

модель процесса формирования пульсаций давления на облучаемой мишени позволила детально рассмотреть картину течений, влияние параметров облучения, свойств материалов мишеней и внешних условий на пульсации давления, возникающие на образце при интенсивном лазерном облучении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булгакова Н. М., Кузнецов Л. И. Газодинамика импульсных струй и осцилляции давления на облучаемой лазером мишени // ПМТФ.— 1992.— № 6.
2. Булгакова И. М., Кузнецов Л. И. Влияние параметров импульсного эрозивного факела на пульсации давления // ПМТФ.— 1992.— № 6.
3. Кузнецов Л. И. Передача импульса давления на металлические и диэлектрические мишени, облучаемые неодимовым лазером в режиме свободной генерации // ПМТФ.— 1991.— № 6.
4. Кузнецов Л. И. Взаимодействие светоэрозивного факела с окружающей средой // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1991.— Т. 55, № 6.
5. Smarr L. L., Norman M. L., Winkler K.-H.A. Shocks, interfaces, and patterns in supersonic jets // Physica Sect. D. Nonlinear phenomena.— 1984.— V. 12.

г. Новосибирск

Поступила 11/XI 1991 г.

УДК 532.517.4 : 518.12

И. Г. Еремейцев, Г. С. Журавлева, И. И. Пилюгин

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВЯЗКОМ УДАРНОМ СЛОЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ ГАЗОМ ЗАТУПЛЕННЫХ УДЛИНЕННЫХ ТЕЛ

На современном этапе создания сверхзвуковых летательных аппаратов возник ряд проблем, связанных с совершенствованием традиционных конфигураций. Проводится поиск новых пространственных форм, обладающих оптимальными аэродинамическими характеристиками при гиперзвуковых скоростях. В связи с разработкой гиперзвукового самолета представляет интерес изучение обтекания плоских элементов — крыльев при больших сверхзвуковых скоростях в широком диапазоне чисел Рейнольдса. С увеличением скоростей движения и давления большую роль начинают играть аэродинамический нагрев и трение на поверхности тела при турбулентном режиме течения в ударном слое. В связи с этим необходимо исследовать влияние геометрии тела на распределение тепловых потоков, трение, отход ударной волны и другие параметры обтекания. Отметим, что в предельных случаях пространственное тело, например эллиптический параболоид, переходит в осесимметричное тело — параболоид вращения (при равенстве полуосей эллипса) — либо в параболический цилиндр, если одна из полуосей эллипса стремится к бесконечности.

В отличие от ранее опубликованных работ (см., например, обзор [1]), где рассматривались ламинарные режимы течения в рамках уравнений вязкого ударного слоя, цель данной работы — разработка единого алгоритма расчета параметров вязкого обтекания плоских или осесимметричных удлиненных тел для широкого диапазона режимов течения от ламинарного до турбулентного. В литературе [1] основное внимание уделялось изучению течения и теплообмена в окрестности лобовой критической точки осесимметричных тел. Для удлиненных тел расчет интегральных коэффициентов сопротивления и теплообмена, характеризующих их движение и нагрев в атмосфере, требует определения газодинамических параметров вдоль всей образующей тела до его миделя.

В настоящей работе численно исследуется гиперзвуковое обтекание затупленного удлиненного плоского тела (параболического цилиндра)

или осесимметричного тела (параболоида вращения) в рамках модели вязкого ударного слоя при турбулентном режиме течения. Известно [1], что метод тонкого вязкого ударного слоя хорошо применим к расчету обтекания тел, для которых отсутствует ньютоновская точка отрыва, а тело не имеет разрыва кривизны поверхности. Поэтому ниже в качестве примера приводятся расчеты для параболоидов и параболических цилиндров, где такой особенности не возникает. Параметры течения около других тел, например затупленного конуса (или клина), в ряде случаев могут быть сопоставлены с параметрами обтекания специально подобранного параболоида (или параболического цилиндра). Такое соответствие предложено для конусов и клиньев с разными полууглами раствора.

