

9. Николаевский В. Н. Предельная скорость фронта разрушения и динамические перегрузки хрупких материалов. Препринт Ин-та прикл. мех. АН СССР, ИФЗ им. О. Ю. Шмидта, 1979, № 123.
10. Кузнецов В. М. О нестационарном распространении системы трещин в хрупком материале.— ПМТФ, 1968, № 2.

УДК 532.593

МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ В УСЛОВИЯХ УДАРНО-ВОЛНОВОГО НАГРУЖЕНИЯ

Г. И. Канель
(Черноголовка)

Многочисленными исследованиями структуры волн сжатия и разрежения в металлах в условиях ударного нагружения до давлений в десятки гигапаскалей показано, что прочностные свойства материалов, в значительной степени определяющие эволюцию импульса нагрузки в нем, имеют в этих условиях существенно релаксационный характер. В экспериментах это проявляется как уменьшение амплитуды упругого предвестника по мере его движения [1—3], несоответствие амплитуд упругих предвестников в волнах сжатия и разрежения [4, 5], в упругопластическом характере «догрузочной» волны сжатия при ступенчатом нагружении [6, 7] и падении сопротивления пластической деформации при последовательном нагружении двумя импульсами сжатия [5, 8]. Для описания кинетики пластической деформации в [9, 10] предложена модель, полученная из рассмотрения динамики дислокаций. В [5, 11—14] предлагаются различные модификации этой модели, но достаточно полное количественное описание реакции материалов на импульсную нагрузку до сих пор не получено. В данной работе для описания пластической деформации предлагаются кинетические соотношения, основанные на несколько отличном от использовавшегося в [9—14] представлении дислокационного механизма деформации.

Сопоставление с экспериментальными данными результатов газодинамических расчетов с использованием предложенной кинетики пластической деформации подтверждает ее реалистичность на всех стадиях процесса в импульсе сжатия.

Возможные механизмы пластической деформации в ударной волне и остаточная структура металлов наиболее полно обсуждаются в [15]. Следует уяснить, насколько детально должно быть в реологической модели описание механизма деформации. По-видимому, в настоящее время безнадежно для описания поведения макроскопического тела анализировать количественно все детали многофакторного процесса пластической деформации на микроуровне. Однако понимание основных черт механизма явления облегчает выбор параметров, описывающих усредненные свойства материала, и функционального вида кинетического соотношения.

Величина пластической деформации сдвига γ определяется плотностью дислокаций N и их средним смещением S [16]:

$$(1) \quad \gamma = bNS$$

(b — вектор Бюргерса). Дифференцирование (1) дает выражение для скорости деформирования, определяемой скоростью размножения дислокаций \dot{N} и средней скоростью их движения $v_{\text{ср}}$ [17]: $\dot{\gamma} = b\dot{N}S + bNv_{\text{ср}}$. Так как при взаимодействии дислокаций друг с другом, а также с границами зерен, включениями и другими дефектами происходит их блокирование и реально подвижностью обладает только часть общего количества дислокаций, то последнее соотношение целесообразно переписать в виде

$$(2) \quad \dot{\gamma} = b\dot{N}S + bN_m v,$$

где N_m — плотность подвижных дислокаций; v — средняя скорость подвижных дислокаций. Обычно [9—15] первым членом в выражении (2) пренебрегают, а величины N_m и v определяют с использованием различных эмпирических или полуэмпирических соотношений. Нужно сказать, что в этом случае реально обеспечивается лишь частичное описание эволюции импульса сжатия (закон падения амплитуды упругого предвестника [9, 10], профиль стационарной пластической ударной волны [11]).

Для тщательно контролируемых условий эксперимента удовлетворительное согласие результатов расчета и измерений получается при введении начальной плотности подвижных дислокаций на 1—3 порядка выше полной плотности дислокаций в исходном материале [3].

С другой стороны, если взять типичные величины плотности дислокаций в обработанных ударной волной металлах [15] ($N = 10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-2}$) и реальную длину пробега дислокации, по порядку величины сравнимую с шириной фронта ударной волны ($10^{-3} - 10^{-5} \text{ см}$) [11, 15], то из (1), (2) следует, что одно только размножение дислокаций может обеспечить характерные для плоских ударных волн величины деформации. Это побуждает вернуться к двучленному кинетическому соотношению (2).

