -\operatorname{div}(\sigma_1 \operatorname{grad} p_1), \\ L_2 p_2 + \omega(p_2 - p_1) &= 0, \quad L_2 p_2 = -\operatorname{div}(\sigma_2 \operatorname{grad} p_2), \end{aligned}$$

где σ_i, H_i ($i = 1, 2$) — коэффициент гидропроводности и толщина хорошо проницаемых пропластков; $\omega = \sigma_0/H_0^2$; σ_0, H_0 — коэффициент гидропроводности и толщина слабо проницаемой перемычки, с граничными условиями.

$$(1.2) \quad \int_{\Gamma_l} \sigma_k \frac{\partial p_k}{\partial n} ds = q_{kl}, \quad \left. \frac{\partial p_k}{\partial n} \right|_{\Gamma_l} = 0, \quad p_k|_{\Gamma} = 0, \quad k = 1, 2, \quad l = 1, 2, \dots, m,$$

второе из условий (1.2) означает, что давление на контуре каждой скважины постоянно.

В операторной форме краевую задачу (1.1), (1.2) можно записать в виде

$$Lp = 0, \quad Mp = Q, \quad Np = 0, \quad p|_{\Gamma} = 0.$$

Здесь $p = (p_1, p_2)$; $L = \begin{pmatrix} L_1 + \omega E & -\omega E \\ -\omega E & L_2 + \omega E \end{pmatrix}$; $M = \{m_{kl}\}$; $N = \{n_{kl}\}$ — матрицы $2 \times m$ с элементами $m_{kl} = \int_{\Gamma_l} \sigma_k \frac{\partial}{\partial n} ds$, $n_{kl} = \left. \frac{\partial}{\partial n} \right|_{\Gamma_l}$ ($k = 1, 2, \quad l = 1, 2, \dots, m$); $Q = \{q_{kl}\}$ — матрица дебитов.

Обратная задача состоит в нахождении величин $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2$. Исходными данными для нее являются заданные дебиты q_{kl} , значения забойных давлений $p_{kl}^* = p_k|_{\Gamma_l}$ ($k = 1, 2, \quad l = 1, 2, \dots, m, \quad m \geq 2$) и функций давлений на границе области фильтрации. Эта обратная задача порождает некоторый неявно заданный нелинейный оператор

$$(1.3) \quad A\sigma = P^*$$

($\sigma = (\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2)$, $P^* = \{p_{kl}^*\}$ — матрица забойных давлений). Обычно матрица P^* известна неточно: $\|P^* - P_\delta^*\| \leq \delta$ ($\|\cdot\|$ — норма в евклидовом пространстве \mathbf{R}^{2m} , δ — погрешность измерений). Решение операторного уравнения (1.3) с приближенной правой частью осуществляется на основе минимизации сглаживающего функционала [5–7]

$$(1.4) \quad M^\alpha(\sigma) = \|A\sigma - P_\delta^*\|^2 + \alpha\Omega(\sigma),$$

где $\Omega(\sigma) = \sum_{i=0}^2 (\sigma_i - \sigma_i^0)^2$; $\alpha = \alpha(\delta)$ — параметр регуляризации, согласующийся с погрешностью наблюдений.

Построение итерационного процесса для минимизации сглаживающего функционала (1.4) производится по схеме, предложенной в [6, с. 83]. Последовательные приближения σ^n строятся таким образом: в окрестности σ^n при фиксированном значении параметра регуляризации $\alpha = \alpha_n$ нелинейный оператор $A\sigma$ представляется в виде

$$A\sigma = A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) + O(\|\sigma - \sigma^n\|)$$

($A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n)$ — дифференциал Фреше), тогда функционал

$$M^{\alpha_n}(\sigma) = \|A\sigma^n + A'_\sigma(\sigma^n)(\sigma - \sigma^n) - P_\delta^*\|^2 + \alpha_n\Omega(\sigma)$$

становится квадратичным и его экстремаль находится из уравнения Эйлера.

2. Явное выражение дифференциала Фреше можно получить методами теории возмущений [8]. Пусть $\sigma = \tilde{\sigma} + \delta\sigma$ ($\delta\sigma$ — возмущение вектора σ), $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2)$ — решение краевой задачи

$$\tilde{L}\tilde{p} = 0, \tilde{M}\tilde{p} = Q, N\tilde{p} = 0, \tilde{p}|_{\Gamma} = 0$$

(\tilde{L} и \tilde{M} — операторы, которые получаются из L и M заменой σ на $\tilde{\sigma}$).

