$n_1 = 0$ смещение имеет место при $\varkappa < 0{,}5$ и $\varkappa > 2$ соответственно. В сечении $n_2 = 0$ при любом направлении оси упругой симметрии среды наблюдается «эффект всплеска».

Таким образом, полученные результаты показывают, когда при решении конкретных задач целесообразны применение пространственной модели и учет анизотропии среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кунин И. А., Соснина Э. Г.** Концентрация напряжений на эллипсоидальной неоднородности в анизотропной упругой среде // ПММ.— 1973.— Т. 37, вып. 2.
2. **Миренкова Г. Н., Соснина Э. Г.** Полая эллипсоидальная игла в ортотропной упругой среде // ПММ.— 1990.— Т. 54, вып. 6.
3. **Миренкова Г. Н., Соснина Э. Г.** Жесткий эллипсоидальный диск и игла в анизотропной упругой среде // ПММ.— 1981.— Т. 45, вып. 1.
4. **Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.** Обобщенные функции и действия над ними.— М.: ГИФМЛ, 1959.
5. **Лехницкий С. Г.** Теория упругости анизотропного тела.— М.: Наука, 1977.
6. **Кунин И. А., Миренкова Г. Н., Соснина Э. Г.** Эллипсоидальная трещина и игла в анизотропной упругой среде // ПММ.— 1973.— Т. 37, вып. 3.

г. Новосибирск *Поступила 2/X 1991 г.*

УДК 539.3

А. Б. Киселев, М. В. Юмашев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Движение многих типов ракет обеспечивается твердыми видами горючего. Структура таких материалов очень неоднородна вследствие соединения расплавленных кристаллических наполнителей сгорания (окислителей) и полимерной матрицы, которая составляет в весовом отношении большой процент. Технология изготовления твердых топлив не позволяет полностью исключить наличие рассеянных микропор, которые могут явиться одной из причин неприятностей при эксплуатации. Могут появиться поры и в результате длительного хранения топлива, поскольку и в обычных условиях в нем идут медленные химические реакции, в результате которых материал «газит», что, в частности, и приводит к развитию микропор. Кроме того, на практике имеют место аварийные ситуации, например при транспортировке, в результате которых происходит удар по блоку твердого топлива инородным телом, падение блока. Вследствие этого могут появиться повреждения, трещины в топливе. Поведение их представляет большой интерес, так как по ним формируется доминирующая траектория горения, что может привести к нарушению равновесия конструкции в полете или даже взрыву системы [1]. Прогнозирование поведения твердых топлив при ударном нагружении, оценки уровней допустимых с точки зрения целостности конструкций и их пожаровзрывоопасности динамических нагрузок составляет одну из важнейших проблем, стоящих перед исследователями.

Предлагаемая в настоящей работе модель твердого топлива как пористой термоупругопластической среды принадлежит к классу моделей сред с внутренними параметрами состояния, активно разрабатываемому в настоящее время на основе термодинамических принципов механики сплошной среды. Основы феноменологического описания таких сред заложены в [2—4], представление об основных направлениях развития которых дано в [5—10] и приведенной там библиографии. Наиболее близка рассматриваемая модель к модели повреждаемой термоупругопластической среды [11].

1. Модель среды. Система определяющих уравнений предлагаемой модели получается аналогично [11], если вместо одного из внутренних параметров состояния модели [11] (повреждаемости ω) ввести параметр пористости α ($0 \leqslant \alpha < 1$) — объемное содержание микропор (пустот в топливе). Тогда основные определяющие уравнения запишутся следующим образом:

$$\dot{\sigma}' = K_0\left(\dot{\varepsilon}_{kk} - \alpha_V \dot{T} - \frac{A}{3}\dot{\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial\sigma}\right), \tag{1.1}$$

$$(\tau'_{ij})^{\nabla} + \lambda\tau'_{ij} = 2\mu_0\dot{e}_{ij}, \quad \tau'_{ij}\tau'_{ij} \leqslant \frac{2}{3}Y^2,$$

$$\rho c_\sigma \dot{T} + \alpha_V \dot{\sigma} T = \tau_{ij}\dot{\varepsilon}^p_{ij} + A\dot{\alpha}^2 - \operatorname{div}\mathbf{q},$$

$$\tau_{ij} = S_{ij} + \Gamma\varepsilon^p_{ij}, \quad \tau'_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{1-\alpha}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{1-\alpha}.$$

