УДК 533.526 + 536.24

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С УЧЕТОМ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. И. Зинченко, О. П. Федорова

(*Томск*)

Рассматривается решение задачи о прогреве конуса со сферическим затуплением при обтекании сверхзвуковым потоком воздуха под углами атаки при таких числах Рейнольдса, когда в пограничном слое реализуются различные режимы течения. Исследуется влияние неизотермичности обтекаемой поверхности на тепловые потоки к телу в турбулентном пограничном слое, и оценивается точность традиционных раздельных подходов, основанных на расчете задачи прогрева при заданном коэффициенте теплоотдачи из газовой фазы.

1. Согласно [1, 2], характеристики сопряженного теплообмена будем отыскивать из решения системы уравнений, описывающей изменение осредненных величин в пространственном пограничном слое [3], и нестационарного одномерного уравнения теплопроводности в оболочке тела с соответствующими граничными и начальными условиями.

Расчет пограничного слоя на сферической части в системе координат, связанной с точкой торможения, проводился как осесимметричный, а далее осуществлялся переход к полугеодезической системе координат, связанной с осью симметрии тела. В переменных Дородницына — Лиза после введения функций тока f и φ система уравнения пространственного пограничного слоя имеет вид

$$(1.1)\qquad \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(l\frac{\partial\bar{u}}{\partial\zeta}\right)+(\alpha_4 f+\alpha_3\varphi)\frac{\partial\bar{u}}{\partial\zeta}=\alpha_1\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\xi}-\frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\zeta}\right)+\alpha_2\left(\bar{\omega}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\eta}-\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\zeta}\right)+$$
$$+\beta_1\left(\bar{u}^2-\frac{\rho_e}{\rho}\right)+\beta_2\left(\bar{\omega}^2-\frac{\rho_e}{\rho}\right)+\beta_3\left(\bar{u}\bar{\omega}-\frac{\rho_e}{\rho}\right);$$

$$(1.2)\qquad \frac{\partial}{\partial\zeta}\left(l\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\zeta}\right)+(\alpha_4 f+\alpha_3\varphi)\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\zeta}=\alpha_1\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\xi}-\frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\zeta}\right)+\alpha_2\left(\bar{\omega}\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\eta}-\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\frac{\partial\bar{\omega}}{\partial\zeta}\right)+$$
$$+\beta_4\left(\bar{\omega}^2-\frac{\rho_e}{\rho}\right)+\beta_5\left(\bar{u}\bar{\omega}-\frac{\rho_e}{\rho}\right);$$

$$(1.3)\qquad \frac{\partial}{\partial\zeta}\left\{\frac{l}{\mathrm{Pr}_\Sigma}\frac{\partial g}{\partial\zeta}+\gamma_1 l\left(1-\frac{1}{\mathrm{Pr}_\Sigma}\right)\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[\bar{u}^2+\left(\frac{\omega_e}{u_e}\bar{\omega}\right)^2\right]\right\}+(\alpha_4 f+\alpha_3\varphi)\frac{\partial g}{\partial\zeta}=$$
$$=\alpha_1\left(\bar{u}\frac{\partial g}{\partial\xi}-\frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial g}{\partial\zeta}\right)+\alpha_2\left(\bar{\omega}\frac{\partial g}{\partial\eta}-\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}\frac{\partial g}{\partial\zeta}\right).$$

С учетом допущения об одномерности процесса нестационарное уравнение теплопроводности в материале тела в ортогональной полугеодезической системе координат запишем как

$$(1.4)\qquad \pi_\rho\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=\frac{1}{H_1 r_1}\frac{\partial}{\partial n_1}\left(H_1 r_1\pi_\lambda\frac{\partial\theta}{\partial n_1}\right).$$