1. Рассмотрим обтекание гладких затупленных удлиненных плоских тел и тел вращения гиперзвуковым потоком вязкого газа. Система уравнений турбулентного гиперзвукового вязкого ударного слоя получается из осредненных уравнений Навье — Стокса. В безразмерных переменных в системе ортогональных криволинейных координат x, y , связанных с поверхностью тела, уравнения имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x} (\rho r_w^2 u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho r_w^2 v) = 0,$$

$$\rho Du = -\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_\Sigma}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \rho \kappa u^2 = \frac{\partial p}{\partial y},$$

$$\rho DT = 2\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{2\mu_\Sigma}{K} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu_\Sigma}{\sigma_\Sigma K} \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$p = \rho T, \quad D = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}, \quad K = \varepsilon \text{Re}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{2\gamma}, \quad \text{Re} = \frac{\rho_\infty V_\infty R_0}{\mu_0},$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad \sigma_\Sigma = \frac{\mu_0 \mu_\Sigma c_p}{\lambda_\Sigma}, \quad \mu = \mu(T_0) = T_0^\omega, \quad T_0 = \frac{V_\infty^2}{2C_p},$$

где $v = 0, 1$ соответственно для плоского и осесимметричного случаев; $V_\infty u, \varepsilon V_\infty v$ — компоненты вектора скорости, отвечающие осям x, y ; $\rho_\infty V_\infty^2 p, \varepsilon^{-1} \rho_\infty \rho, T_0 T, \mu_0 \mu_\Sigma, \lambda_\Sigma$ — давление, плотность, температура, коэффициент вязкости и теплопроводности газа; κ — продольная кривизна поверхности тела. Все линейные размеры отнесены к характерному линейному размеру R_0 , нормальная координата — к εR_0 , в качестве R_0 выбирался радиус кривизны затупленного тела при $x = 0$. Индекс w относится к величинам на поверхности тела, Σ обозначает суммарные коэффициенты переноса, обусловленные молекулярным и турбулентным переносом.

Уравнения турбулентного вязкого ударного слоя (1.1) необходимо дополнить граничными условиями на ударной волне и на поверхности тела. Модифицированные соотношения Ренкина — Гюгонио на ударной волне при равномерном обтекании можно записать как [2]

$$(1.2) \quad y = y_s(x): \rho \left(v - u \frac{dy_s}{dx} \right) = v_\infty, \quad p = p_\infty^2, \quad v_\infty (u - u_\infty) = \frac{\mu_\Sigma}{K} \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$v_\infty (T + u^2 - 1) = \frac{\mu_\Sigma}{\sigma_\Sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{2\mu_\Sigma}{K} u \frac{\partial u}{\partial y}, \quad u_\infty = \cos \alpha, \quad v_\infty = -\sin \alpha$$

(α — угол между касательной к поверхности тела и осью симметрии). На непроницаемой поверхности тела задаются условия прилипания:

$$(1.3) \quad y = 0: u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w(x).$$

Система уравнений (1.1)–(1.3) незамкнутая, так как неизвестны коэффициенты турбулентного переноса. Для ее замыкания необходимо сделать предположения, которые позволяли бы установить связь указанных величин с осредненными. Здесь применяется алгебраическая модель [3], согласно которой коэффициенты полной вязкости и полной тепло-

проводности являются линейными комбинациями молекулярного и молекулярного (турбулентного) коэффициентов переноса: $\mu_{\Sigma} = k_1\mu + k_2\mu_T$, $\lambda_{\Sigma} = k_1\lambda + k_2\lambda_T$. Коэффициенты k_1 и k_2 подбирались так, что в ламинарной области $\mu_{\Sigma} \rightarrow \mu$, в турбулентной $\mu_{\Sigma} \rightarrow \mu_T$. Коэффициенты k_1 и k_2 задаются формулами

$$k_1 = \frac{1}{1 + k^2 (\eta_1/\eta_k)^2}, \quad k_2 = \frac{k^2 (\eta_1/\eta_k)^2}{1 + k^2 (\eta_1/\eta_k)^2}$$

($k = 0,4$ — постоянная Кармана).