Рассмотрим вектор-функции $\tilde{p}_j^i = (\tilde{p}_{1j}^i, \tilde{p}_{2j}^i)$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, m$), которые являются решениями краевых задач

$$(2.1) \quad \tilde{L}\tilde{p}_j^i = 0;$$

$$(2.2) \quad \tilde{M}\tilde{p}_j^i = E_{ij}, N\tilde{p}_j^i = 0, \tilde{p}_j^i|_{\Gamma} = 0,$$

где E_{ij} — матрица $2 \times m$, у которой элемент, стоящий на пересечении i -й строки и j -го столбца, равен единице, а остальные элементы равны нулю.

Краевые задачи (2.1), (2.2) будем называть сопряженными. Можно показать, что

$$(2.3) \quad \tilde{p} = \sum_{k=1}^m \tilde{p}_k^1 q_{1k} + \sum_{k=1}^m \tilde{p}_k^2 q_{2k}.$$

Определим скалярное произведение функций $a = a(x, y)$, $b = b(x, y)$ как

$$(a, b) = \int_D a(x, y) b(x, y) dx dy$$

и вектор-функций $f = (f_1, f_2)$, $g = (g_1, g_2)$:

$$\langle f, g \rangle = (f_1, g_1) + (f_2, g_2).$$

Имеют место равенства

$$(2.4) \quad \langle Lp, \tilde{p}_j^i \rangle = \langle \delta Lp, \tilde{p}_j^i \rangle + \langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^i \rangle = 0, \quad i = 1, 2$$

($\delta L = L - \tilde{L}$). Нетрудно видеть, что

$$(2.5) \quad \langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^i \rangle = (\tilde{L}_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i) + \tilde{\omega}(p_1, \tilde{p}_{1j}^i) - \tilde{\omega}(p_2, \tilde{p}_{1j}^i) + (\tilde{L}_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^i) + \tilde{\omega}(p_2, \tilde{p}_{2j}^i) - \tilde{\omega}(p_1, \tilde{p}_{2j}^i), \quad i = 1, 2 \quad (\tilde{\omega} = \tilde{\sigma}_0/H_0^2).$$

Применяя третью формулу Грина [9] к слагаемому $(\tilde{L}_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i)$ и используя (1.2), (2.2) и (2.3), получим

$$(2.6) \quad (\tilde{L}_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i) = (\tilde{L}_1 \tilde{p}_{1j}^i, p_1) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{1jk}^i \int_{\Gamma_k} \sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m p_{1k}^* \int_{\Gamma_k} \tilde{\sigma}_1 \frac{\partial \tilde{p}_{1j}^i}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds = (\tilde{L}_1 \tilde{p}_{1j}^i, p_1) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{1jk}^i q_{1k} + p_{1j}^* + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^i \delta \sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds$$

($p_{1j}^* = p_1|_{\Gamma_j}$, $\tilde{p}_{1jk}^i = \tilde{p}_{1j}^i|_{\Gamma_k}$). Аналогично находим

$$(2.7) \quad (\tilde{L}_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^i) = (\tilde{L}_2 \tilde{p}_{2j}^i, p_2) - \sum_{k=1}^m \tilde{p}_{2jk}^i q_{2k} + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{2j}^i \delta \sigma_2 \frac{\partial p_2}{\partial n} ds$$

($\tilde{p}_{2jk}^i = \tilde{p}_{2j}^i|_{\Gamma_k}$). Величины \tilde{p}_{1jk}^i , \tilde{p}_{1jk}^2 , \tilde{p}_{2jk}^1 имеют смысл коэффициентов взаимовлияния. Справедливы равенства

$$(2.8) \quad \tilde{p}_{1jk}^i = \tilde{p}_{1kj}^i, \tilde{p}_{2jk}^i = \tilde{p}_{1kj}^2, \quad j, k = 1, 2, \dots, m.$$