Граничные и начальные условия следующие:

$$(1.5)\qquad \bar{u}(\xi,\eta,\infty)=1,\ \bar{\omega}(\xi,\eta,\infty)=1,\ g(\xi,\eta,\infty)=1;$$

$$(1.6)\qquad \bar{u}(\xi,\eta,0)=0,\ \bar{\omega}(\xi,\eta,0)=0,\ f(\xi,\eta,0)=\varphi(\xi,\eta,0)=0,$$
$$q_w(\xi,\eta,0)\sqrt{\mathrm{Re}}\,\mathrm{Pr}\frac{\lambda_{e0}}{\lambda_{1*}}-\pi_\sigma\theta_w^4=-\pi_\lambda(\theta_w)\frac{\partial\theta}{\partial n_1}(\tau,0);$$

$$(1.7)\qquad \frac{\partial\theta}{\partial n_1}\left(\tau,\frac{L}{R_N}\right)=0\ \text{или}\ \theta\left(\tau,\frac{L}{R_N}\right)=\theta_{\text{н}},\ \theta(0,n_1)=\theta_{\text{н}}.$$

Здесь и ниже ξ — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от оси симметрии; η — угол, отсчитываемый от наветренной стороны в плоскости симметрии тела, рад; $\zeta = u_e r_w \int\limits_0^n \rho\, dn \Big/ \left(2R_N \int\limits_0^\xi \rho_e \mu_e u_e r_w^2\, d\xi\right)^{1/2}$ и $n_1 = -n/R_N$ направлены по нормали к внешнему контуру в различные стороны; $g = H/H_{e0}$, $\bar{u} = \partial f/\partial\zeta$, $\bar{\omega} = \partial\varphi/\partial\zeta$ — безразмерные энтальпия и компоненты скорости в продольном и окружном направлениях; $\alpha_1 = \dfrac{\int\limits_0^\xi \rho_e \mu_e u_e r_w^2\, d\xi}{\rho_e \mu_e u_e r_w^2}$, $\alpha_2 = \dfrac{\omega_e}{u_e \bar{r}_w}\alpha_1$, $\alpha_3 = \dfrac{\alpha_1}{\bar{r}_w}\dfrac{\partial}{\partial\eta}\left(\dfrac{\omega_e}{u_e}\right) + \dfrac{\omega_e}{\rho_e\mu_e u_e^2 \bar{r}_w^3}\dfrac{\partial}{\partial\eta}\left(\int\limits_0^\xi \rho_e\mu_e u_e \bar{r}_w^2 d\xi\right)$,

$\alpha_4 = 1$, $\beta_1 = \dfrac{\alpha_1}{u_e}\dfrac{\partial u_e}{\partial\xi}$, $\beta_2 = -\alpha_1\left(\dfrac{\omega_e}{u_e}\right)^2 \dfrac{1}{\bar{r}_w}\dfrac{d\bar{r}_w}{\partial\xi}$, $\beta_3 = \alpha_2 \dfrac{1}{u_e}\dfrac{\partial u_e}{\partial\eta}$, $\beta_4 = \dfrac{\alpha_2}{\omega_e}\dfrac{\partial\omega_e}{\partial\eta}$,

$\beta_5 = \alpha_1\left(\dfrac{1}{\bar{r}_w}\dfrac{d\bar{r}_w}{d\xi} + \dfrac{1}{\omega_e}\dfrac{\partial\omega_e}{\partial\xi}\right)$; $\bar{r}_w = \dfrac{r_w}{R_N}$, $\gamma_1 = \dfrac{u_e^2}{2H_{e0}}$, $\pi_\rho = \dfrac{\rho_1 c_1}{\rho_{1*} c_{1*}}$, $\pi_\lambda = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_{1*}}$, $\pi_\sigma = \dfrac{\varepsilon\sigma T_*^3}{\lambda_{1*}}$ — безразмерные коэффициенты и параметры; $q_w = \dfrac{\mu_w}{\Pr}\dfrac{\partial H}{\partial n}\Big|_w \dfrac{\sqrt{\mathrm{Re}}}{\rho_{e0} V_m H_{e0}}$, $\theta = \dfrac{T}{T_{e0}}$, $\tau = \dfrac{t}{t_*}$ — безразмерный тепловой поток, температура и время; $t_* = \dfrac{R_N^2 \rho_{1*} c_{1*}}{\lambda_{1*}}$, $V_m = \sqrt{2H_{e0}}$, R_N, L — характерные время и скорость, радиус затупления и толщина оболочки; $H_1 = 1 - kn$, $r_1 = \bar{r}_w - n_1 \cos\beta$ — коэффициенты Ламэ (k — кривизна образующей, β — угол наклона образующей тела к оси симметрии); индексы e, $e0$, w отвечают значениям на внешней границе пограничного слоя, на внешней границе в точке торможения, на поверхности тела, а 1, $*$, т — характеристикам твердой фазы, характерным величинам и характеристикам турбулентного переноса.

