УДК 532.529

ВЛИЯНИЕ КОНВЕКЦИИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ С НЕРАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ТЯЖЕЛОЙ ПРИМЕСЬЮ

О. Н. Дементьев

Челябинский государственный университет, 454021 Челябинск

Изучено влияние поперечного градиента температуры на устойчивость стационарного движения вязкой несжимаемой жидкости в вертикальном плоском слое, ограниченном двумя бесконечными твердыми плоскостями. Движение жидкости обусловлено оседанием тяжелых твердых сферических частиц, неоднородно распределенных поперек слоя, и горизонтальным градиентом температуры. Рассчитаны спектры декрементов малых нормальных возмущений для различных размеров частиц и различной степени неоднородности распределения частиц примеси. Устойчивость стационарного течения жидкости с примесью понижается с ростом градиента температуры и увеличением радиуса частиц и повышается при стремлении частиц к однородному распределению.

Устойчивость изотермического плоскопараллельного течения вязкой несжимаемой жидкости (газа), несущей небольшое количество неравномерно распределенных в потоке тяжелых твердых сферических частиц, исследовалась в работе [1], где показана зависимость устойчивости течения от характера распределения частиц в слое. В [2] рассматривалось влияние скорости оседания частиц, их размеров, плотности, теплоемкости и массовой концентрации на конвективную устойчивость стационарного течения жидкости с однородно распределенной примесью.

Ниже исследуется влияние поперечного градиента температуры на устойчивость стационарного движения вязкой несжимаемой жидкости в вертикальном плоском слое, ограниченном двумя бесконечными твердыми плоскостями. Движение жидкости обусловлено оседанием неравномерно распределенных поперек слоя твердых сферических частиц и разностью температур границ слоя.

1. Рассмотрим вязкую несжимаемую жидкость, содержащую примесь тяжелых твердых частиц. Жидкость и примесь предполагаются взаимопроникающими и взаимодействующими друг с другом сплошными средами, взаимодействием между частицами пренебрегается. Взаимодействие между фазами при их относительном движении подчиняется закону Стокса. Объемная доля частиц настолько мала, что эйнштейновской поправкой к вязкости жидкости можно пренебречь. Частицы предполагаются сферическими, недеформируемыми, одинаковой массы m и радиуса r; плотность материала частиц ρ_1 много больше плотности жидкости ρ_0.

Сначала рассмотрим однородно нагретый слой жидкости. В замкнутом вертикальном слое между плоскостями $x = \pm h$ в жидкости движутся оседающие частицы, распределенные поперек слоя симметрично относительно вертикальной оси z по закону (см. [1])

$$N_0(x, \alpha) = \frac{4 \operatorname{ch} \alpha \operatorname{ch}(\alpha x/h) - \operatorname{ch}(2\alpha x/h) - \operatorname{ch} 2\alpha - 2}{4 \operatorname{ch} \alpha - \operatorname{ch} 2\alpha - 3},$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-01-01684).

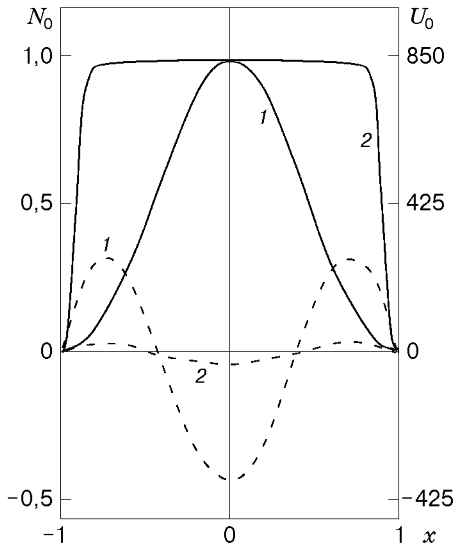

Рис. 1

где N_0 — число частиц в единице объема; α — коэффициент, определяющий концентрацию примеси вблизи границ слоя (сплошные кривые на рис. 1: *1* — $\alpha = 1$; *2* — $\alpha = 40$). Эта формула хорошо описывает распределение оседающих частиц в вертикальном канале, наблюдаемое в эксперименте [3].