Турбулентная вязкость задается формулой Прандтля

$$\mu_T = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|,$$

где l (длина пути перемешивания) вычисляется по формуле [4]

$$\frac{l}{\delta} = 0,1 \frac{1 - \exp(-8y/\delta)}{1 + \exp(-6y/\delta)}$$

(δ — толщина пограничного слоя).

Коэффициенты полной вязкости имеют вид

$$(1.4) \quad \mu_{\Sigma} = \mu \frac{\eta_k^2 + k^2 \eta_1^2 r_t}{\eta_k^2 + k^2 \eta_1^2} = \mu \varphi(\eta_k, r_t),$$

$$\varphi(\eta_k, r_t) = \frac{(r_t^2 - \eta_k^2) + \sqrt{(r_t^2 - \eta_k^2)^2 + 4\eta_k^2 r_t}}{2r_t^2},$$

$$r_t = \frac{\mu_T}{\mu} = \frac{\rho l^2}{\mu} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \quad k^2 \eta_1^2 = r_t \varphi(\eta_k, r_t).$$

Коэффициент полной теплопроводности можно представить как

$$(1.5) \quad \lambda_{\Sigma} = C_p \left(\frac{k_1}{\sigma} \mu + \frac{k_2}{\sigma_T} \mu_T \right),$$

если ввести ламинарное число Прандтля $\sigma = \mu C_p / \lambda$ и турбулентное $\sigma_T = \mu_T C_p / \lambda_T$.

В выражение для полной вязкости [4] входит параметр η_k , характеризующий толщину вязкого подслоя, от выбора которого существенно зависят результаты расчетов. В данной работе для определения η_k применяется параболическая аппроксимация от числа Рейнольдса Re_{θ} , построенная по толщине потери импульса [5]:

$$\eta_k = \eta_0 + c(\lg Re_{\theta} - 4) + b(\lg Re_{\theta} - a)^2,$$

$$a = 3,2, \quad b = 57, \quad c = 3, \quad \eta_0 = 10,$$

$$b = 0 \quad (\lg Re_{\theta} > a), \quad c = 0 \quad (\lg Re_{\theta} > 4).$$

Анализ этой формулы показал, что она дает уточнение лишь при малых Re_{θ} .

Для численного решения система уравнений (1.1)–(1.3) записывалась в переменных типа Дородницына:

$$(1.6) \quad \xi = x, \quad \eta = \frac{1}{\Delta} \int_0^y \rho dy, \quad \Delta = \int_0^{y_s} \rho dy,$$

$$u = u_0(\xi) \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad T = T_0(\xi) \frac{\partial \Theta}{\partial \eta}, \quad \rho r_w^y v = - \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \psi = r_w^y \Delta u_0 f.$$

Здесь ψ — функция тока; функции u_0 , T_0 полагались равными u_{∞} и v_{∞}^2 соответственно, так как при больших числах Рейнольдса ($K \rightarrow \infty$) из граничных условий (1.2) при $y = y_s$ следует $u \rightarrow u_{\infty}$, $T \rightarrow v_{\infty}^2$. Кроме того, при $u_0(\xi) = u_{\infty}$ разрешаются особенности, возникающие в уравнении импульсов в критической точке $\xi = 0$.

Для численного интегрирования полученной краевой задачи использовался метод [2], основанный на применении неявной конечно-разностной схемы [6] повышенного порядка точности. Разностные уравнения решались методом прогонки с итерациями на каждом шаге по ξ . Линеаризация разностных уравнений проводилась по значениям функций, полученным на предыдущей итерации.