Известно, что ударно-волновое нагружение дает большее упрочнение и большую плотность дислокаций, чем деформирование в обычных условиях [18]. Проведенное в [19] сопоставление результатов обработки монокристалла меди относительно плавной, «квазиизэнтропической» волной сжатия и ударной волной также показывает, что упрочнение материала в последнем случае значительно выше. Специфика ударной волны в этом отношении заключается в том, что в ее фронте реализуются более высокие сдвиговые напряжения [20], что дает основание ввести в описание размножения «носителей пластической деформации» — дислокаций, зависящих от действующего сдвигового напряжения.

В разрабатываемую нами модель введена экспоненциальная зависимость скорости зарождения и размножения дислокаций \dot{N} от величины действующего сдвигового напряжения τ . Выбор такого вида связи между \dot{N} и τ основывается на известной логарифмической зависимости предела текучести от скорости деформирования [21]. Поскольку с образованием дислокации связано увеличение объема образца, в определяющее соотношение для \dot{N} следует ввести зависимость от давления. Ввиду недостатка данных зависимость \dot{N} от давления p построена с таким расчетом, чтобы при давлении, соответствующем предельной теоретической прочности на разрыв, сдвиговая прочность материала обращалась в нуль вследствие спонтанного зарождения дислокаций.

Известно, что собственное поле дислокаций снижает эффективность их источников [16], это является одной из причин деформационного упрочнения. В ряде работ (см., например, [15—18, 22]) показано, что при фиксированной скорости деформирования сдвиговое напряжение пропорционально квадратному корню из плотности дислокаций.

Таким образом, с учетом сказанного зависимость скорости размножения дислокаций от действующего сдвигового напряжения, давления и достигнутой плотности дислокаций выбрана в виде

$$(3) \quad b\dot{N}S = K_1\tau S \exp [|\tau/\tau_0(1 - p/p_k)|\sqrt{1 + K_2Nb}].$$

Величина p_k оценивалась экстраполяцией в область отрицательных давлений ударной адиабаты или изэнтропы материала, а величины K_1 и τ_0 — по зависимости предела текучести от скорости деформирования; константа упрочнения K_2 подбиралась эмпирически.

Для описания второго члена в правой части (2) нужно определить плотность подвижных дислокаций и зависимость их скорости от действующего сдвигового напряжения. Недавние измерения [22] показали, что вплоть до скоростей, сравнимых со скоростью звука, зависимость скорости дислокаций от действующего сдвигового напряжения может быть описана законом вязкого торможения:

$$(4) \quad v = \tau b/B,$$

где B — константа торможения, имеющая величину $\sim(1-10) \times 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с})$ [10, 12, 23]. В расчетах величина B принималась зависящей от давления по аналогии с (3) как $B = B_0(1 - p/p_k)$. При использовании

(4) под подвижными дислокациями следует понимать только те дислокации (или их участки), которые в данный момент не закреплены; дислокации, временно задержанные на препятствии, в течение времени задержки считаются закрепленными.

В процессе пластической деформации происходит полное или частичное блокирование подвижных дислокаций. Предварительные расчеты ударно-волновых процессов и их сопоставление с результатами экспериментов [24] показали, что при равных сдвиговых напряжениях характерная вязкость материала непосредственно вблизи фронта ударной волны существенно меньше, чем вдали от него. Это можно понять как результат уменьшения плотности подвижных дислокаций со временем вследствие их блокирования. Такое предположение согласуется с наблюдавшейся в экспериментах с сохранением образцов [25] зависимостью остаточной плотности дислокаций от длительности импульса сжатия. Ввиду большой неопределенности в вопросе о кинетике блокирования подвижных дислокаций для описания этого процесса в предлагаемых расчетах использовалось соотношение, подобранное эмпирическим путем:

$$(5) \quad F = \begin{cases} -(N_m - N_m^*)/t^* & \text{при } N_m > N_m^*, \\ 0 & \text{при } N_m \leq N_m^*, \end{cases}$$

где величины «равновесной» плотности подвижных дислокаций N_m^* и характерного времени t^* подбирались эмпирически. Таким образом, величина плотности подвижных дислокаций определяется соотношением

$$(6) \quad N_m = \int_0^t (\dot{N} + F) dt.$$

Для проверки реалистичности предлагаемой кинетики пластической деформации проведено численное моделирование одномерного течения при соударении пластин. Сквозным методом с использованием шахматной сетки и квадратичной псевдовязкости решалась система уравнений, включающая уравнения непрерывности и движения в форме Лагранжа, уравнения состояния для шаровых компонент тензоров напряжений и деформаций и скоростей изменения девиаторных компонент в рассматриваемом случае одномерной деформации, а также кинетику пластической деформации в виде (2) — (6)