Оседающие неравномерно распределенные поперек слоя частицы, взаимодействуя с жидкостью, приводят ее в движение. Стационарные распределения скоростей жидкости и частиц в изотермическом случае находятся из системы уравнений, описывающих поведение несжимаемой жидкости с примесью тяжелых твердых частиц (см. [1]), в предположении, что траектории как жидких, так и твердых частиц представляют собой прямые, параллельные вертикальной оси z, а слой на бесконечности замкнут сверху и снизу:

$$u_0 = \mathrm{Ga}\, B_1\Big(\frac{4\,\mathrm{ch}\,\alpha\,\mathrm{ch}\,(\alpha x) - \mathrm{ch}\,(2\alpha x)/4}{\alpha^2} + B_2 x^2 - B_3\Big),$$

$$B_1 = \frac{mh^3}{\rho(4\,\mathrm{ch}\,\alpha - \mathrm{ch}\,2\alpha - 3)}, \quad B_2 = \frac{3}{4\alpha^2}\Big(\frac{15}{4\alpha}\,\mathrm{sh}\,2\alpha - \frac{7}{2}\,\mathrm{ch}\,2\alpha - 4\Big), \tag{1.1}$$

$$B_3 = \frac{45}{16\alpha^3}\,\mathrm{sh}\,2\alpha - \frac{7}{8\alpha^2}\,\mathrm{ch}\,2\alpha - \frac{1}{\alpha^2}, \quad u_{p0} = u_0 + u_s, \quad u_s = -\mathrm{Ga}\,\tau_v.$$

Здесь введены безразмерные переменные; в качестве единиц расстояния, времени, скорости и давления приняты соответственно h, h^2/ν, ν/h, $\rho_0\nu^2/h^2$; $\tau_v = 2r^2\rho_1/(9h^2\rho_0)$ — безразмерное время, в течение которого скорость частиц относительно жидкости уменьшается в e раз по сравнению с исходным значением; $\mathrm{Ga} = gh^3/\nu^2$ — число Галилея; ν — кинематическая вязкость; m — масса частицы; величины с индексом p относятся к облаку частиц; u_s — скорость оседания частиц; g — ускорение свободного падения.

Под воздействием оседающих частиц в слое устанавливается симметричное относительно оси канала движение жидкости с двумя восходящими и одним нисходящим потоками (1.1) (рис. 1; сплошные кривые соответствуют зависимости $N_0(x)$, штриховые — $u_0(x)$). Интенсивность движения быстро уменьшается с увеличением α (при $\alpha \to \infty$, т. е. при стремлении частиц к однородному распределению, $u_0 \to 0$).

Исследуем устойчивость точного решения (1.1) уравнений движения жидкости с неравномерно распределенными тяжелыми частицами примеси. Малые возмущения стационарного плоскопараллельного течения (1.1) будем считать плоскими, так как с точки зрения возникновения неустойчивости наиболее опасными, как и в случае чистой жидкости [4], являются двумерные возмущения. Определим функцию тока плоских возмущений ψ соотношениями

$$v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \qquad v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

причем $\psi(x,z,t) = \varphi(x)\exp[ik(z-ct)]$; $\boldsymbol{u}'_p(x,z,t) = \boldsymbol{v}_p(x)\exp[ik(z-ct)]$ — возмущения скорости облака частиц; k — вещественное волновое число; $c = c_r + ic_i$ — комплексная фазовая скорость возмущений. Уравнения безразмерных переменных для амплитуд возмущений функции тока φ имеют вид

$$\varphi'''' - 2k^2\varphi'' + k^4\varphi + ik(\varphi'' - k^2\varphi)\Big(c - u_0 - \frac{a_0}{ik\tau_v}\Big) + iku_0''\varphi -$$
$$- \frac{a_0}{\tau_v}(v'_{px} - ikv_{px}) + \frac{a'_0}{\tau_v}(v_{pz} - \varphi') - \mathrm{Ga}\, a' = 0, \qquad (1.2)$$

$$v_{px} = \frac{ik\varphi}{ik\tau_v(u_{p0} - c) + 1}, \quad v_{pz} = \frac{-\varphi' + u'_{p0}\tau_v v_{px}}{ik\tau_v(u_{p0} - c) + 1}, \quad n = -\frac{ikv_{pz}N_0 + N'_0 v_{px} + N_0 v'_{px}}{ik(u_{p0} - c)},$$

где $a_0 = N_0 m/\rho_0$; штрихом обозначено дифференцирование по координате x.