Для описания турбулентного течения применялась двухслойная модель турбулентного пограничного слоя [4]. Во внутренней области коэффициент турбулентной вязкости определялся из формулы Прандтля с демпфирующим множителем Ван-Дрийста — Себечи, обобщенной на пространственный случай:

$$\mu_т = 0{,}16\rho n^2 \left\{1 - \exp\left(-\frac{n}{A}\right)\right\}^2 \left\{\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)^2 + \left(\frac{\partial\omega}{\partial n}\right)^2\right\}^{0,5}, \tag{1.8}$$

$$A = 26\nu\sqrt{\rho/\tau_w}/(1 - 11{,}8\bar{p})^{-0,5},\quad \nu = \frac{\mu}{\rho},\quad U_e = (u_e^2 + \omega_e^2)^{0,5},$$

$$\bar{p} = \frac{\nu}{\rho_e\left(\dfrac{\tau_w}{\rho}\right)^{1,5}}\frac{1}{U_e}\left(\frac{u_e}{R_N}\frac{\partial p_e}{\partial\xi} + \frac{\omega_e}{\bar{r}_w}\frac{\partial p_e}{\partial\eta}\right),$$

$$\tau_w = \mu_w\left[(\partial u/\partial n|_w)^2 + (\partial\,\omega/\partial n|_w)^2\right]^{0,5}.$$

Во внешней области коэффициент турбулентной вязкости вычислялся по формуле Клаузера

$$\mu_т = 0{,}016\rho\left[1 + 5{,}5\left(\frac{n}{\delta}\right)^6\right]^{-1}\int\limits_0^\infty \left[U_e - (u^2 + \omega^2)^{0,5}\right] dn. \tag{1.9}$$

Граница между внутренней и внешней областями находилась из условия равенства коэффициентов (1.8) и (1.9).

Для расчета течения в переходной области использовались формулы

$$l = \frac{\rho\mu}{\rho_e\mu_e} + \Gamma\frac{\rho\mu_т}{\rho_e\mu_e},\quad \Pr_\Sigma = \frac{(\mu + \Gamma\mu_т)\Pr\Pr_т}{\mu\Pr_т + \Gamma\mu_т\Pr},$$

где Г — коэффициент продольной перемежаемости, определенный в [5] для случая обтекания затупленных тел. Для ламинарной области течения

$\Gamma = 0$, для развитой турбулентной — $\Gamma = 1$. Начало переходной области определялось точкой потери устойчивости, которая отыскивалась на сферическом затуплении из условия для критического значения числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re}^{**} = \frac{u_e \rho_e \delta^{**}}{\mu_e} = 200, \quad \delta^{**} = \int\limits_0^\infty \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dn.$$

Значения $\mathrm{Re} = V_m \rho_{e0} R_N / \mu_{e0}$ при проведении расчетов выбирались такими, что переход от ламинарного режима течения к турбулентному осуществлялся на сферической части тела. При решении задачи развития осесимметричного пограничного слоя от точки торможения с учетом ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения применялась методика [6]. На внешней границе пограничного слоя условия брались из расчетов невязкого обтекания [7] и аппроксимировались с помощью двумерных сглаживающих сплайнов [8].

Разностные схемы для расчетных областей в газовой фазе и теле получены с помощью итерационно-интерполяционного метода [9] с погрешностью аппроксимации $O(\Delta\zeta)^2 + O(\Delta\xi) + O(\Delta\eta)$, $O(\Delta n_1)^2 + O(\Delta\tau)$. Выбор шагов интегрирования осуществлялся из условия наличия счетной сходимости, определяемой по методике [10].