$$(7) \quad \begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial h} &= 0, & \rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial h} &= 0, \\ p(V) &= \rho_0 c_0^2 \{ \exp [4m (V_0 - V)/V_0] - 1 \} / 4m, \\ \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial t} &= \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} = -\frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_{xy}^{\text{упр}}}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{xy}^{\text{пл}}}{\partial t}, \\ \frac{\partial \varepsilon_{xy}^{\text{упр}}}{\partial t} &= \frac{1}{G} \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon_{xy}^{\text{пл}}}{\partial t} = b \dot{N} S + b N_m v, \\ G &= G_0 + \frac{V_0}{V} l p, \quad \sigma_{xy} = \frac{3}{2} (\sigma_x - p), \end{aligned}$$

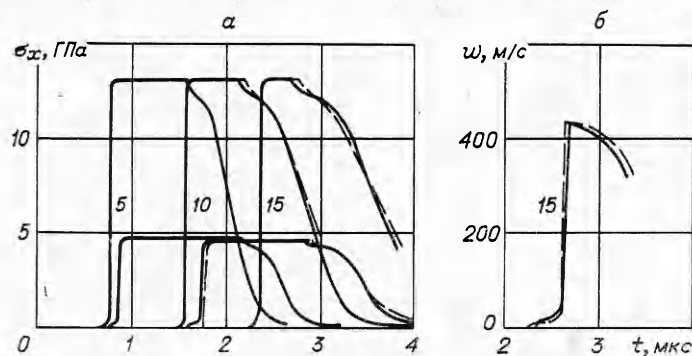
где V — удельный объем; $\rho_0 = 1/V_0$ — плотность вещества при нулевом давлении ($p = 0$); u — массовая скорость; h — субстанциональная пространственная координата; σ_x, σ_{xy} — нормальное (в направлении сжатия) и максимальное сдвиговое напряжения, принимаемые положительными при сжатии; c_0, m — коэффициенты в линейном соотношении между скоростью ударной волны и скачком массовой скорости; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$ — нормальные и максимальная сдвиговая компоненты деформации; $\varepsilon_{\text{упр}}, \varepsilon_{\text{пл}}$ — упругая и пластическая составляющие полной деформации ε ; G — модуль сдвига, зависимость величины которого от давления рассчитывалась по измеренным [4, 23, 26] значениям продольной скорости звука и определя-

Материал	c_0 , см/с	m	G_0 , г/см·с ²	l	K_1 , с/г
Алюминий $\rho_0=2,71$ г/см ³	$5,34 \cdot 10^5$	1,36	$2,27 \cdot 10^{11}$	1,71	10^{-5}
Железо $\rho_0=7,85$ г/см ³	$4,63 \cdot 10^5$	1,5	$8,36 \cdot 10^{11}$	-1,39	$4 \cdot 10^{-20}$

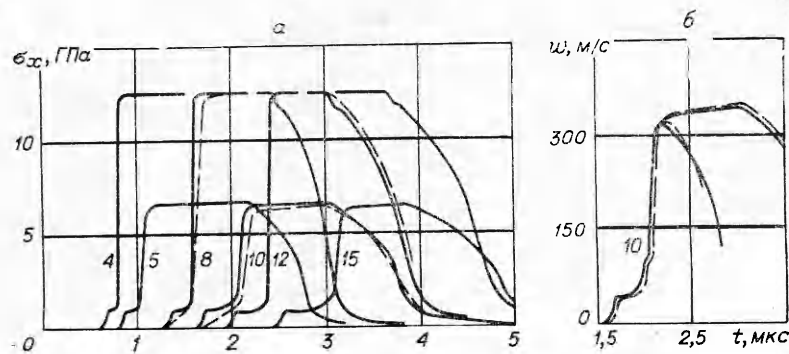
емой уравнением состояния $p(V)$ объемной сжимаемостью вещества. Расчет ориентирован на относительно низкие давления ударного сжатия металлов, при которых изменения температуры невелики, поэтому уравнение энергии и температурные составляющие уравнений состояния в рассмотрение не принимались. Ввиду сильной зависимости скорости пластической деформации от сдвигового напряжения здесь, как и в [3, 11—14], предполагалось, что пластическая деформация проходит только в направлениях максимальных сдвиговых напряжений.