На ограничивающих слой жидкости твердых плоскостях ставится условие прилипания

$$\varphi = \varphi' = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm 1. \qquad (1.3)$$

Краевая задача (1.2), (1.3) определяет спектр характеристических возмущений и их декрементов c_i, границы устойчивости находятся из условия $c_i = 0$.

В предельных случаях (большая вязкость или плотность несущей жидкости, малые размеры или плотность материала частиц) скоростью оседания частиц можно пренебречь. Следовательно, в этих случаях движения жидкости не возникает и гидродинамические возмущения монотонно затухают (состояние покоя жидкости с примесью устойчиво).

При произвольных значениях параметров задачи исследование спектра малых нормальных возмущений стационарного течения (1.1) и его линейной устойчивости сводится к численному решению спектральной амплитудной задачи (1.2), (1.3). Два линейно независимых решения уравнения (1.2) можно построить, используя условие в левой точке области интегрирования $x = -1$. С помощью этих частных решений строится общее решение, удовлетворяющее граничным условиям для возмущений скорости при $x = 1$. Отсюда получается система двух однородных алгебраических уравнений для коэффициентов общего решения. Условие существования нетривиального решения этой системы и задает характеристическое уравнение, определяющее спектр комплексных собственных значений c. Характеристическое уравнение решается итерационным методом Ньютона (относительная погрешность выбиралась равной 0,001).

Для непосредственного численного интегрирования уравнение (1.2) записывалось в виде системы четырех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Их пошаговое интегрирование осуществлялось методом Рунге — Кутты — Мерсона, позволяющим проводить интегрирование с автоматическим выбором шага при контролируемой точности (ошибка составляла 0,01 % наибольшего на данном шаге частного решения). При численном решении возникали трудности, связанные с наличием малого параметра $\mathrm{Ga}^{-1} \sim 10^{-4}$ при старшей производной. Среди решений появлялись быстрорастущие осциллирующие решения. Граничные условия (1.3) обеспечивают линейную независимость частных решений (1.2) лишь на начальном участке интегрирования. В дальнейшем из-за

