

4. Вилунов В.Н. Теория зажигания конденсированных веществ. — Новосибирск: Наука, 1984. — 190 с.
5. Саммерфилд М., Сатерленд Г.С., Уэбб М.Дж. и др. Механизм горения топлив на перхлорате аммония // Исследование ракетных двигателей на твердом топливе: Пер. с англ. / Под ред. И.Н. Козловского. — М.: ИЛ, 1963. — С. 104—129.
6. Глотов О.Г., Зарко В.Е. Численное моделирование зажигания конденсированного вещества с независимыми эндо- и экзотермическими реакциями // ФГВ. — 1984. — 20, № 4. — С. 3—10.
7. Исаков Г.Н. Моделирование стационарных процессов тепломассопереноса и воспламенения в реакционноспособных средах. — Томск: Изд-во ТГУ, 1988. — 234 с.
8. Исаков Г.Н., Касьянов Г.С. Колебательные режимы зажигания реагирующих веществ при сложном тепломассообмене // ПМТФ. — 1988. — № 3. — С. 129—137.
9. Кумар М., Уиллс Дж.Э., Кулкарни А.К. и др. Полная модель воспламенения смешанного ракетного топлива на основе перхлората аммония // Аэрокосмическая техника. — 1985. — 3, № 1. — С. 36—47.
10. Алексеев Б.В., Гришин А.М. Физическая газодинамика реагирующих сред. — М.: Высш. шк., 1985. — 464 с.
11. Hermance C.E. A model of composite propellant combustion surface heterogeneity and heat generation // AIAA J. — 1966. — 4, N 9. — P. 160—171.
12. Lengell G. Thermal degradation kinetics and surface pyrolysis of vinyl polymers // Ibid. — 1970. — 8, N 11. — P. 1989—1996.
13. Cohen N.S., Strand L.D. An improved model for the combustion of AP composite propellants // Ibid. — 1982. — 20, N 12. — P. 1739—1746.
14. Коробейничев О.П., Зенин А.А., Терещенко А.Г. и др. Исследование структуры волны горения смешанных систем на основе ПХА, ПММА и катализатора с помощью масс-спектрометрической и термодифференциальной методик // ФГВ. — 1977. — 13, № 3. — С. 335—342.
15. Джейкобс Р.В.М., Уайтехид Х.М. Разложение и горение перхлората аммония // Механизм, кинетика и катализ термического разложения и горения ПХА / Пер. с англ. — Новосибирск: Наука, 1970. — С. 5—141.
16. Isakov G.N. The mathematical model of ignition and combustion heterogeneous systems // Research on the processes of combustion, explosions and modelling of fires / Proceedings Russ. — Japan. Sympos. — Khabarovsk, 1972. — P. 144—150.
17. Бекстед М.В., Дерр Р.Л., Прайс К.Ф. Модель горения смешанного ТРТ, базирующаяся на нескольких типах пламен // Ракетная техника и космонавтика. — 1970. — 8, № 12. — С. 107—117.
18. Jacobs P.W.M., Powling J. Role of sublimation in the process for the combustion of AP composite propellants // Combust. Flame. — 1969. — 13, N 1. — P. 71—81.
19. Аверсон А.Э., Кругликов Ю.Н., Христофоров А.В. Зажигание и горение модельного состава ПХА + ПММА при различном соотношении компонентов // Физика горения и методы ее исследования: Межвуз. сб. — Чебоксары: Изд-во ЧГУ, 1981. — С. 120—129.
20. Кузнецов В.Т., Марусин В.П., Скорик А.И. К вопросу о механизме зажигания гетерогенных систем // ФГВ. — 1974. — 10, № 4. — С. 526—529.
21. Мальцев В.М., Мальцев М.И., Кашпоров Л.Я. Основные характеристики горения. — М.: Химия, 1977. — 320 с.
22. Вилунов В.Н., Дик И.Г., Зурер А.Б. К теории зажигания гетерогенных систем лучистой энергией // ФГВ. — 1988. — 24, № 4. — С. 3—10.
23. Price E.W., Bradley H.H., Dehority G.L. et al. Theory of ignition of solid propellants // AIAA J. — 1966. — 4, N 9. — P. 1153—1181.
24. Ассовский И.Г., Истратов А.Г., Лейпунский О.И. О самовоспламенении конденсированного вещества // Докл. АН СССР. — 1978. — 239, № 3. — С. 625—628.