При численном решении для $\mathrm{Pr} = 0{,}72$, $\mathrm{Pr}_\text{т} = 1$ коэффициент молекулярной вязкости μ задавался формулой Сюзерленда. Теплофизические характеристики материала считались постоянными, и варьировались следующие определяющие параметры: Re и M_∞, температурный фактор θ_w, угол атаки α и параметр $S = \sqrt{\mathrm{Re}}\,\mathrm{Pr}\lambda_{e0}/\lambda_{1*}$, который используется для задач сопряженного теплообмена.

2. Рассмотрим результаты решения краевой задачи (1.1)—(1.3), (1.5), (1.6) в случае заданной температуры поверхности.

На рис. 1 ($\alpha = 0$; 4,7; 10° — линии *1—3*) в плоскости симметрии течения приведены зависимости относительного теплового потока q_w/q_{w0} от координаты s (отсчитываемой от точки торможения), полученные при решении задачи пространственного турбулентного пограничного слоя для данных работы [11] ($\mathrm{M}_\infty = 5$, $\beta = 9°$, $\mathrm{Re} = 5{,}03 \cdot 10^6$, $\theta_w = 0{,}25$). Положительные значения s отвечают наветренной стороне, отрицательные — подветренной. Здесь же значками показаны результаты экспериментального исследования [11], штриховая кривая — расчетная зависимость q_w/q_{w0} для $\alpha = 10°$ вдоль меридионального сечения $\eta = \pi/2$. Тепловые потоки для $\eta = \pi/2$ близки к тепловым потокам, реализующимся при осесимметричном обтекании того же конуса. Это связано со слабым влиянием расхождения линий тока на меридиане $\eta = \pi/2$ на локальные тепловые потоки и согласуется с результатами экспериментов как для турбулентного, так и для ламинарного режима течения. На рис. 1 видно удовлетворительное согласование теоретических и экспериментальных данных по тепловому потоку, что обосновывает применимость используемой модели турбулентного пограничного слоя.

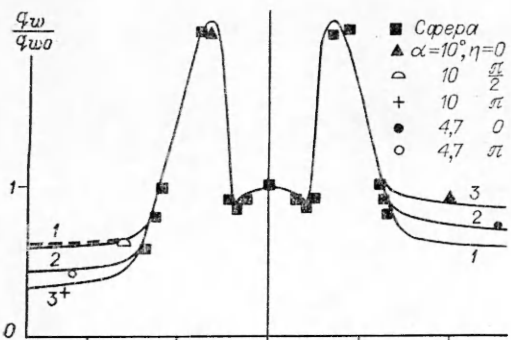

Рис. 1

Увеличение угла атаки на наветренной стороне сопровождается возрастанием теплового потока, а на подветренной — снижением. При дальнейшем увеличении угла атаки возможно появление локального максимума давления $p_e(\eta)$ при $\eta = \pi$, что приводит к перестройке течения внутри пограничного слоя и образованию области

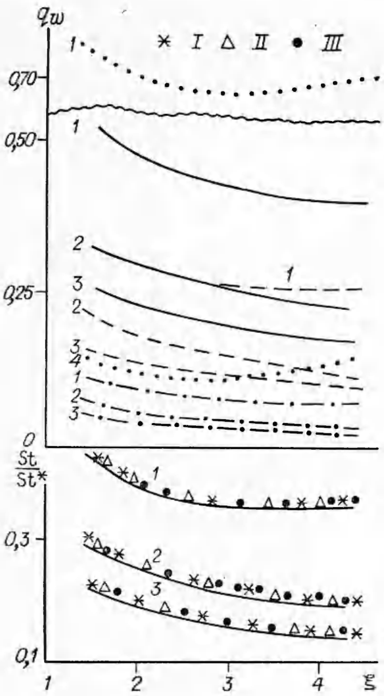

Рис. 2

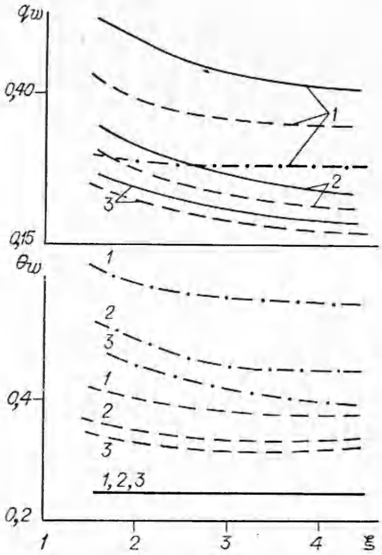

Рис. 3

растекания, вследствие чего на подветренной стороне уменьшается толщина пограничного слоя и начинается возрастание теплового потока.