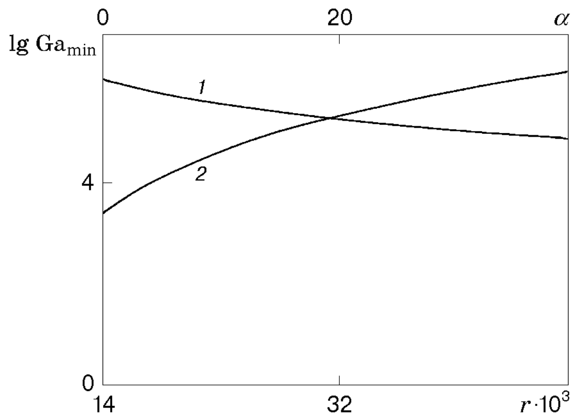

Рис. 2

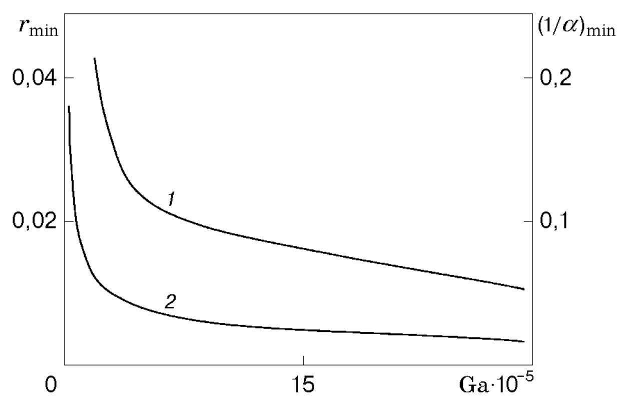

Рис. 3

наличия быстрорастущего решения и ошибок округления линейная независимость частных решений теряется — они становятся близкими независимо от условий на начальной границе численного интегрирования. Это приводит к слабой обусловленности решаемой задачи и невозможности определить характеристические декременты. Для восстановления линейной независимости частных решений применялся метод ортогонализации [5]. На каждом шаге интегрирования проводилось ортонормирование векторов-решений по Грамму — Шмидту к максимальному по модулю (на данном шаге) вектору-решению. Применяемые при ортогонализации линейные преобразования не изменяют собственные значения спектральной задачи.

Наличие частиц примеси оказывает влияние прежде всего на спектр декрементов возмущений. В отличие от спектра чистой жидкости [4] в данном случае спектр возмущений значительно шире за счет появления возмущений, связанных с облаком частиц. В слое появляются колебательные возмущения (см. [1]). Следует отметить, что устойчивость течения слоя жидкости с неравномерно распределенными тяжелыми твердыми частицами примеси обусловлена взаимодействием встречных потоков: нисходящего центрального и двух восходящих около стенок. Неустойчивость движения вызывается нижними модами гидродинамических возмущений, декременты нормальных возмущений оказываются комплексными. Оседающие частицы порождают колебательные (бегущие) возмущения.

Расчеты показывают, что при увеличении радиуса частиц r интенсивность течения увеличивается, а его устойчивость понижается. На рис. 2 (кривая *1*) показана зависимость $\lg \mathrm{Ga}_{\min}$ ($\mathrm{Ga}_{\min}$ — минимальное критическое число Галилея, превышение которого приводит к неустойчивости движения) от радиуса частиц r при $\alpha = 10$, $\rho_1/\rho_0 = 500$ (данное соотношение ρ_1/ρ_0 соответствует оседанию древесных опилок в воздухе). С увеличением параметра α устойчивость течения повышается, так как уменьшается его интенсивность (кривая *2* на рис. 2; $r = 0{,}05$). На рис. 3 представлены зависимости минимального критического радиуса частиц $r_{\min}$ и $(1/\alpha)_{\min}$ от числа Ga (кривые *1* и *2* соответственно). При $r > r_{\min}$ движение становится неустойчивым. Характеристика изотермического течения $(1/\alpha)_{\min}$ определяет его интенсивность. Параметр $1/\alpha$ определяет влияние распределения частиц поперек вертикального слоя на устойчивость изотермического движения жидкости, вызванного неравномерно распределеными оседающими частицами. Увеличение параметра $1/\alpha$ соответствует увеличению скорости стационарного движения жидкости за счет роста неоднородности распределения частиц, которые в этом случае концентрируются в середине слоя (сплошная кривая *1* на рис. 1). Таким образом, не меняя параметров частиц и несущей жидкости, только за счет изменения концентрации частиц примеси поперек слоя можно воздействовать на устойчивость течения.

Из рис. 3 следует, что с уменьшением вязкости (увеличением числа Ga) устойчивость уменьшается. Фазовая скорость гидродинамических возмущений c_r уменьшается с увеличением Ga ($\alpha = \text{const}$) и увеличивается в случае $r = \text{const}$, что согласуется с результатами, приведенными в [6].

2. Рассмотрим движение неравномерно нагретой жидкости с примесью. Уравнения свободной конвекции несжимаемой жидкости с примесью тяжелых твердых частиц, развивающейся на фоне стационарного изотермического течения, в приближении Буссинеска (см. [4]) и записанные в безразмерной форме, имеют вид