Для доказательства (2.8) достаточно, используя граничные условия (2.2),

представить разность $\tilde{p}_{1jk}^1 - \tilde{p}_{1kj}^1$ в виде

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{1jk}^1 - \tilde{p}_{1kj}^1 &= \sum_{l=1}^m \int_{\Gamma_l} \tilde{p}_{1j}^1 \tilde{\sigma}_1 \frac{\partial \tilde{p}_{1k}^1}{\partial n} ds - \sum_{l=1}^m \int_{\Gamma_l} \tilde{p}_{1k}^1 \tilde{\sigma}_1 \frac{\partial \tilde{p}_{1j}^1}{\partial n} ds + \\ &+ \sum_{l=1}^m \int_{\Gamma_l} \tilde{p}_{2j}^1 \tilde{\sigma}_2 \frac{\partial \tilde{p}_{1k}^1}{\partial n} ds - \sum_{l=1}^m \int_{\Gamma_l} \tilde{p}_{2k}^1 \tilde{\sigma}_2 \frac{\partial \tilde{p}_{1j}^1}{\partial n} ds, \end{aligned}$$

а затем воспользоваться третьей формулой Грина и уравнениями (2.1). Аналогично доказывается второе из равенств (2.8).

Подставляя (2.6) и (2.7) в (2.5) и применяя (2.3) и (2.8), получим

$$(2.9) \quad \langle \tilde{L}p, \tilde{p}_j^1 \rangle = \langle \tilde{L}\tilde{p}_j^1, p \rangle + p_{1j}^* - \tilde{p}_{1j}^* + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^1 \delta\sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds + \\ + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{2j}^1 \delta\sigma_2 \frac{\partial p_2}{\partial n} ds.$$

Из (2.4), используя (2.1) и (2.9), находим

$$\langle \delta Lp, \tilde{p}_j^1 \rangle + p_{1j}^* - \tilde{p}_{1j}^* + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^1 \delta\sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{2j}^1 \delta\sigma_2 \frac{\partial p_2}{\partial n} ds = 0.$$

Замечая теперь, что

$$\langle \delta Lp, \tilde{p}_j^i \rangle = (\delta L_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^i) + (\delta L_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^i) + \delta\omega [(p_1 - p_2, \tilde{p}_{1j}^i) + \\ + (p_2 - p_1, \tilde{p}_{2j}^i)] \quad (\delta\omega = \delta\sigma_0/H_0^2, \delta L_i = L_i - \tilde{L}_i \quad (i = 1, 2)),$$

имеем

$$\begin{aligned} (\delta L_1 p_1, \tilde{p}_{1j}^1) + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{1j}^1 \delta\sigma_1 \frac{\partial p_1}{\partial n} ds + (\delta L_2 p_2, \tilde{p}_{2j}^1) + \sum_{k=1}^m \int_{\Gamma_k} \tilde{p}_{2j}^1 \delta\sigma_2 \frac{\partial p_2}{\partial n} ds + \\ + \delta\omega [(p_1 - p_2, \tilde{p}_{1j}^1) + (p_2 - p_1, \tilde{p}_{2j}^1)] = -(p_{1j}^* - \tilde{p}_{1j}^*). \end{aligned}$$

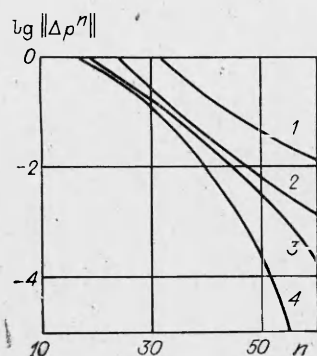
Аналогичные соотношения верны и для $i = 2$. Из этих соотношений и первой формулы Грина следует

$$(2.10) \quad \langle \delta\sigma_1 \text{grad } p_1, \text{grad } \tilde{p}_{1j}^i \rangle + \langle \delta\sigma_2 \text{grad } p_2, \text{grad } \tilde{p}_{2j}^i \rangle + (\delta\sigma_0/H_0^2) [(p_1 - p_2, \tilde{p}_{1j}^i) + \\ + (p_2 - p_1, \tilde{p}_{2j}^i)] = -(p_{1j}^* - \tilde{p}_{1j}^*), \quad i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, m.$$