634005, г. Томск,
НИИПММ

Поступила в редакцию 21/X 1993,
после доработки — 7/XII 1993

УДК 536.46

О.Б. Ковалев

АДИАБАТИЧЕСКИЙ МЕТОД В ТЕПЛОЙ ТЕОРИИ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ГАЗЕ

Получено приближенное решение задачи о воспламенении металлических частиц в газе, математическая постановка которой осложнена наличием нелинейного кинетического закона окисления металла. Дается аналитическое выражение для задержки воспламенения, структурно подобное полуэмпирической зависимости Фридмана — Мачека. Численные расчеты хорошо согласуются с аналитическим решением.

© О.Б. Ковалев, 1994.

Тепловая теория воспламенения частиц металлов [1, 2] основана на кинетических законах окисления [3—5] и сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида [1]

$$\frac{1}{3} r \rho c \frac{dT}{dt} = Q \rho \frac{d\delta}{dt} - \frac{\lambda}{2r} \text{Nu}(T - T_g), \quad (1)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{k_0 C_0^m}{\delta^n} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (2)$$

$$t = 0: \delta = \delta_i, T = T_i.$$

Здесь t — время; T, δ — температура и толщина окисной пленки; r, ρ, c — радиус, плотность и удельная теплоемкость материала частиц; λ, T_g, C_0 — коэффициент теплопроводности, температура и концентрация окислителя в окружающем частицу газе; k_0, E, m, n — кинетические параметры закона окисления (2); Q — тепловой эффект реакции; T_i, δ_i — начальные значения искомых функций; Nu — число Нуссельта.

Основной результат тепловой теории — это критические условия воспламенения и максимальная температура разогрева, получаемые численно [1, 2]. Величину задержки воспламенения также рассчитывают численно [2] либо оценивают приближенно [6], рассматривая простейший случай ($n = 0$) линейного закона окисления (2).

В данном сообщении решение системы (1), (2) рассматривается с использованием приближенного адиабатического метода, который хорошо известен в тепловой теории воспламенения [6] и в теории зажигания конденсированных веществ [7, 8]. Согласно [8], введем некоторую температуру прогрева T_w , значение которой подлежит определению, и от (1), (2) перейдем к безразмерным уравнениям

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{1}{g^n} \exp[\Theta/(1 + \beta\Theta)] - \frac{\Theta - \Theta_g}{\kappa},$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{1}{y^n} \gamma \exp[\Theta/(1 + \beta\Theta)],$$

$$\tau = 0: y = 1, \Theta = \Theta_i, \quad (3)$$

$$\tau = t/t_0, \Theta = \frac{E}{RT_w}(T - T_w), y = \delta/\delta_i,$$

$$\beta = \frac{RT_w}{E}, \kappa = \frac{2r\rho Q k_0 C_0^m}{\lambda \text{Nu} \delta_i^n \beta T_w} \exp(-1/\beta),$$

$$\gamma = \frac{c r \beta T_w}{3 Q \delta_i}, t_0 = \frac{\delta_i^n r c \beta T_w}{3 Q k_0 C_0^m} \exp(1/\beta).$$

Суть адиабатического метода [6—8] заключается в следующем. На пределе предвзрывного нарастания температуры кривизна зависимости $\Theta(\tau)$ меняет знак так, что можно указать один температурный интервал, где тепловыделение от химических реакций мало, и другой, где это тепловыделение, наоборот, велико по сравнению с теплом, отводимым или подводимым к веществу. В первом случае этот интервал соответствует области низких температур, где экспонента в (3) близка к нулю и приближенно справедливо линейное уравнение, решение которого имеет вид:

$$\Theta(\tau) = \Theta_g - (\Theta_i - \Theta_g) \exp(-\tau/\kappa). \quad (4)$$