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + ((\boldsymbol{u}_0 + \boldsymbol{u})\nabla)(\boldsymbol{u}_0 + \boldsymbol{u}) = -\nabla p + \Delta \boldsymbol{u} + \frac{a_0(\boldsymbol{u}_p - \boldsymbol{u})}{\tau_v} + (1 + a_0)\,\mathrm{Gr}\,T\,\boldsymbol{\gamma},$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}_p}{\partial t} + ((\boldsymbol{u}_{p0} + \boldsymbol{u}_p)\nabla)(\boldsymbol{u}_{p0} + \boldsymbol{u}_p) = -\frac{\boldsymbol{u}_p - \boldsymbol{u}}{\tau_v},$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\boldsymbol{u}_0 + \boldsymbol{u})\nabla T = \frac{\Delta T}{\mathrm{Pr}} + \frac{a_0 b(T_p - T)}{\tau_t}, \qquad \frac{\partial T_p}{\partial t} + (\boldsymbol{u}_{p0} + \boldsymbol{u}_p)\nabla T_p = -\frac{T_p - T}{\tau_t}, \qquad (2.1)$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{u} = 0, \qquad \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\nabla(N(\boldsymbol{u}_{p0} + \boldsymbol{u}_p) + N_0 \boldsymbol{u}_p)}{\mathrm{Pr}} = 0,$$

$$\tau_t = 3\,\mathrm{Pr}\,\tau_v b/2, \quad b = C_1/C, \quad \mathrm{Pr} = \nu/\chi, \quad \mathrm{Gr} = g\beta\Theta h^3/\nu^2,$$

где $\boldsymbol{u}$ — скорость конвективного течения, возникающего на фоне стационарного изотермического движения со скоростью $\boldsymbol{u}_0$; T — температура; p — давление жидкости, отсчитываемое от перенормированного за счет присутствия оседающих частиц значения гидростатического давления; C — теплоемкость жидкости при постоянном давлении; β, χ — коэффициент объемного расширения жидкости и ее температуропроводность; C_1 — теплоемкость материала частиц; в качестве характерной температуры выбрана полуразность температур на границах слоя Θ; τ_t — безразмерное время, необходимое для уменьшения разности температур жидкости и частиц в e раз по сравнению с исходным значением; Pr, Gr — числа Прандтля и Грасгофа; $\boldsymbol{\gamma}$ — единичный вектор, направленный вертикально вверх.

Найдем точное стационарное решение системы уравнений (2.1) при наличии постоянного горизонтального градиента температуры, когда конвективное движение, вызванное неравномерным распределением температуры жидкости, накладывается на стационарное движение жидкости u_0, вызванное взаимодействием с неравномерно распределенными оседающими твердыми частицами. Используя условия прилипания жидкости к твердым границам слоя и замкнутости течения, получим выражение для скорости стационарного движения жидкости

$$U_0 = \mathrm{Gr}\Big\{\frac{x^3}{6} + \frac{m}{\rho_0(4\operatorname{ch}\alpha - \operatorname{ch}2\alpha - 3)}\Big[\frac{4\operatorname{ch}\alpha}{\alpha^2}\Big(x\operatorname{ch}(\alpha x) - \frac{2\operatorname{sh}(\alpha x)}{\alpha}\Big) -$$

$$- \frac{1}{4\alpha^2}\Big(x\operatorname{ch}(2\alpha x) - \frac{\operatorname{sh}(2\alpha x)}{\alpha}\Big) - \frac{\operatorname{ch}2\alpha + 2}{6}\,x^3\Big] + C_1 x\Big\} + u_0, \qquad (2.2)$$

$$U_{p0} = U_0 + u_s, \qquad T_0 = T_{p0} = -x,$$

где

$$C_1 = -\frac{1}{6} - \frac{m}{2\rho_0(4\operatorname{ch}\alpha - \operatorname{ch}2\alpha - 3)}\Big[\frac{8\operatorname{ch}\alpha}{\alpha^2}\Big(\operatorname{ch}\alpha - \frac{2\operatorname{sh}2\alpha}{\alpha}\Big) - \frac{1}{2\alpha^2}\Big(\operatorname{ch}2\alpha - \frac{\operatorname{sh}2\alpha}{\alpha}\Big) - \frac{\operatorname{ch}2\alpha + 2}{3}\Big].$$

В слое под воздействием оседающих частиц и горизонтального градиента температуры устанавливается несимметричное движение жидкости с двумя восходящими и одним нисходящим потоками. Интенсивность движения уменьшается с ростом α. На рис. 4