Такое поведение $q_w(\xi)$ показано на подветренной стороне при $\alpha = 20{,}9^\circ$ на рис. 2. Здесь пунктирные кривые *1*, *4* отвечают $\eta = 0$; π соответственно, $\theta_w = 0{,}05$. Экспериментальные исследования [11] показали, что для $\alpha = 20{,}9^\circ$ тепловые потоки при $\eta = \pi$ также ведут себя немонотонным образом. Отметим, что расчетные данные по давлению p_e на подветренной стороне для указанного угла атаки удовлетворительно согласуются при $\xi \leqslant 5$ с распределением p_e, полученным экспериментально в [11]. Немонотонность функции $q_w(\xi)$ (пунктирная линия *1*, рис. 2) при $\eta = 0$ для $\alpha = 20{,}9^\circ$ обусловлена повышением давления при $\xi \geqslant 2{,}7$ для данного α.

Рассмотрим влияние температурного фактора на тепловые потоки q_w и отношение чисел Стантона St/St*, где $\mathrm{St}^* = q_w^*/[\rho_\infty V_\infty c_p (T_{e0} - T_w^*)]$ отвечает максимальному значению теплового потока q_w^*, которое достигается в окрестности звуковой линии сферы. Для указанных к рис. 1 определяющих параметров на рис. 2 даны зависимости $q_w(\xi, \eta)$ и $\mathrm{St}/\mathrm{St}^*(\xi, \eta)$ в меридиональных сечениях $\eta = 0$; $\pi/2$; 2,2 при $\alpha = 10^\circ$ (кривые *1*—*3*). Здесь сплошные кривые отвечают значению $\theta_w = 0{,}248$, штриховые — $\theta_w = 0{,}5$, а штрихпунктирные получены для ламинарного режима течения при $\theta_w = 0{,}248$. Видно, что для этих условий обтекания тепловые потоки существенно зависят от температурного фактора и при турбулентном режиме течения $q_w(\xi, \eta)$ в 4—5 раз выше, чем при ламинарном.

Значения St/St* при изменении температурного фактора на порядок меняются слабо. Точками *I*, *II* изображены St/St* для $\theta_w = 0{,}05$ и 0,248 во всех сечениях η (зависимости *1*—*3*). Сплошная линия отвечает $\theta_w = 0{,}5$. Консервативность St/St* позволяет строить надежные методы определения потоковых величин к изотермической поверхности. Точками *III* приведены распределения St/St*, полученные по формуле работы [12]. Проведенные расчеты показывают, что увеличение θ_w от 0,05 до 0,8 вызывает изменение St/St* на всей поверхности тела не более чем на 14 %.

Как следует из рис. 1, 2, распределение тепловых потоков на обтекаемой поверхности носит сложный характер, что вызывает при решении задачи прогрева формирование $T_w(\xi, \eta)$ и поля температуры внутри тела.