Здесь σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, разбиваемого на два взаимно ортогональных тензора: шаровой $\sigma\delta_{ij} = \sigma_{kk}\delta_{ij}/3$ и девиатор S_{ij}: $\sigma_{ij} = \sigma\delta_{ij} + S_{ij}$; ε_{ij}, ε^e_{ij}, ε^p_{ij} — компоненты тензоров деформаций, упругих и пластических деформаций соответственно ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^p_{ij}$, $\varepsilon^p_{kk} = 0$); e_{ij} — компоненты девиатора тензора деформаций; T — абсолютная температура; $\mathbf{q}$ — тепловой поток; K_0, μ_0 — модули объемного сжатия и сдвига сплошного материала ($\alpha = 0$); α_V — коэффициент объемного расширения; Y — предел текучести; c_σ — теплоемкость при постоянных напряжениях; A, Γ — характеристики материала; точка над символом означает материальную производную по времени; значком ∇ обозначена яумановская производная по времени от компонент тензора.

Определяющие уравнения (1.1) получены на основе общепризнанного термодинамического анализа в предположении упругопластического поведения материала при следующих упрощающих предположениях.

А. Упругие деформации малы: $\varepsilon^e_{ij}\varepsilon^e_{ij} \ll 1$.

Б. Свободная энергия F_p, являющаяся функцией независимых переменных ε^e_{ij}, ε^p_{ij}, α и T, может быть представлена в виде суммы двух слагаемых:

$$F = F_1\left(\varepsilon^e_{ij}, \alpha, T\right) + F_2\left(\varepsilon^p_{ij}, \alpha, T\right).$$

Эта гипотеза равносильна предположению о том, что накопленные пластические деформации не изменяют упругих свойств материала [11].

В. Функцию диссипации $d \geqslant 0$ можно записать как сумму трех неотрицательных слагаемых:

$$d = d_м + d_р + d_T, \quad d_м = \left(\sigma_{ij} - \rho\frac{\partial F}{\partial\varepsilon^p_{ij}}\right)\dot{\varepsilon}^p_{ij} \geqslant 0,$$

$$d_р = -\rho\frac{\partial F}{\partial\alpha}\dot{\alpha} \geqslant 0, \quad d_T = -\frac{\mathbf{q}\operatorname{grad}T}{T} \geqslant 0$$

($d_м$ — мощность механической диссипации, $d_р$ — мощность диссипации энергии за счет процесса эволюции рассеянных микропор, d_T — мощность термической диссипации). Кроме того, введено обозначение

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \rho\partial F/\partial\varepsilon^p_{ij}.$$

Тензор τ_{ij} принято называть тензором «активных» напряжений. Из (1.1) видно, что если свободная энергия F зависит от пластических деформаций ε^p_{ij}, то процесс диссипации энергии определяется не истинными напряжениями σ_{ij}, а «активными» напряжениями τ_{ij}. Введение пластических деформаций ε^p_{ij} в свободную энергию F позволяет учесть деформационную анизотропию материала, возникающую при пластическом деформировании.

Предполагается также, что

$$-\rho\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}^{p}}=\Gamma\varepsilon_{ij}^{p},\quad -\rho\frac{\partial F}{\partial \alpha}=A\dot{\alpha}$$

($\Gamma \geqslant 0$, $A \geqslant 0$ — параметры материала). Последние из соотношений при $A = \mathrm{const}$ есть следствие теории Онзагера [12].

Г. Модули K и μ пористого материала зависят от пористости α:

$$K = K_0(1-\alpha),\ \mu=\mu_0(1-\alpha).$$

В качестве кинетического уравнения для параметра пористости α, замыкающего систему (1.1), принимается следующее:

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}=\frac{\sigma-\sigma^{+}}{4\eta}H(\sigma-\sigma^{+})+\frac{\sigma-\sigma^{-}}{4\eta}H(\sigma^{-}-\sigma). \tag{1.2}$$

Здесь

$$\sigma^{+}=-\frac{2}{3}Y\ln\alpha-p_0\left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^{k},\quad \sigma^{-}=\frac{2}{3}Y\ln\alpha-p_0\left(\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)^{k} \tag{1.3}$$

(η — динамическая вязкость материала, α_0 — начальная пористость). Уравнения (1.2), (1.3) получены из решения задачи динамики одной сферической поры внутреннего радиуса a и внешнего b в вязкопластическом несжимаемом материале при $\alpha = a^3/b^3$ [13—16]. Кроме того, при этом приближенно учитывалось давление газа, содержащегося в поре, на ее внутреннюю поверхность, а также изменение радиуса полости с учетом, что давление в газовой полости мгновенно реагирует на изменение радиуса полости. Процесс сжатия газа считался адиабатическим [17]. В (1.3) p_0 — начальное давление газа в поре, k — показатель адиабаты.