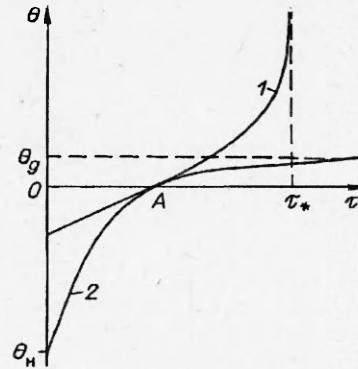
Во втором случае из (3) получаем адиабатическую область разогрева и нелинейную систему уравнений, которая имеет первый интеграл $y =$

$= \gamma(\Theta - \Theta_p) + y_p$ и сводится к одному уравнению

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{\exp\left(\frac{\Theta}{1 + \beta\Theta}\right)}{[\gamma(\Theta - \Theta_p) + y_p]^n} \quad (5)$$

Предполагается, что значения y_p и Θ_p соответствуют параметрам разогрева в некоторой промежуточной области, где "сшиваются" решения.

Пусть для определенности $n = 1$, тогда в результате интегрирования (5) имеем



$$\tau = \left[\frac{\gamma}{\beta^3} - \frac{y_p - \gamma\Theta_p}{\beta^2} - \frac{\gamma}{2\beta^4} \right] \left\{ e^{-1/\beta} Ei[\beta^{-1}(1 + \beta\Theta)^{-1}] - \beta(1 + \beta\Theta)e^{-\frac{\Theta}{1 + \beta\Theta}} \right\} + \frac{\gamma}{2\beta^2} (1 + \beta\Theta)^2 e^{-\frac{\Theta}{1 + \beta\Theta}} + C_1, \quad (6)$$

где Ei — интегральная показательная функция.

В критической области, где происходит срыв теплового равновесия, параметры системы соответствуют критическим значениям $\tau = \tau_*$, $\Theta = \Theta_*$, по которым определим константу интегрирования C_1 в (6). Используя асимптотическое представление для Ei в случае $\beta \ll 1$

$$Ei(x) = e^{-x} \sum_{k=1}^N \frac{(k-1)!}{x^k} + R_N \quad (x \gg 1)$$

и учитывая, что при $\Theta = \Theta_* \gg 1$ первые два слагаемых в (6) бесконечно малы, окончательно запишем

$$\tau = \tau_* - \varphi(\Theta, \Theta_p, y_p) \exp\left(-\frac{\Theta}{1 + \beta\Theta}\right). \quad (7)$$

Здесь R_N — остаточный член асимптотического представления интегральной показательной функции

$$\begin{aligned} \varphi = & y_p - \gamma\Theta_p - \gamma(1 + \Theta) + \beta[2(y_p - \gamma\Theta_p)(1 + \Theta) - 3\gamma(1 + \Theta) + \\ & + 2\Theta^2 + 12\gamma\Theta] + \beta^2[(y_p - \gamma\Theta_p)(\Theta^2 + 6(1 + \Theta)) - \\ & - \gamma(24\Theta - \Theta^3 - 12\Theta^2)] + 0(\beta^3). \end{aligned}$$

Рассмотрим координатную плоскость Θ, τ на рисунке. Кривая 2 — решение (4) в области низких Θ , 1 — решение (7) в критической области температур. Параметры τ_* , τ_p , Θ_p и y_p можно рассчитать, если "сшить" ре-

Т а б л и ц а 1

T_g, K	T_w, K	$t_3^N, \text{мс}$	$t_3^T, \text{мс}$	$\Delta, \%$
2500	1427	17,34	17,72	2,1
2000	1401	25,7	26,27	2,1
1500	1393	56,54	56,56	0,03
1400	1315	84,19	78,54	-6,7

П р и м е ч а н и е. t_3^N, t_3^T — численные и теоретические значения времени задержки, $\Delta = (t_3^T - t_3^N)/t_3^N$.