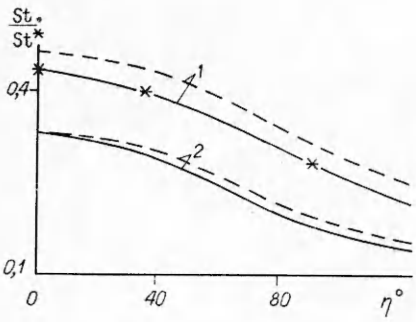

Рис. 4

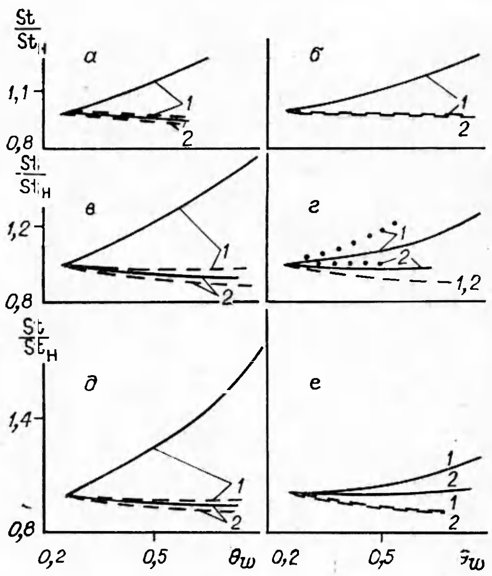

Рис. 5

Результаты решения задачи в сопряженной постановке даны на рис. 3. Расчет проведен при $\alpha = 10°$, $\theta_н = 0{,}248$, $\sqrt{\mathrm{Re}}\,\mathrm{Pr}\lambda_{e0}/\lambda_{1*} = 3{,}19$, $\partial\theta/\partial n_1(\tau, L/R_N) = 0$, $L/R_N = 0{,}1$, остальные параметры, как на рис. 1. Зависимости q_w и θ_w от ξ представлены в трех меридиональных сечениях $\eta = 0$; $\pi/2$; 2,2 (линии *1—3*) в моменты времени $\tau = 0$; 0,0055; 0,024 (сплошные, штриховые и штрихпунктирные кривые). Как и следовало ожидать, наибольший нагрев достигается на наветренной стороне в окрестности плоскости симметрии, причем наблюдается значительное снижение температуры θ_w при переходе на подветренную сторону тела. В то же время для расчетного угла атаки тепловой поток и температура в фиксированных меридиональных плоскостях слабо меняются вдоль конической поверхности при $\xi \geqslant 3{,}5$.

Результаты обработки решения, показанного на рис. 3 в виде зависимостей $\mathrm{St}/\mathrm{St}^* = q_w(\xi, \eta)\,[1 - \theta_w^*]/[1 - \hat\theta_w(\xi, \eta)]\, q_w^*$ от переменной η в сечениях $\xi = 1{,}45$; 4,54 (линии *1*, *2*) для моментов времени $\tau = 0$ и 0,0055 (сплошные и штриховые кривые), даны на рис. 4. Здесь же в начальный момент времени $\tau = 0$ для изотермической поверхности звездочки отвечают формулам работы [12]. Видно, что неизотермичность поверхности приводит к возрастанию относительного числа Стантона, что обусловлено наличием отрицательных значений $\partial\theta_w/\partial\xi$, $\partial\theta_w/\partial\eta$, причем при движении вдоль меридионального сечения расслоение кривых уменьшается.

Для больших моментов времени вследствие достижения высоких температур поверхности на сферическом затуплении тепловой поток в этой области падает значительно и предпочтительнее использовать обработку решения в виде

$$\frac{\mathrm{St}}{\mathrm{St}_н} = \frac{q_w(\xi, \eta)\,[1 - \theta_{wн}(\xi, \eta)]}{q_{wн}(\xi, \eta)\,[1 - \theta_w(\xi, \eta)]},$$

для $q_{wн}$ и $\theta_{wн}$ — тепловой поток и температура поверхности в точке (ξ, η) в начальный момент времени. На рис. 5 показаны зависимости $\mathrm{St}/\mathrm{St}_н$ от θ_w, полученные при обработке решения задачи нестационарного теплообмена в плоскости симметрии затупленного конуса на наветренной стороне (*б*, *г*, *е*) и подветренной (*а*, *в*, *д*) для $\alpha = 5$ (*а*, *б*), 10 (*в*, *г*), 20,9° (*д*, *е*) в сечениях $\xi = 1{,}45$; 4,54 (линии *1*, *2*). Здесь же штриховые кривые отвечают значениям $\mathrm{St}/\mathrm{St}_н$, найденным в указанных выше сечениях при интегрировании уравнений пространственного турбулентного пограничного слоя в окрестности плоскости симметрии для разных изотермических температур стенки. Видно, что в окрестности сферического носка при решении задачи сопряженного теплообмена наблюдается качественно отличное поведение относительного значения $\mathrm{St}/\mathrm{St}_{\text{н}}$ по сравнению с найденным при параметрическом переборе θ_w.