Модель (1.1)—(1.3) обобщает модель упругопластического течения типа Прандтля — Рейса с критерием текучести Мизеса и учитывает анизотропию пластического деформирования ($\Gamma \neq 0$), наличие микропор в материале, их рост в волнах растяжения и схлопывание в волнах сжатия, взаимовлияние пористости и напряженного состояния материала, температурные эффекты. Явной зависимостью от скоростей деформаций в предлагаемой модели пренебрегается, поскольку предполагается использовать модель в таких задачах высокоскоростного нагружения материала, когда вязкостными эффектами, за исключением инерции пор, можно пренебречь. Действительно, характерное время задачи $t_з = L/c_0$ много больше времени релаксации $\tau = \eta/\mu$, которое в свою очередь сравнимо с характерным временем в задаче динамики отдельной поры $t_р = d/c_0$ (L — характерный размер тела, c_0 — скорость звука в материале, d — диаметр поры).

Предел текучести Y и модуль сдвига μ зависят от температуры, давления, других параметров состояния. Принимается, что эта зависимость может быть описана моделью Штейнберга — Гуинана [18]:

$$Y=Y_0(1+\beta\varepsilon_и^{p})^{n}\left(1-b\sigma\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}-h(T-T_0)\right),$$

$$Y_0(1+\beta\varepsilon_и^{p})^{n}\leqslant Y_{\max},\quad Y_0=0\ \text{ при }\ T>T_m,$$

$$T_m=T_{m0}\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{2/3}\exp\left(2\gamma_0\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\right),$$

$$\mu_0=\mu_{00}\left(1-b\sigma\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/3}-h(T-T_0)\right)$$

($\varepsilon_и^{p}$ — интенсивность пластических деформаций, Y_0, $Y_{\max}$, h, μ_{00}, β, n, b, γ_0 — постоянные материала).

2. Критерий разрушения. В качестве критерия разрушения твердого топлива (зарождение трещин — новой свободной поверхности в материале) принимается условие достижения удельной (на единицу массы) диссипацией предельного значения D_* [11, 19]:

$$D = \int\limits_0^{t_*} \frac{1}{\rho} d\,dt = D_*. \tag{2.1}$$

Здесь t_* — время разрушения; D_* — константа материала, определяемая экспериментально; d — функция диссипации, которая для рассматриваемой модели среды имеет вид

$$d = \tau_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + A\dot{\alpha}^2 - \frac{\mathbf{q}\,\mathrm{grad}\,T}{T}. \tag{2.2}$$

Критерий (2.1) можно отнести в соответствии с классификацией [20] к классу энтропийных критериев разрушения ($d = \rho\gamma$, γ — производство энтропии [11]). Такой критерий разрушения позволяет в принципе описывать процесс разрушения двумя механизмами. Первый — рост и слияние микропор, например, при откольном разрушении в волнах растяжения (в этом случае определяющий вклад в (2.1), (2.2) наряду с мощностью механической диссипации $d_{\text{м}} = \tau_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}$ дает $d_{\text{р}} = A\dot{\alpha}^2$ — мощность диссипации энергии за счет роста микропор). В случае процесса разрушения растяжением ему может способствовать предварительное ударное сжатие материала, приводящее к разогреву материала, в результате чего он становится более «податливым» и разрушение растяжением протекает быстрее. Второй механизм — разрушение сдвигом, например, при внедрении в блок топлива инородного тела с плоским передним срезом. В этом случае в материале развиваются узкие зоны интенсивного адиабатического сдвига в местах концентрации напряжений по периферии внедряемого тела. Работа пластических деформаций почти полностью превращается в тепло, которое из-за высоких локальных скоростей деформации не успевает распространиться на существенное расстояние от зон развитых пластических деформаций. В результате температура в зонах поднимается, появляются большие градиенты температуры, что вызывает дополнительное пластическое течение и дальнейшую концентрацию локальных пластических деформаций и приводит в конечном счете к движению в материале «пробки», а в ряде случаев к выбиванию «пробки» из блока топлива. При разрушении сдвигом определяющий вклад в (2.1), (2.2) дают члены $d_{\text{м}} = \tau_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}$ и $d_T = -\mathbf{q}\,\mathrm{grad}\,T/T$. Последний — мощность термической диссипации — в случае закона теплопроводности Фурье $\mathbf{q} = -\varkappa\,\mathrm{grad}\,T$ имеет вид $d_T = \varkappa\,(\mathrm{grad}\,T)^2/T$.