Последовательность численного интегрирования системы на каждой итерации была следующей. Задавалось линейное начальное приближение для $f(\eta)$ и $\theta(\eta)$ на критической линии. Затем определялись профили давления p и градиента давления p_2 . Градиент давления $p_2 = \frac{1}{u_0} \frac{\partial p}{\partial \xi}$ находился из уравнения, которое получается дифференцированием по переменной η уравнения импульсов в проекции на нормаль. В переменных Дородницына (1.6) для p и p_2 имеем обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, которые интегрировались с использованием квадратурной формулы Симпсона от ударной волны до поверхности тела. Плотность ρ определялась из уравнения состояния. Полная вязкость μ_Σ находилась по формулам (1.4), молекулярная вязкость μ — из закона Сазерленда, коэффициент полной теплопроводности вычислялся по (1.5). Затем интегрировались уравнения для приведенной функции тока f и температуры θ , подсчитывалось новое значение отхода ударной волны в переменных Дородницына Δ . Для вычисления Δ применялось первое граничное условие системы (1.2). Итерации на данном луче продолжались до тех пор, пока максимальное отличие всех профилей и параметра Δ на этой итерации от значений на предыдущей не становилось меньше заданной точности.

2. Численные расчеты проводились на неравномерной сетке в поперечном направлении со сгущением узлов к поверхности тела с общим числом интервалов, равным 59.

После решения разностных уравнений вычислялись распределения теплового потока q_w и коэффициента трения C_f (тепловой поток отнесен к $\rho_\infty V_\infty^3$, сила трения к $\rho_\infty V_\infty^2$) по формулам

$$q_w = \sqrt{V \operatorname{Re}} \frac{\mu_\Sigma}{2\sigma_\Sigma K} \frac{\partial T}{\partial y} (y=0), \quad C_f = \sqrt{V \operatorname{Re}} \frac{\mu_\Sigma}{K} \frac{\partial u}{\partial y} (y=0).$$

Для анализа движения тела по траектории и его полного аэродинамического нагрева важную роль играют интегральные характеристики: полный коэффициент конвективного теплообмена

$$C_H = \frac{1}{S_m} \int_S \bar{q}_w dS \quad \text{для тела вращения,}$$

$$C_H = \frac{1}{r_m} \int_0^L \bar{q}_w dl \quad \text{для плоского тела,}$$

коэффициент волнового сопротивления

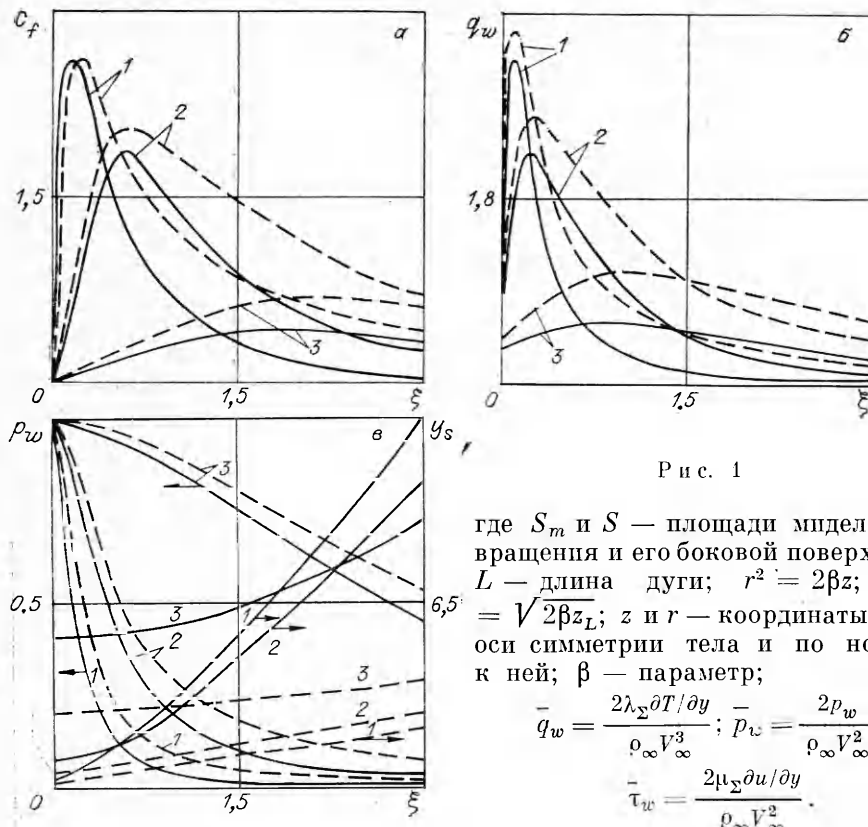
$$C_D = \frac{1}{S_m} \int_S \bar{p}_w \sin \alpha dS \quad \text{для тела вращения,}$$