Начальные и граничные условия системы (7) и константы материалов брались соответствующими случаям нагружения пластин из арможелеза или алюминия АД1 ударом алюминиевой пластины толщиной 2—7 мм, имеющей скорость 400—1500 м/с. Результаты расчетов сравнивались с профилями $\sigma_x(t)$ в нескольких сечениях образцов, полученными экспериментально с использованием манганиновых датчиков давления, и профилями скорости свободной поверхности образца $w(t)$, измеренными с использованием емкостных датчиков скорости. Описание постановки экспериментов и часть экспериментальных данных опубликованы в [24, 27].

В таблице приведены константы кинетики пластической деформации материалов, обеспечивающие наилучшее совпадение расчетных и экспе-



Ф и г. 1



Ф и г. 2

τ_0 , г/см·с ²	ρ_R , г/см·с ²	K_2 , см	b/B_0 , см ² ·с/г	$b \cdot N \frac{m^*}{cm^{-1}}$	t^* , с	S , см
$5 \cdot 10^7$	-10^{11}	10^{-2}	10^{-4}	10^{-1}	10^{-8}	10^{-4}
$7,5 \cdot 10^7$	$-2,5 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$7,5 \cdot 10^{-5}$	10^{-1}	$5 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-5}$

риментальных данных. На фиг. 1, а, б сопоставляются полученные из экспериментов (штриховые линии) и модельных расчетов профили $\sigma_x(t)$ и $w(t)$ для алюминия. Числа соответствуют начальному расстоянию между контролируемым сечением и поверхностью соударения в миллиметрах. Сопоставление расчета с экспериментом проведено для случаев нагружения образцов ударом алюминиевой пластины толщиной $\delta = 5$ мм со скоростью $w_y = 590$ м/с и $\delta = 4$ мм, $w_y = 1520$ м/с (фиг. 1, а); $\delta = 2$ мм, $w_y = 460$ м/с (фиг. 1, б). Расчетные и экспериментальные данные для железа сопоставляются на фиг. 2, а, б. Здесь моделировались случаи $\delta = 5$ мм, $w_y = 590$ м/с (фиг. 2, а, б); $\delta = 7$ мм, $w_y = 1050$ м/с (фиг. 2, а); $\delta = 2$ мм, $w_y = 600$ м/с (фиг. 2, б).

Принимая во внимание возможность внесения инерционностью мanganinовых датчиков систематических искажений [27] в области относительно низких давлений, можно отметить, что в качественном и количественном отношении совпадение результатов расчета и измерений на всех стадиях импульса сжатия довольно хорошее. Таким образом, предложенная кинетика пластической деформации обеспечивает детальное описание эволюции импульса сжатия в металлах.

Автор благодарит А. Н. Дремина за внимание к работе и М. А. Могилевского за дискуссии по ее результатам.

Поступила 20 XI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor J. W., Rice M. N. Elastic-plastic properties of iron.— J. Appl. Phys., 1963, vol. 34, N 2.
2. Arvidsson E. T., Gupta Y. M., Duvall G. E. Precursor decay in 1060 aluminium.— J. Appl. Phys., 1975, vol. 46, N 10.
3. Johnson J. N., Jones O. E., Michaels T. E. Dislocation dynamics and single-crystal constitutive relation; shock-wave propagation and precursor decay.— J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, N 6.
4. Barker L. M., Hollenbach R. E. Shock-wave study of the $\alpha \rightleftharpoons \epsilon$ phase transition in iron.— J. Appl. Phys., 1974, vol. 45, N 11.
5. Канель Г. И. Вязкоупругие свойства металлов в ударной волне.— В сб.: Детонация. Критические явления. Физико-химические превращения в ударных и детонационных волнах. Черногоровка, 1978.
6. Дремин А. Н., Канель Г. И. Волны сжатия и разрежения в ударно-сжатых металлах.— ПМТФ, 1976, № 2.
7. Lipkin J., Asay J. R. Reshock and release of shock-compressed 6061—T6 aluminium.— J. Appl. Phys., 1977, vol. 48, N 1.
8. Канель Г. И., Молодец А. М., Дремин А. И. Изменение прочностных свойств металлов в ударной волне.— Физика металлов и металловедение, 1978, т. 46, № 1.
9. Taylor J. W. Dislocation dynamics and dynamic yielding.— J. Appl. Phys., 1965, vol. 36.
10. Gilman J. J. Dislocation dynamics and the response of materials to impact.— Appl. Mech. Rev., 1968, vol. 21, N 8.
11. Johnson J. N., Barker L. M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061—T6 aluminium.— J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 11.
12. Писаренко Г. С., Красовский А. Е. К физической теории динамического предела текучести кристаллических материалов.— Проблемы прочности, 1970, № 11.
13. Нигматуллин Р. И., Холин Н. Н. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования.— Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 4.
14. Read M. E. A microdynamical approach to constitutive modeling of shock induced deformation.— In: Metallurgical effects at high strain rates. N. Y.—L., 1973.