3. Апробация модели. Для апробации модели решены двумерные осесимметрические задачи нормального соударения цилиндрических блоков с жесткой стенкой и жестким цилиндрическим выступом (рис. 1, *а*, *б*).

Поскольку характерное время процесса соударения мало (время нескольких пробегов упругих волн по ударнику), задачи соударения решались в адиабатическом приближении ($\mathrm{div}\,\mathbf{q} = 0$). Кроме того, пренебрегаем деформационной анизотропией материала, полагая $\Gamma = 0$. В этом случае уравнения массы, импульса и внутренней энергии записываются в цилиндрической системе координат rz:

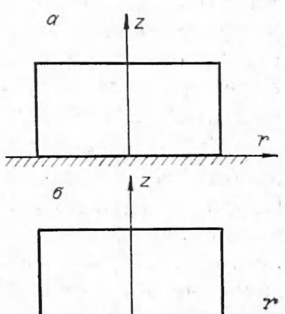

Рис. 1

$$\begin{gathered}
\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -\dot{\varepsilon}_{rr} - \dot{\varepsilon}_{zz} - \dot{\varepsilon}_{\theta\theta},\\
\rho\dot{v}_r = \frac{\partial\sigma}{\partial r} + \frac{\partial S_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \frac{S_{rr} - S_{\theta\theta}}{r},\\
\rho\dot{v}_z = \frac{\partial\sigma}{\partial z} + \frac{\partial S_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{S_{rz}}{r},\\
\rho c_\sigma\dot{T} + \alpha_V\dot{\sigma}T = S_{rr}\dot{\varepsilon}_{rr}^{p} + S_{zz}\dot{\varepsilon}_{zz}^{p} + S_{\theta\theta}\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{p} +\\
+ 2S_{rz}\dot{\varepsilon}_{rz}^{p} + A\dot{\alpha}^2.
\end{gathered} \tag{3.1}$$

Выражения для скоростей деформации запишем как

$$(3.2)\qquad \dot{\varepsilon}_{rr} = \frac{\partial v_r}{\partial r},\quad \dot{\varepsilon}_{zz} = \frac{\partial v_z}{\partial z},\quad \dot{\varepsilon}_{\theta\theta} = \frac{v_r}{r},\quad \dot{\varepsilon}_{rz} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)$$

(v_r, v_z — проекции вектора скорости на оси r, z).

Начальные условия при $t = 0$:

$$v_r = 0,\ v_z = -V_0,\ \rho = \rho_0,\ \sigma = S_{ij} = 0$$

(V_0 — начальная скорость удара).

Граничные условия: $\sigma_{ij}n_j = 0$ на свободной поверхности ударника (n_j — компоненты единичного вектора внешней нормали к поверхности ударника), $v_z = 0$, $\sigma_{rz} = 0$ на части $\Sigma(t)$ поверхности ударника, находящейся в контакте с преградой ($\Sigma(t)$ и свободная поверхность ударника определяются в процессе решения задачи), и условие скольжения ударника вдоль преграды без трения.