$$C_D = \frac{1}{r_m} \int_0^L \bar{p}_w \sin \alpha dl \quad \text{для плоского тела,}$$

а также коэффициент сопротивления трения

$$C_\tau = \frac{1}{S_m} \int_S \bar{\tau}_w \cos \alpha dS \quad \text{для тела вращения,}$$

$$C_\tau = \frac{1}{r_m} \int_0^L \bar{\tau}_w \cos \alpha dl \quad \text{для плоского тела,}$$



Р и с. 1

где S_m и S — площади миделя тела вращения и его боковой поверхности; L — длина дуги; $r^2 = 2\beta z$; $r_m = \sqrt{2\beta z_L}$; z и r — координаты вдоль оси симметрии тела и по нормали к ней; β — параметр;

$$q_w = \frac{2\lambda_\Sigma \partial T / \partial y}{\rho_\infty V_\infty^3}; \quad p_w = \frac{2p_w}{\rho_\infty V_\infty^2};$$

$$\tau_w = \frac{2\mu_\Sigma \partial u / \partial y}{\rho_\infty V_\infty^2}.$$

Для всех вариантов длина тела задавалась равной $z_L = 15$, при этом длина дуги L для разных значений β различная. Изменением параметра β можно изменять эффективный раствор параболоида и параболического цилиндра. Для удобства физической интерпретации результатов расчета параболоида и параболическому цилиндру ставился в соответствие сферически затупленный конус (или клин), имеющий такие же радиус затупления R_0 и радиус миделя r_m . При заданной длине L полуугол β_K раствора такого конуса (клина) находится из формулы

$$\sin \beta_K = \frac{-(1-a)a + \sqrt{2a}}{1+a^2}, \quad a = \frac{\beta}{z_L}.$$

Аналогично, задав полуугол β_K , можно однозначно вычислить значение параметра β :

$$\beta = z_L(1 - \cos \beta_K)/(1 - \sin \beta_K).$$

В расчетах задавались как параметр β , так и полуугол эквивалентного конуса (клина) β_K . Численное решение получено в следующем диапазоне определяющих параметров задачи: $10^5 \leq Re \leq 10^8$, $\gamma = 1,4$, $T_w = 0,15$, $\omega = 0,5$, $0 < \beta < 5$, $\sigma = 0,7$, $\sigma_\tau = 0,75$.

На рис. 1, а — в, 2, а, б представлены распределения коэффициента трения C_f , теплового потока q_w , давления p_w и отход ударной волны γ_s по поверхности параболического цилиндра (сплошные кривые) и параболоида (штриховые). Результаты на рис. 1 получены при $Re = 3 \cdot 10^6$ (линии 1 — 3 соответствуют $\beta = 0,276$ ($\beta_K = 10^\circ$), $0,69$ (15°), $4,02$ (30°)), а на рис. 2 — при $\beta = 0,276$ ($\beta_K = 10^\circ$) и $Re = 10^6$; $3 \cdot 10^6$; 10^7 (линии 1 — 3).