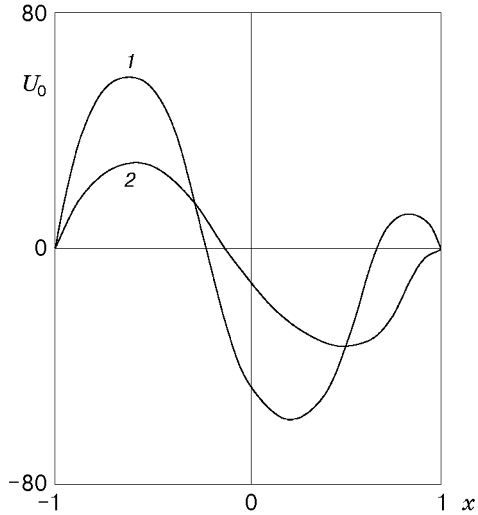

Рис. 4

кривой *1* соответствует $\alpha = 1$; кривой *2* — $\alpha = 40$). В предельном случае однородно распределенных частиц ($\alpha \to \infty$, т. е. $N_0 = \mathrm{const}$, $a_0 = \mathrm{const}$) из формул (2.2) получим, что изотермическая составляющая скорости $u_0 = 0$, а конвективная представляет собой обычный кубический профиль скорости (см. [2, 4]).

3. Для исследования устойчивости движения неравномерно нагретой среды, содержащей неоднородно распределенные оседающие частицы, рассмотрим возмущенные поля скоростей, температур, давления и числа частиц в единице объема: $\boldsymbol{U}_0 + \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{U}_{p0} + \boldsymbol{v}_p$, $T_0 + T$, $T_{p0} + T_p$, $p_0 + p$, $N_0 + N$, где $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{v}_p$, T, T_p, p, N — малые возмущения. Уравнения для возмущений можно получить из (1.1), производя линеаризацию по возмущениям.

Как и в случаях чистой жидкости [7] и жидкости с равномерно распределенной примесью [2, 8], для среды с неоднородно распределенной примесью тяжелых твердых частиц можно показать, что задача об устойчивости конвективного течения относительно пространственных возмущений сводится к соответствующей задаче для плоских возмущений. В случае вертикальной ориентации слоя плоские возмущения более опасны, т. е. быстрее, чем пространственные (при меньших значениях критических чисел Галилея и Грасгофа), приводят к неустойчивости. Следовательно, при исследовании устойчивости можно ограничиться изучением плоских возмущений.

Рассмотрим плоские нормальные возмущения

$$\begin{gathered} v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \qquad v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \qquad \psi(x,z,t) = \varphi(x) \exp{[ik(z - ct)]}, \\ T(x,z,t) = \theta(x) \exp{[ik(z - ct)]}, \qquad N(x,z,t) = n(x) \exp{[ik(z - ct)]}, \end{gathered} \tag{3.1}$$

где ψ — функция тока; φ, θ, n — амплитуды возмущений.

В результате из (2.1) в линейном приближении с учетом (3.1) получим безразмерные уравнения для амплитуд возмущений

$$\begin{gathered} \varphi'''' - 2k^2\varphi'' + k^4\varphi + ik(\varphi'' - k^2\varphi)\Big(c - U_0 + \frac{a_0}{ik\tau_v}\Big(\frac{1}{A} - 1\Big)\Big) + \\ + \frac{a_0'\varphi'}{\tau_v}\Big(\frac{1}{A} - 1\Big) + \varphi\Big(ikU_0'' + \frac{ik}{A^2}(a_0\,U_{p0}'' + a_0'U_{p0}') + \frac{2a_0k^2\tau_v(U_{p0}')^2}{A^3}\Big) + \\ + (1 + a_0)\,\mathrm{Gr}\,\theta' + a'\,\mathrm{Gr}\,T + a\,\mathrm{Gr}\,T' + a_0'\,\mathrm{Gr}\,\theta = 0, \end{gathered} \tag{3.2}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}(\theta'' - k^2\theta) + \theta\Big(\frac{a_0 b}{\tau_t}\Big(\frac{1}{B} - 1\Big) + ik(c - U_0)\Big) + ik\varphi T'\Big(\frac{a_0 b}{AB} + 1\Big) = 0,$$

где $A = ik\tau_v(U_{p0} - c) + 1$; $B = ik\tau_t(U_{p0} - c) + 1$; $n = \tau_v/(A-1)(2N_0 k^2 \tau_v U'_{p0}\varphi/A^2 + N'_0 ik\varphi/A)$.