15. Могилевский М. А. Механизмы деформации при нагружении ударными волнами (обзор).— ВИНТИ, № 2830—80Деп.
16. Кульман-Вильедорф Д. Дислокации.— В сб.: Физическое металловедение/Под ред. Р. Капа. Т. 3. М.: Мир, 1968.
17. Красовский А. Я. Физические основы прочности. Киев: Наукова думка, 1977.
18. Эпштейн Г. Н., Кайбышев О. А. Высокоскоростная деформация и структура металлов. М.: Металлургия, 1971.
19. Могилевский М. А., Бордзиловский С. А., Горшков Н. П. Влияние ширины фронта при квазиизэнтропическом сжатии на упрочнение некоторых металлов.— ФГВ, 1978, т. 14, № 6.
20. Cowan G. E. Shock deformation and the limiting shear strength of metals.— Trans. Met. Soc. AIME, 1965, vol. 233, N 6.
21. Rosenfield A. R., Hahn C. T. Numerical descriptions of the ambient low-temperature, and high-strain rate flow and fracture behavior of plain carbon steel.— Trans. ASM, 1966, vol. 59.
22. Гиндин И. А., Мацевитый В. М., Стародуб Я. Д. О прочности предельно дефектной кристаллической структуры.— Проблемы прочности, 1974, № 2.
23. Kumar P., Clifton R. J. Dislocation motion and generation in Lif single crystals subjected to plate impact.— J. Appl. Phys., 1979, vol. 50, N 7.
24. Канель Г. И., Щербань В. В. Пластическая деформация и откольное разрушение армо-железа в ударной волне.— ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
25. Champion A. R., Rohde R. W. Hugoniot equation of state and the effect of shock stress amplitude and duration on the hardness of Hadfield steel.— J. Appl. Phys., 1970, vol. 41, N 5.
26. Воробьев А. А., Дремин А. Н., Канель Г. И. Зависимость коэффициентов упругости алюминия от степени сжатия в ударной волне.— ПМТФ, 1974, № 5.
27. Дремин А. Н., Канель Г. И., Черникова О. Б. Сопротивление пластической деформации алюминия АД-1 и дюралюминия Д-16 в условиях ударного сжатия.— ПМТФ, 1981, № 4.

УДК 539.38

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В КОНСТРУКЦИИ ИЗ ОДНОНАПРАВЛЕННОГО МАТЕРИАЛА

А. Г. Колпаков

(Новосибирск)

Рассматривается конструкция, полученная из листа или бруса однонаправленного материала путем производства в нем системы разрезов. Используется сдвиговая модель [1], нашедшая широкое применение для описания волокнистых материалов [1—3]. Область применения модели подробно обсуждается в [2], в [4] приведены данные, подтверждающие хорошее количественное совпадение результатов расчетов на основании этой модели с экспериментом. В данной работе предлагается эффективный способ численного расчета напряженно-деформированного состояния конструкции из материала, содержащего большое число волокон.

Примем [1], что в материале волокна с модулем Юнга E работают только на растяжение, а связующее с модулем сдвига G — только на сдвиг. Пусть i обозначает номер волокна, $i = 1, \dots, M$, M — общее число волокон, w_i — смещение i волокна вдоль оси укладки волокон, t — координата вдоль той же оси, D, d — толщина волокон и расстояние между ними, E_0 — модуль Юнга материала волокна ($E = E_0 D$). Уравнения равновесия имеют вид

$$(1) \quad E w_i'' + (G/d)(w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}) = 0,$$

если волокно окружено связующим с обеих сторон. Если между i_0 и $i_0 + 1$ волокнами при $t_1 \leq t \leq t_2$ связующее отсутствует, то в левой части (1) при указанных t следует исключить слагаемые $(G/d)(-w_{i_0} + w_{i_0+1})$ из i_0 и $i_0 + 1$ уравнений.

Считаем, что на бесконечности к волокнам приложено напряжение σ . Вычтя из решения функцию σt , получим (сохраняя прежние обозначения) условия: $\bar{w}' \rightarrow 0$ при $|t| \rightarrow \infty$, $E w_{i_l}'(t_l) = -\sigma$, $l = 1, \dots, L$, где L — число разрезов волокон; $\{(i_l, t_l), l = 1, \dots, L\}$ — координаты этих разрезов.