На рис. 3 представлены коэффициенты интегрального теплового потока C_H и полного сопротивления трения C_τ параболического цилиндра (сплошные кривые) и параболоида (штриховые) в зависимости от Re для разных β : кривые 1, 1' — 3, 3' отвечают $\beta = 0,276$; $0,69$ и $1,375$ ($\beta_K =$

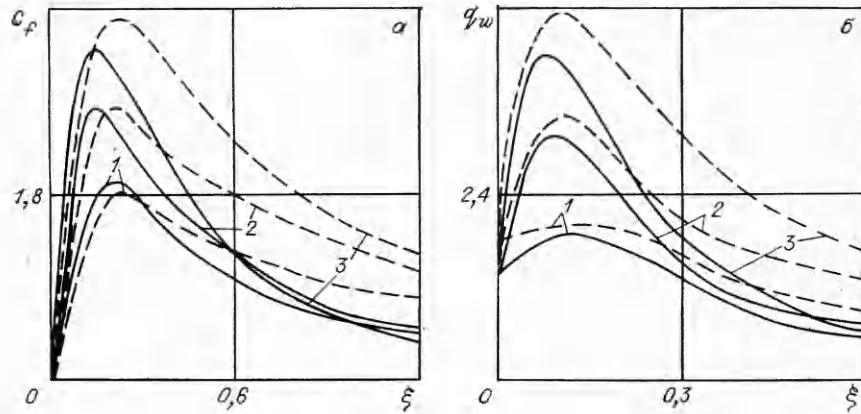


Рис. 2

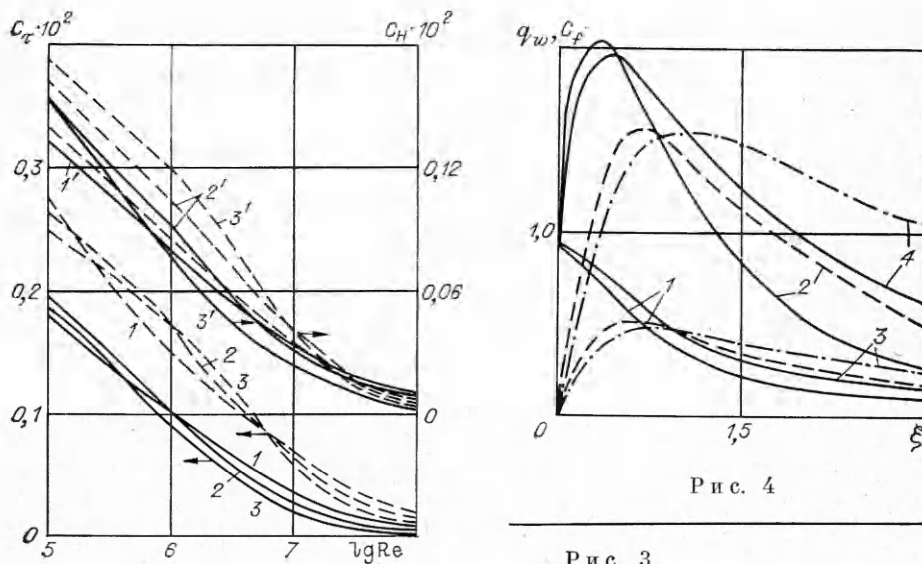


Рис. 3

$\approx 20^\circ$). Видно, что коэффициенты C_H и C_τ монотонно убывают с ростом Re .

На рис. 4 приведены распределения q_w (сплошные кривые) и C_f (штриховые) по поверхности параболоида при $\beta = 1$ и $Re = 3 \cdot 10^6$ в ламинарном и турбулентном (линии 1, 2) режимах течения, а также распределения $q_{wл}$, $C_{fл}$ (сплошные кривые 3, 4) и $q_{w\Sigma} = q_{wл} + q_{wт}$, $C_{f\Sigma} = C_{fл} + C_{fт}$ (штрихпунктирные кривые 3, 4). Тепловые потоки $q_{wл}$, $q_{wт}$ и коэффициенты трения $C_{fл}$, $C_{fт}$ рассчитывались по аналитическим формулам [2] как для ламинарного, так и для турбулентного режима течения в пограничном слое.