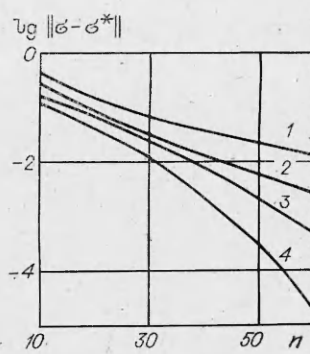
Равенства (2.10) устанавливают связь между изменениями коэффициента гидропроводности и изменениями забойных давлений. Заменяя в (2.10) p_i на \tilde{p}_i и полагая $A_{ij} = \langle \delta\sigma_1 \text{grad } \tilde{p}_1, \text{grad } \tilde{p}_{1j}^i \rangle + \langle \delta\sigma_2 \text{grad } \tilde{p}_2, \text{grad } \tilde{p}_{2j}^i \rangle + (\delta\sigma_0/H_0^2) [(p_1 - p_2, \tilde{p}_{1j}^i) + (p_2 - p_1, \tilde{p}_{2j}^i)]$, $i = 1, 2, j = 1, 2, \dots, m$, получим представление дифференциала Фреше

$$A'_\sigma(\tilde{\sigma})(\sigma - \tilde{\sigma}) = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & \dots & A_{2m} \end{pmatrix}.$$

3. Рассмотрим результаты численного эксперимента. Нефтяной пласт эксплуатировался тремя скважинами; коэффициенты проницаемости и толщины пропластков: $k_1 = 0,7$ Д, $H_1 = 10$ м, $k_2 = 0,35$ Д, $H_2 = 8$ м, $k_0 = 0,0001$ Д, $H_0 = 1$ м, вязкость жидкости $\mu = 1$ сП, $\sigma_i = k_i H_i / \mu$ ($i = 0, 1, 2$), $D = \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 1000 \text{ м}\}$. Координаты скважин и их дебиты: $\gamma_1 = (300, 300)$, $\gamma_2 = (500, 500)$, $\gamma_3 = (700, 700)$, $q_{11} = q_{21} = 160$ м³/сут, $q_{12} = q_{22} = 200$ м³/сут, $q_{13} = q_{23} = 240$ м³/сут. Для получения численного



Р и с. 1



Р и с. 2

решения задачи (1.1), (1.2) используется метод конечных разностей, при этом обычно пренебрегают размерами скважины, считая ее точечным источником с мощностью, равной расходу реальной скважины [10]. Расчеты проводились при шаге сетки по обоим переменным $h = 100$ м. На каждом шаге итерационного процесса вычисляется невязка по забойным

давлениям $\|\Delta p^n\|^2 = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=1}^3 (p_{ij}^{*n} - p_{ij}^*)^2$, $n = 0, 1, \dots$, где p_{ij}^{*n} — значения

вычисленных забойных давлений, $\|\sigma - \sigma^n\|^2 = \sum_{i=0}^2 (\sigma_i - \sigma_i^n)^2$, $n = 0, 1, \dots$

Если $\|\Delta p^n\| \leq \delta$, то σ^n — приближенное решение задачи (1.3). Параметр регуляризации выбирается по критерию невязки.

Расчеты показали, что сходимость итерационного процесса зависит от выбора начального приближения коэффициента проницаемости перемычки и не зависит от начального приближения коэффициента проницаемости хорошо проницаемых пропластков. Практически выбор начального приближения коэффициента проницаемости перемычки осуществляется следующим образом. При различных значениях коэффициента проницаемости перемычки делается 5—6 итераций, затем в качестве приближенного значения коэффициента проницаемости перемычки берется такое значение, при котором невязка по забойным давлениям убывает наиболее быстро. На рис. 1, 2 приведены графики функций $\lg \|\Delta p^n\|^2$, $\lg \|\sigma - \sigma^n\|$ в зависимости от числа итераций n при различном выборе начального приближения перемычки, кривые 1—4 для $k_0^0 = 0,0005$; 0,00015; 0,00011; 0,0001 Д; $k_1^0 = 0,5$ Д, $k_2^0 = 0,5$ Д. Коэффициенты проницаемости хорошо проницаемых пропластков, когда коэффициент проницаемости перемычки известен, определяются с точностью 10^{-5} (кривые 4), т. е. с такой же точностью, что и в [4]. Если проницаемость перемычки известна с погрешностью, то точность нахождения коэффициентов проницаемостей хорошо проницаемых пропластков зависит от точности задания проницаемости перемычки (кривые 1—3).

Величины q_{ij} и p_{ij}^* на практике измеряются с точностью 1—3 %. При внесении их в исходные данные задачи максимальная погрешность определения коэффициента проницаемости в хорошо проницаемых пропластках составила 4 %, проницаемость перемычки в этих расчетах бралась с погрешностью 10 %. Расчеты, проведенные на модельных задачах, показывают, что предложенный алгоритм позволяет эффективно определять коллекторские свойства нефтяных пластов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. — М.: Наука, 1977.
2. Полубаринова-Кочина П. Я., Пряжинская В. Г., Эмих В. Н. Математические методы в вопросах орошения. — М.: Наука, 1969.
3. Басович И. Б. Определение неизвестных параметров нефтеносного пласта при наличии перетоков через слабопроницаемый пласт и инфильтрации // ПМТФ. — 1974. — № 5.