Для определения момента отскока ударника от преграды используется критерий обращения в нуль их силы взаимодействия [21, 22]:

$$(3.3)\qquad F(t) = -\iint\limits_{\Sigma(t)} \sigma_{zz}dz.$$

Задача соударения решалась численно на лагранжевой расчетной сетке по явной конечно-разностной схеме типа [18]. Расчеты проведены для твердого VRA-топлива при $\rho_0 = 1850$ кг/м, $K_0 = 5{,}666$ ГПа, $\mu_0 = 1{,}244$ ГПа, $Y = 0{,}0866$ ГПа, $\alpha_V = 3\cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, $c_\sigma = 1{,}23$ кДж/(кг·К), $T_m = 1000$ К. Коэффициент динамической вязкости $\eta = 10$ Па·с, что характерно для твердых реагирующих веществ [16]. Начальная температура $T_0 = 300$ К, газ, заполняющий микропоры,— воздух при нормальных условиях: $p_0 = 0{,}1$ МПа, $k = 1{,}4$. Для параметра связности процессов деформирования и эволюции микропор принято $A = 5\cdot 10^3$ Па·с. Такое значение A было получено следующим образом. Численно решалась задача о динамическом сжатии микропоры начального внешнего радиуса b_0 и внутреннего a_0, содержащей газ или полой, под действием импульса внешнего давления $P = P(t)$, равномерно распределенного по внешней поверхности ячейки, длительностью τ [17]. При этом определялась среднемассовая температура ячейки на момент снятия нагрузки

$$\langle T\rangle = \int\limits_a^b 4\pi r^2\rho T dr \Big/ \int\limits_a^b 4\pi r^2 \rho dr$$

для «пористой» ячейки ($a_0 \neq 0$) — $\langle T\rangle$ и «сплошной» ($a_0 = 0$) — $\langle \mathring{T}\rangle$. Тем самым находилось приращение температуры $\Delta\langle T\rangle = \langle T\rangle - \langle\mathring{T}\rangle$ за счет «пористости» ячейки. Задача о динамике микропоры ставилась в одномерной постановке с учетом сферической симметрии задачи, газ считался совершенным, процесс — адиабатическим. В качестве определяющих уравнений для материала поры использовались уравнения термоупруговязкопластичности типа Пэжины [23]. Коэффициент динамической вязкости η брался тем же, что и в кинетическом уравнении (1.2). Затем численно решалась задача о плоском ударе со скоростью V_0 алюминиевой пластинки по исследуемому материалу с пористостью $\alpha_0 = a_0^3/b_0^3$ и $\alpha_0 = 0$ в термоупругопластическом приближении (1.1). Подробно задача плоского соударения рассмотрена, например, в [11, 19]. Скорость удара V_0 и толщина H ударника подбирались таким образом, чтобы обеспечить в лицевом слое мишени давление порядка P длительности τ. Варьированием параметра A модели (1.1) подбиралось такое значение A, чтобы обеспечивались такие же приращения температуры в лицевом слое пористой мишени по сравнению со сплошной ($\alpha_0 = 0$), какое было получено в задаче об изолированной поре. Расчеты проводились для различных b_0, α_0, P, τ. При этом удалось подобрать указанное