Таблица 2

r , мкм	t_3^u , мс	t_3^r , мс	Δ , %
5	0,294	0,262	-10
10	1,123	1,05	-6,5
20	4,31	4,203	-2,4
40	16,629	16,815	1,1
80	64,59	67,25	4,1

шения (4), (7) в точке А. Условия "сшивки" предполагают выполнение следующих равенств:

$$\Theta(\tau_p^-) = \Theta(\tau_p^+), \quad \frac{d\Theta}{d\tau} \Big|_{\tau_p^-} = \frac{d\Theta}{d\tau} \Big|_{\tau_p^+},$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\tau^2} \Big|_{\tau_p^-} = \frac{d^2\Theta}{d\tau^2} \Big|_{\tau_p^+}. \quad (8)$$

Опуская громоздкие выкладки, заметим, что если температуру безразмеривания T_w по аналогии с [8] выбрать в точке А, то в полученных из (8) соотношениях полагаем $\Theta_p = 0$. Откуда следуют выражение на величину задержки воспламенения τ_* и алгебраическое уравнение для расчета максимальной температуры разогрева T_w :

$$\tau_* = \left[\frac{\kappa}{\Theta_g} + \gamma + \beta \left(\frac{2\kappa}{\Theta_g} - 3\gamma \right) + \beta^2 \frac{6\kappa}{\Theta_g} \right] + \kappa \ln \left(1 - \frac{\Theta_i}{\Theta_g} \right), \quad (9)$$

$$\gamma \Theta_g^2 - (\Theta_g + 1)\kappa = 0. \quad (10)$$

Если в (9) положить $\beta = 0$ и перейти к размерным переменным, то для задержки воспламенения $t_3 = \tau_* \cdot t_0$ получим выражение, аналогичное полуэмпирической зависимости Фридмана и Мачека [9]:

$$t_3 = \frac{2r^2 c \rho}{3\lambda \text{Nu}} \left[\frac{RT_w^2}{E(T_g - T_w)} + \frac{\alpha \text{Nu} \beta^2 T_w^2}{6\rho \Theta^2 k_0 C_0^m \exp(-1/\beta)} + \ln \left(\frac{T_g - T_i}{T_g - T_w} \right) \right]. \quad (11)$$

Соответствие теории и расчета, влияние температуры газа на t_3 и T_w представлены в табл. 1 при $r = 50$ мкм. Изменения теоретических и расчетных значений t_3 от диаметра частиц приведены в табл. 2, $T_g = 2000$ К. В расчетах принимались следующие значения исходных параметров: $c = 2,38 \cdot 10^2$ кал/(кг·К), $\rho = 2700$ кг/м³, $\lambda = 2,4 \cdot 10^{-2}$ кал/(м·с·К); $\delta_i = 10^{-7}$ м, $k_0 C_0^m = 3,84 \cdot 10^3$ м²/с, $\text{Nu} = 2$, $T_i = 300$ К, $E = 10^5$ кал/моль.

Кинетика высокотемпературного окисления частиц алюминия заимствована из [10]. Теоретические значения t_3 находятся в удовлетворительном согласии с численным счетом.

Из табл. 2 видно, что формула (9) хорошо предсказывает квадратичную зависимость t_3 от радиуса частиц: $t_3/r^2 = \text{const}$. Расхождения расчетных и теоретических значений t_3 увеличивается только в случае более мелких частиц и низких температур окружающего газа.