Такое поведение $\mathrm{St}/\mathrm{St}_{\text{н}}$ при решении краевой задачи (1.1)—(1.7) связано с тем, что при формировании неизотермического распределения температуры $\frac{1}{(1-\theta_w)}\frac{\partial\theta}{\partial\xi} < 0$, это вызывает увеличение коэффициента теплоотдачи к телу, как и в осесимметричном случае [6].

Отметим, что качественный анализ влияния неизотермического распределения θ_w на поверхности может быть проведен из уравнения сохранения энергии (1.3). Действительно,

$$\left(\frac{\alpha}{c_p}\right) = \frac{\left.\frac{\mu_w}{\mathrm{Pr}_w}\frac{\partial H}{\partial n}\right|_w}{(H_{e0}-H_w)} - \frac{V_m\rho_{e0}}{\sqrt{\mathrm{Re}}}\sqrt{\frac{u_e}{\alpha_1 V_m}\frac{\rho_e}{\rho_{e0}}\frac{\mu_e}{\mu_{e0}}}\left.\frac{l_w}{\mathrm{Pr}_w}\frac{\partial \bar{g}}{\partial\zeta}\right|_w \tag{2.1}$$

($\bar{g} = (g - g_w)/(1 - g_w)$). После интегрирования (1.3) в окрестности плоскости симметрии запишем, например, для $\mathrm{Pr} = 1$

$$\left.\frac{l_w}{\mathrm{Pr}_w}\frac{\partial\bar{g}}{\partial\zeta}\right|_w = \int\limits_0^\infty (\alpha_4 f + \alpha_3\varphi)\frac{\partial\bar{g}}{\partial\zeta} - \alpha_1\int\limits_0^\infty\left(\bar{u}\frac{\partial\bar{g}}{\partial\xi} - \frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial\bar{g}}{\partial\zeta}\right)d\zeta - \tag{2.2}$$

$$-\frac{\alpha_1}{1-g_w}\frac{\partial g_w}{\partial\xi}\int\limits_0^\infty \bar{u}(1-\bar{g})\,d\zeta.$$

Из (2.2) вытекает зависимость решения от величины $\frac{\alpha_1}{1-g_w}\frac{\partial g_w}{\partial\xi}$, характеризующей неизотермичность поверхности. Для ламинарного режима течения в пограничном слое подробный анализ решения проведен в [6].

Кроме результатов в плоскости симметрии течения, на рис. 5, *г* по данным решения задачи в сопряженной постановке в тех же сечениях по ξ приведено отношение $\mathrm{St}/\mathrm{St}_{\text{н}}$ на боковой конической поверхности $\eta = 2{,}2$ (пунктирные линии); видно, что влияние неизотермичности температуры поверхности на относительные числа Стантона наиболее сильно сказывается в окрестности сферического носка и возрастает при переходе по η от 0 до π. Кроме того, различие решений при $\xi = 1{,}45$ на подветренной стороне увеличивается, а на наветренной уменьшается при росте α, что обусловлено, в первую очередь, расстоянием от точки торможения.

На участке конической поверхности, где характеристики течения меняются слабо ($\xi = 4{,}54$), значения $\mathrm{St}/\mathrm{St}_{\text{н}}$ близки на подветренной стороне, а на наветренной расслоение кривых возрастает при увеличении α.

Поскольку решение сопряженной задачи теплообмена является трудоемким, то интересно сравнить результаты, полученные в точной и раздельной постановках задачи. Используя консервативность $\mathrm{St}/\mathrm{St}^*$ в зависимости от изотермической температуры θ_w (см. рис. 2), тепловой поток из газовой фазы $q_w(\xi, \eta, 0)$ в граничном условии (1.6) зададим в виде $q_w = \frac{\mathrm{St}(\xi,\eta)}{\mathrm{St}^*}\alpha^*[1 - \theta_w(\xi, \eta)]$ $(\alpha^* = q_w^*/(1 - \theta_w^*)$ аппроксимировалась по результатам расчетов). Сравнение результатов решения задачи в сопряженной постановке (сплошные кривые) и раздельной (штриховые) показано при $\alpha = 10°$ на рис. 6 (*а* — изменение температуры поверхности от времени для $\xi = 1{,}45$, *б* — сечение $\xi = 4{,}54$, линии *1*, *2* соответствуют меридиональным плоскостям $\eta = 0$; 2,2).