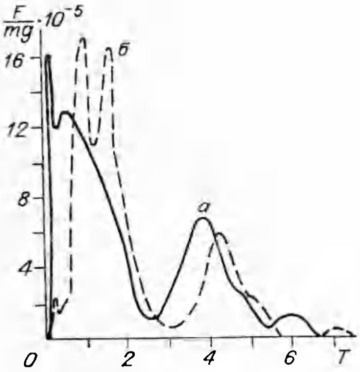

Рис 2

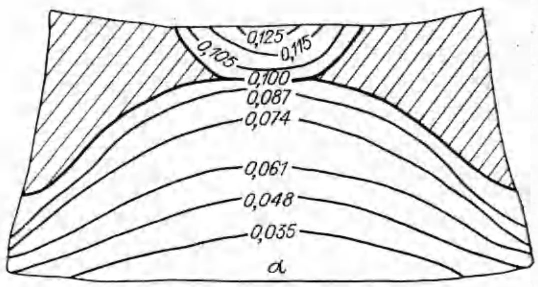

Рис. 3

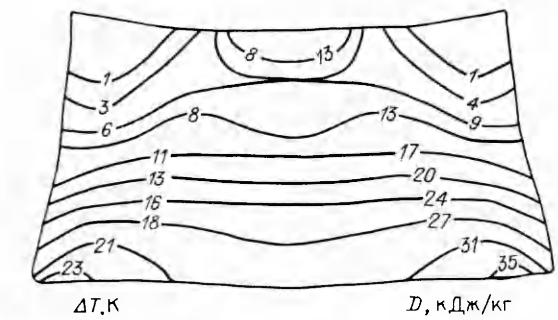

Рис. 4

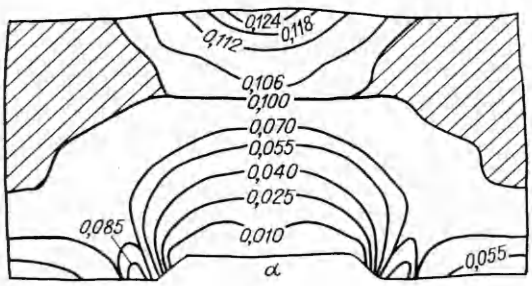

Рис. 5

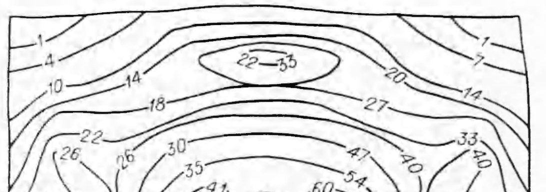

Рис. 6

выше значение A, которое вполне удовлетворительно описывает все проведенные расчеты.

Некоторые из результатов расчетов, выполненных для $V_0 = 200$ м/с, $\alpha_0 = 0{,}1$, представлены на рис. 2—6. На рис. 2 даны зависимости обезразмеренной силы взаимодействия $F(t)/mg$ ударников с преградами для случаев *а*, *б*, приведенных на рис. 1 (mg — вес ударника, $\bar{t} = tc_0/H$ —обезразмеренное время, $c_0 = \sqrt{\left(K_0 + \frac{4}{3}\mu_0\right)/\rho_0}$ — скорость звука). На рис. 3 показаны линии уровня пористости α, па рис. 4 — приращения температуры ΔT (цифры слева) и диссипации D (цифры справа) в момент отскока ударника от плоской стенки, на рис. 5 — линии уровня пористости α, а на рис. 6 — приращения температуры ΔT (цифры слева) и диссипации D (цифры справа) в момент отскока ударника от стенки с выступом.

Как следует из проведенных расчетов, процесс взаимодействия ударников с преградами носит ярко выраженный волновой характер. От контактной поверхности ударник — преграда в начале процесса соударения формируется волна сжатия двухволновой конфигурации, скорости составляющих которой значительно отличаются. Первая волна упругая, вторая пластическая. Амплитуда и скорость последней зависят от скорости удара. Волны разгрузки, идущие от боковых поверхностей ударников, свободных от нагрузки, снижают интенсивность волн нагрузки и искривляют первоначально плоский фронт сжатия, и поэтому напряженно-деформированное состояние ударников существенно отличается от напряженно-деформированного состояния, рассчитанного в одномерном приближении (одноосное напряженное состояние (стержневое приближение) или одноосное деформированное состояние (приближение тонкой пластины)). Достигнув свободной тыльной поверхности ударника, упругая волна отражается от свободной поверхности волной разгрузки и движется навстречу фронту пластической волны сжатия. В результате их взаимодействия интенсивность пластической волны уменьшается, а в сторону свободной тыльной поверхности опять распространяется упругая волна сжатия. Описанный процесс продолжается до тех пор, пока система волн разгрузки (как от тыльной, так и от боковой поверхности) не снимет полностью амплитуду пластической волны сжатия. В конечном счете напряжения становятся растягивающими. В силу этого и происходит отскок ударника от преграды. Влияние свободной боковой поверхности приводит к тому, что контакт точек ударяющего торца нарушается неодновременно, что видно, в частности, из рис. 2. Отошедшие точки контакта через некоторое время снова возвращаются на поверхность мишени. Подробнее этот вопрос освещен в [22] для удара призматического стержня по жесткой стенке.

В случае удара цилиндром по стенке с выступом процесс взаимодействия носит существенно неоднородный характер уже с первых мгновений соударения. Первый всплеск силы взаимодействия (рис. 2, линия *б*) связан с ударом основной части лицевой поверхности цилиндра по преграде. В дальнейшем график силы взаимодействия близок к графику силы $F(t)$ в случае удара по стенке без выступа (рис. 2, линия *а*). Длительности взаимодействия для двух этих случаев заметно различаются, что связано с влиянием выступа.