В заключение следует отметить, что изложенный метод позволяет получить приближенное решение уравнений (3), рассчитать задержку воспламенения и предельную температуру разогрева лишь в том случае, когда заранее известно, что исходные параметры задачи удовлетворяют критическим условиям [1], обеспечивающим воспламенение частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайкин Б.И., Блошенко В.Н., Мержанов А.Г. О воспламенении частиц металлов // ФГВ. — 1970. — 6, № 4. — С. 474—488.
2. Мержанов А.Г. Тепловая теория воспламенения частиц металлов // Ракетная техника и космонавтика. — 1975. — 13, № 2. — С. 106—112.
3. Хауффе К. Реакции в твердых телах и на их поверхности: Т. 2. — М.: ИЛ, 1963.
4. Кубашевский О., Гопкинс Б. Окисление металлов и сплавов. — М.: Metallurgia, 1965.
5. Кофстад П. Высокотемпературное окисление металлов. — М.: Мир, 1969.
6. Мержанов А.Г., Григорьев Ю.М. Приближенное решение нестационарной задачи о тепловом взрыве при наличии стадии прогрева // ФГВ. — 1967. — 3, № 3. — С. 371—380.
7. Вилюнов В.Н. К тепловой теории зажигания // ФГВ. — 1966. — 2, № 2. — С. 77—82.

8. Вилюнов В.Н. Теория зажигания конденсированных веществ. — Новосибирск: Наука, 1984. — 189 с.
9. Friedman R., Macek A. Ignition and combustion of aluminium particles in hot ambient gases // *Combustion and flame*. — 1962. — 6, N 1. — P. 9—19.
10. Полищук Д.И., Шевчук В.Г., Великанова В.Л. и др. Критические условия воспламенения конгломератов частиц алюминия // *ФГВ*. — 1978. — 14, № 2. — С. 53—56.

630090, Новосибирск,
ИТПМ СО РАН

Поступила в редакцию 17/1 1994 г.

УДК 534.222

Н.Н. Смирнов

ГЕТЕРОГЕННОЕ ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ КОНДЕНСИРОВАННОГО ТОПЛИВА В НЕВЕСОМОСТИ

Построено автомодельное решение нестационарной плоской одномерной задачи диффузионного горения поверхности топлива в чисто гетерогенном режиме, когда горючее находится в конденсированной фазе, а окислитель и продукты — в газообразной. Законы сохранения потоков массы и энергии через поверхность раздела фаз, на которой происходит энерговыделение в результате горения, позволяют замкнуть систему дифференциальных уравнений для газовой и конденсированной фаз и получить в гомобарическом приближении точное решение задачи. Полученное решение определяет в зависимости от времени скорость выгорания поверхности, профили температуры в газе и конденсированной фазе, профили концентраций газообразных реагентов и позволяет исследовать зависимость основных характеристик процесса от значений внешних определяющих параметров.

Исследование нестационарных задач газозафазного диффузионного горения конденсированного горючего в атмосфере газообразного окислителя представлено в [1—4]. В данной работе рассматриваются существенно нестационарные начальные стадии горения при протекании чисто гетерогенных химических реакций на поверхности горящего образца.

Задача горения вблизи поверхности решается в модельной одномерной нестационарной постановке. Система координат связана с поверхностью раздела сред, так что оси x и \bar{x} ориентированы в противоположные от поверхности раздела фаз стороны: x — в газовой фазе, \bar{x} — в конденсированной. Внешние массовые силы, включая силы инерции, не рассматриваются; теплофизические параметры конденсированной фазы считаются постоянными. В выбранной системе координат горючее по мере выгорания подается к поверхности со скоростью $v_f(t)$, которая определяется в процессе решения задачи.

Система уравнений нестационарного плоского одномерного течения многокомпонентной смеси вязких теплопроводных диффундирующих газов приведена в работе [5].

При решении задач диффузионного горения обычно принимается [2—6], что скорости движения газа, вызванные наличием горения, незначительны, и эффектами, связанными с трением и относительным изменением давления, можно пренебречь. Тогда вместо уравнения изменения количества движения используется условие гомобаричности $p = \text{const}$. После элементарных преобразований система уравнений приводится к виду

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$p = \text{const}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho u Y_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \rho D \frac{\partial Y_i}{\partial x}, \quad (3)$$