Численные расчеты показали, что форма тела, режим обтекания (число Рейнольдса) и эффективный раствор тела существенно влияют на динамические и тепловые характеристики плоского и осесимметричного тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершбейн Э. А., Пейгин С. В., Тирский Г. А. Сверхзвуковое обтекание тел при малых и умеренных числах Рейнольдса // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа.— М.: ВИНТИ, 1985.— Т. 19.
2. Еремейцев И. Г., Илюгин Н. Н., Хлебников В. С., Юницкий С. А. Исследование аэродинамических характеристик и теплообмена тел в неравномерных сверхзвуковых потоках газа.— М.: Изд-во МГУ, 1988.
3. Алексин В. А., Совершенный В. Д. Численный расчет турбулентного пограничного

слоя с резким изменением граничных условий // Турбулентные течения.— М.: Наука, 1977.

4. Котляр Я. М., Совершенный В. Д., Стриженов Д. С. Методы и задачи тепломассообмена.— М.: Машиностроение, 1987.
5. Ковалев В. Л., Круинов А. А. Многокомпонентный химически реагирующий турбулентный вязкий ударный слой у каталитической поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 2.
6. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.

г. Москва

Поступила 19/VI 1990 г.,
в окончательном варианте — 9/X 1991 г.

УДК 532.517.4 : 536.253

В. А. Андрущенко, А. А. Горбунов, М. В. Мещеряков,
Л. А. Чудов

ЦИРКУЛЯЦИОННЫЕ И СТРУЙНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ПОДЪЕМЕ ДВУХ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ТЕРМИКОВ

Изучение динамики крупномасштабных вихрей и термиков в атмосфере имеет важное значение для разнообразных приложений в метеорологии, экологии, теории горения и взрыва. Закономерности подъема одиночных объектов достаточно полно исследованы (см., в частности, [1—5]), гораздо менее изучены закономерности подъема и взаимодействия парных образований [6—10]. В предлагаемой работе численно исследованы взаимодействие двух крупномасштабных термиков, разнесенных по вертикали (двумерная задача) и по горизонтали (трехмерная), и формирование ими воздушных потоков в атмосфере Земли.

1. Постановка задачи. Рассмотрим взаимодействие пары термиков. Не вдаваясь в подробности механизма их возникновения, предположим, что в атмосфере в некоторый момент времени $t = 0$ образовались два равных шарообразных объема газа радиуса R'_0 , заполненных нагретым газом. Пусть температура газа в каждом из них подчиняется закону

$$T' = T'_S + \sum_{i=1}^2 (T'_S - T_0) \exp[-(bR'_i/R'_0)^2],$$

где R'_i — расстояние от центра соответствующего термика; T'_S — температура газа в их центрах; $T_0 = T_a(z = 0)$ (индекс a здесь и ниже обозначает параметры стандартной атмосферы [11]). Газ в начальный момент считается неподвижным: $\mathbf{v} = 0$, а его давление всюду равно невозмущенному атмосферному $p' = p_a(z)$. Пусть $H'_1 = R'_0$ — высота центра одного из термиков над поверхностью, L' — расстояние между центрами пары; тогда при разведении по горизонтали высота центра второго термика $H'_2 = H'_1 = R'_0$, а по вертикали — $H'_2 = H'_1 + L'$.

Исходная система уравнений в безразмерных переменных имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\gamma M^2 \rho} \nabla p + \mathbf{G} + \frac{1}{\text{Re} \rho} \left[\Delta \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\text{div} \mathbf{v}) \right],$$

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma p \text{div} \mathbf{v} + \frac{\dot{\gamma}}{\text{Re} \text{Pr}} \Delta T,$$

$$\frac{dT}{dt} = -(\gamma - 1) T \text{div} \mathbf{v} + \frac{\gamma}{\text{Re} \text{Pr} \rho} \Delta T, \quad p = \rho T, \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla),$$

где \mathbf{v} — скорость; ρ — плотность; p — давление; T — температура; \mathbf{G} — единичный вектор в направлении силы тяжести.

© В. А. Андрущенко, А. А. Горбунов, М. В. Мещеряков, Л. А. Чудов, 1993