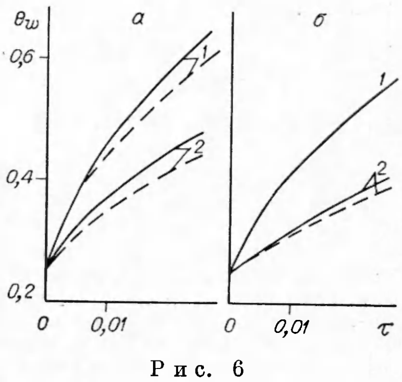

Рис. 6

Как следует из сравнения кривых $\theta_w(\tau)$ в областях, где значительны локальные производные $\partial\theta_w/\partial\xi$, $\partial\theta_w/\partial\eta$, их вклад в коэффициент теплоотдачи существен, что приводит к занижению температуры поверхности при раздельном способе постановки задачи, когда значение (α/c_p) берется при изотермических условиях. Для участков конической поверхности, где характеристики течения меняются слабо, может быть использован коэффициент теплоотдачи, найденный для изотермических условий. Отметим, что влияние неизотермичности θ_w на формирование коэффициента теплоотдачи при турбулентном режиме течения в пограничном слое не столь значительно, как при ламинарном.

Таким образом, тепловой поток определяется, во-первых, предысторией развития теплового и динамического пограничного слоев и, во-вторых, локальными производными температуры поверхности по окружной и продольной координатам, отнесенными к температурному либо энтальпийному перепаду. Поэтому в тех случаях, когда локальные производные значительны либо вследствие формы обтекаемой поверхности, либо вследствие резкого изменения граничных условий, использование коэффициента теплоотдачи, найденного для изотермической стенки, может приводить к погрешностям при расчете температурного поля в материале оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Лыков А. В.** Тепломассообмен: Справочник.— М.: Энергия, 1972.
2. **Зинченко В. И., Трофимчук Е. Г.** Решение иеавтомодельных задач теории ламинарного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1977.— № 4.
3. **Шевелев Ю. Д.** Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики.— М.: Наука, 1986.
4. **Себечи Т.** Расчет трехмерного пограничного слоя. Бесконечный цилиндр со скольжением при малом вторичном течении // РТК.— 1974.— № 6.
5. **Chen K. K., Thyson N. A.** Extension of Emmons spot theory to flows on blunt bodies // AIAA J.— 1971.— V. 9, N 5.
6. **Зинченко В. И., Путятина Е. Н.** Решение задач сопряженного теплообмена при обтекании тел различной формы // ПМТФ.— 1986.— № 2.
7. **Антонец А. В.** Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояния газа в ударном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 2.
8. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций.— Новосибирск: Наука, 1980.
9. **Гришин А. М., Берцун В. И., Зинченко В. И.** Итерационно-интерполяционный метод и его приложения.— Томск: ТГУ, 1981.
10. **Blottner F. G.** Investigation of some finite-difference techniques for solving the boundary layer equations //Comput. meth. appl. mech. and engng.— 1975.— N 6.
11. **Widhopf G. F., Hall R.** Transitional and turbulent heat-transfer measurements on a yawed blunt conical nosetip // AIAA J.— 1972.— V. 10, N 10.
12. **Землянский Б. А., Степанов Г. И.** О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 5.

Поступила 20/VII 1987 г.,
в окончательном варианте — 8/XII 1987 г.

УДК 624.04

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА

Т. М. Криворучко, Ю. М. Почтман

(Днепропетровск)

В целом ряде областей техники в последнее время все больше применяются тонкостенные элементы конструкций, которые являются очень чувствительными к коррозии, так как даже незначительное уменьшение их геометрических размеров из-за коррозионного износа может привести к большим изменениям напряжений и деформаций. В связи с этим учет влияния коррозии в расчетах на прочность, устойчивость и долговечность, а также при оптимальном проектировании приобретает важное значение.