Обращает на себя внимание тот факт, что для рассмотренного материала в меньшей степени, чем для металлов, характерно явление так называемого промежуточного отскока (обращение в нуль силы взаимодействия $F(t)$ до наступления окончательного отскока ударника от преграды), наблюдаемое для металлов как для удлиненных ударников (промежуточный отскок на заключительной стадии взаимодействия), так и (наиболее ярко выраженное) для коротких ударников (промежуточный отскок в середине процесса взаимодействия) [22, 24]. Связано это, по-видимому, с большой сжимаемостью топлива, в том числе за счет наличия микропор.

Характер распределения линий уровня приращения температуры ΔT и диссипации D одинаков. Неоднородность полей ΔT и D зависит от характерных зон деформирования. Зоны повышенных температур у свободных торцов ударников связаны с волновым характером деформирования (интенсивное растяжение материала в местах столкновения встречных волн разгрузки, идущих от лицевой и тыльной поверхностей ударника). Наибольшее повышение температуры в случае удара по плоской стенке наблюдается вблизи лицевой поверхности по периферии ударника. При ударе по стенке с выступом наибольшая диссипация энергии происходит вблизи выступа в кольцевой области, радиус которой примерно равен радиусу каверны, созданной выступом. В указанных областях повышенной диссипации энергии и следует ожидать разрушения материала.

Вблизи контактной поверхности ударник — преграда происходит пластическое затекание пор, а около тыльной поверхности — их рост. Существуют значительные области, заштрихованные на рис. 3, 5, пористость в которых остается неизменной. Данное явление отмечалось и в [25].

Таким образом, построена связанная модель пористого термоупругопластического тела. Предложен критерий разрушения предельной удельной диссипации, позволяющий в принципе описывать разрушение в условиях сложного напряженного состояния как механизмом сдвига, так и механизмом отрыва за счет увеличения пористости материала. В зонах сжатия происходит пластическое затекание пор. Изменение пористости в свою очередь показывает влияние на напряженное состояние материала и сопровождается диссипацией энергии. Учитывается наличие газа в порах. На примере решения задач соударения цилиндрических образцов с твердыми преградами показано, что модель правильно описывает основные особенности процесса, а критерий разрушения позволяет предсказать области макроразрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Невьер Р., Наит-Абделазиз М., Плюванаж Г.** Методика исследования нарушения твердых видов ракетного топлива // Пробл. прочности.— 1989.— № 3.
2. **Качанов Л. М.** О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН.— 1958.— № 8.
3. **Работнов Ю. Н.** Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
4. **Ильюшин А. А.** Об одной теории длительной прочности // Инж. журн. МТТ.— 1967.— № 3.
5. **Соснин О. В.** О варианте теории ползучести с энергетическими параметрами упрочнения // Механика деформируемых тел и конструкций.— М.: Машиностроение, 1975.
6. **Никифоровский В. С., Шемякин Е. И.** Динамическое разрушение твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1979.
7. **Шестериков С. А., Локощенко А. М.** Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела.— М.: ВИНИТИ, 1980.— Т. 13.
8. **Болотин В. В.** Объединенные модели в механике разрушения // Изв. АН СССР. МТТ.— 1984.— № 3.
9. **Кукуджанов В. И.** К численному моделированию нестационарных процессов деформирования и разрушения упругопластических тел при больших деформациях // Математические методы механики деформируемого твердого тела.— М.: Наука, 1986.
10. **Кондауров В. И., Никитин Л. В.** Основы реологии геоматериалов.— М.: Наука, 1990.
11. **Киселев А. Б., Юмашев М. В.** Деформирование и разрушение при ударном нагружении. Модель повреждаемой термоупругопластической среды // ПМТФ.— 1990.— № 5.
12. **Пригожин И.** Введение в термодинамику необратимых процессов.— М.: ИЛ, 1960.
13. **Григорьев В. Г., Дунин С. З., Сурков В. В.** Захлопывание сферической поры в вязкопластическом материале // Изв. АН СССР. МТТ.— 1981.— № 1.
14. **Голубев В. К.** О расширении пор в пластических металлах при отколах // ПМТФ.— 1983.— № 6.
15. **Галиев Ш. У.** Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах.— Киев: Наук. думка, 1988.
16. **Селиванов В. В., Соловьев В. С., Сысоев Н. Н.** Ударные и детонационные волны. Методы исследования.— М.: Изд-во МГУ, 1990.
17. **Киселев А. Б., Юмашев М. В.** Численное исследование ударного сжатия микропоры в термоупруговязкопластическом материале // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1992.— № 1.
18. **Wilkins M. L.** Modelling the behaving of materials // Struct. impact and crashworh // Proc. Int. Conf.— L.; N. Y., 1984.— V. 2.
19. **Киселев А. Б., Юмашев М. В.** О критериях динамического разрушения термоупругопластической среды // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1990.— № 4.
20. **Победря Б. Е.** О критериях разрушения структурно-неоднородных материалов // Пластичность и разрушение твердых тел.— М.: Наука, 1988.
21. **Гулидов А. И., Фомин В. М.** Численное моделирование отскока осесимметричных стержней от твердой преграды // ПМТФ.— 1980.— № 3.
22. **Киселев А. Б.** Численное исследование в трехмерной постановке процесса соударения упругопластических тел с жесткой преградой // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1985.— № 4.