4. Хайруллин М. Х. О решении обратных задач подземной гидромеханики с помощью регуляризирующих по А. Н. Тихонову алгоритмов // ЖВММФ. — 1986. — Т. 26, № 5.
5. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979.
6. Гласко В. Б. Обратные задачи математической физики. — М.: Изд-во МГУ, 1984.
7. Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шниатский С. П. Некорректные задачи математической физики и анализа. — М.: Наука, 1980.
8. Марчук Г. И. О постановке некоторых обратных задач // ДАН СССР. — 1964. — Т. 156, № 3.
9. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике. — М.: Наука, 1970.
10. Вахитов Г. Г. Эффективные способы решения задач разработки нефтеводоносных пластов методом конечных разностей. — М.: Гостоптехиздат, 1963.

г. Казань

Поступила 13/IV 1988 г.,
в окончательном варианте — 5/IX 1988 г.

УДК 539.4

А. Г. Иванов

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ЕДИНОЙ ТЕОРИИ РАЗРУШЕНИЯ

Обилие существующих и вновь разрабатываемых материалов и многообразие условий их применения привело к созданию многочисленных, как правило, полуэмпирических теорий, критериев, концепций разрушения, каждая из которых справедлива в экспериментально исследованной области изменения параметров. Эти частные теории в совокупности с предшествующим опытом расчета на прочность позволяли до определенного времени ограничиваться ими. Однако дальнейшее развитие техники в направлении создания крупногабаритных уникальных объектов, предназначенных для работы в условиях интенсивных динамических нагрузок, невозможность в ряде случаев проведения натуральных испытаний таких объектов для выяснения их фактических запасов прочности, а также продолжающиеся случаи не прогнозируемых катастрофических разрушений некоторых объектов, сооруженных в соответствии с существующими нормами прочности, — все это требует не столько разработки и создания новых критериев разрушения, сколько необходимости отыскания единого физически обоснованного подхода к проблеме в целом, хотя бы на уровне феноменологии, без учета тонких деталей явления разрушения и осложняющих обстоятельств. Такая теория, способная в той или иной мере объединить частные критерии (концепции) разрушения, должна строиться с учетом общепризнанного факта — разрушение, расчленение целого на части — это совершение работы, пропорциональной поверхности разрыва. Поэтому в качестве критерияльных величин должны выступать удельные на единицу поверхности работа, энергия. Именно использованием энергетического подхода при локальном рассмотрении условий перехода трещины к неустойчивому росту объясняется бурное развитие и успехи в понимании многих деталей и особенностей хрупкого разрушения, достигнутые механикой разрушения (МР). Плодотворны попытки использования МР для описания других видов разрушения. Однако и она не в состоянии объединить и описать все их виды [1, 2].

В последние годы в работах автора с сотрудниками, а также других отечественных и зарубежных исследователей проведено изучение разрушения динамически нагруженных оболочек. Эти исследования позволили, с одной стороны, выявить ряд новых эффектов, не находящихся места в МР, а с другой, основываясь на энергетическом балансе применительно ко всему рассматриваемому объекту или его характерной части, описать эти явления и понять их физическую природу. Далее такой подход назовем интегральным (ИП) в отличие от локального, используемого в МР. Интегральный подход позволяет взглянуть на проблему в целом, нащупать схему построения общей теории разрушения. Ранее такая попытка с использованием ИП была предпринята в [3]. Проведенные последующие исследования с использованием ИП [3—14] дают основания надеяться на плодотворность и необходимость его дальнейшей разработки.

Рассмотрим разрушение кубика материала с ребром L , растягиваемо-го за две противоположные грани силами σL^2 . Остальные грани свободны. Примем также, что закон деформирования материала кусочно-линейный и состоит из упругой области, где

$$(1) \quad \sigma = \varepsilon E$$

вплоть до $\sigma = \sigma_T$, где σ_T — предел текучести (и упругости) материала и области пластического деформирования ($\sigma > \sigma_T$):

$$(2) \quad \sigma = \sigma_T + K(\varepsilon - \sigma_T/E)$$

(E и K — модули Юнга и упрочнения).