23. **Пэжина П.** Основные вопросы вязкопластичности.— М.: Мир, 1968.
24. **Бойко В. М., Гулидов А. И., Папырин А. И. и др.** Экспериментально-теоретическое исследование отскока коротких стержней от твердой преграды // ПМТФ.— 1982.— № 5.
25. **Киселев С. П., Фомин В. М., Шитов Ю. А.** Численное моделирование отскока пористого цилиндра от жесткой преграды // ПМТФ.— 1990.— № 3.

г. Москва *Поступила 25/XI 1991 г.*

УДК 624.139

А. А. Коновалов

ЗАКОНОМЕРНОСТИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

В работах [1, 2], посвященных реологии мерзлых грунтов, показана кинетическая природа прочности мерзлых грунтов, дано физическое истолкование параметрам уравнения длительной прочности с позиций атомно-кинетической концепции. Однако в математическом аппарате реологии мерзлых грунтов эти воззрения не отражены. Не проявлены и не нашли применения количественные соотношения и параметры, выражающие температурно-временную зависимость прочности, общие для всех твердых тел, согласно [3]. В основу количественных методов определения прочностных характеристик мерзлого грунта фактически легли обычные интерполяционные формулы, включающие эмпирические коэффициенты, в частности [1]:

$$\tau = (g/\sigma)^{1/\Gamma}. \qquad (1)$$

Здесь τ — время до разрушения (долговечность); σ — давление; g и Γ — эмпирические коэффициенты, зависящие от температуры, состава грунта, типа нагрузки и т. д.

Попытаемся найти температурную зависимость прочности мерзлого грунта в явном виде. Формулу (1) удобно представить как

$$\tau = \tau_0(\sigma_m/\sigma)^{1/\Gamma}, \qquad (2)$$

где σ_m — мгновенная (максимальная) прочность, соответствующая минимальной долговечности («мгновению») τ_0. По представлениям атомно-кинетической концепции физическое «мгновение» равно периоду тепловых колебаний атомов $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с.

Анализ фактических данных по испытаниям мерзлых грунтов при разных составе, температуре, напряженном состоянии, материале и форме фундамента и т. п. показывает следующее [4].

Во-первых, графики зависимости $\lg\sigma$ от $\lg\tau$ для мерзлых грунтов, испытанных при одной температуре, но прочих разных условиях, сходятся в одну точку — полюс с координатами $\tau_0 \approx 10^{-13}$ с ($10^{-14,8}$ мин) и $\sigma = \sigma_m$. Во-вторых, графики временных зависимостей прочности мерзлых грунтов, испытанных при разных температурах, но при прочих равных условиях, не сходятся в одной точке, как у твердых тел, а идут примерно параллельно друг другу. Это видно, например, из рис. 1, на котором приведены экспериментальные данные о прочности мерзлой супеси на сжатие (*а*) и мерзлой глины на сцепление (*б*) при разных температурах, заимствованные из [1], обработанные автором настоящей работы с использованием формулы (2) (линии *1—3* для $t = -5$, -10, -20 °С). Аналогичные результаты получаются при обработке с помощью (2) фактических данных из [4]. Это говорит о том, что угловой коэффициент не зависит от температуры, а является функцией всех прочих условий. От температуры зависят второй параметр уравнения длительной прочности g и входящая в его выражение вторая координата полюса σ_m.