Граничные условия имеют вид

$$\varphi = \varphi' = \theta = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm 1. \tag{3.3}$$

Краевая задача (3.2), (3.3) определяет спектр декрементов возмущений и границы устойчивости движения ($c_i = 0$) неравномерно нагретой жидкости, содержащей неоднородно распределенные поперек слоя частицы примеси. Для решения этой краевой задачи применялся также метод пошагового интегрирования Рунге — Кутты — Мерсона с ортогонализацией решений по Грамму — Шмидту на каждом шаге интегрирования.

4. Наличие частиц примеси изменяет спектры декрементов гидродинамических и тепловых возмущений: появляются колебательные возмущения, связанные с облаком частиц. Неустойчивость течения неравномерно нагретого слоя жидкости с неоднородно распределенными тяжелыми твердыми частицами примеси обусловлена взаимодействием встречных потоков. Неустойчивость движения вызывается нижними модами гидродинамических возмущений, декременты тепловых возмущений отрицательны. Очевидно, это связано с преобладанием изотермической составляющей в стационарном течении, исследуемом на устойчивость. Декременты нормальных возмущений оказываются комплексными. Оседающие частицы порождают колебательные возмущения и способствуют их переносу.

Рассмотрим результаты исследования влияния конвекции на устойчивость стационарного движения жидкости, вызванного оседанием неравномерно распределенных поперек вертикального слоя тяжелых твердых частиц примеси. При выбранных в данной работе параметрах несущей среды и примеси стационарное конвективное течение является малой добавкой к стационарному изотермическому движению (максимальная скорость изотермического течения более чем в 10 раз превосходит максимальную скорость конвективного течения). В рассматриваемом случае гидродинамические моды спектров декрементов возмущений ($\mathrm{Pr} = 0{,}73$) почти совпадают со спектрами, полученными в изотермическом случае, причем нарушают устойчивость именно гидродинамические возмущения. С ростом числа Gr конвективная составляющая скорости жидкости увеличивается, устойчивость течения уменьшается. На рис. 5 (кривая *1*) показана зависимость минимального критического числа Галилея от числа Грасгофа ($\rho_1/\rho_0 = 500$, $\alpha = 10$, $\mathrm{Pr} = 0{,}73$, $r = 0{,}05$, $b = 2{,}7$, что соответствует древесной пыли в воздухе). С ростом Gr критическое число Галилея уменьшается, а фазовая скорость возмущений увеличивается. Это наблюдается и

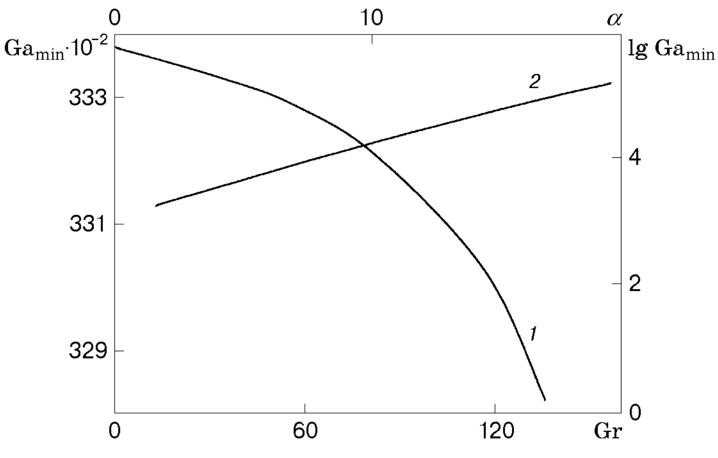

Рис. 5

при увеличении радиуса частиц примеси: при увеличении радиуса частиц от 0,015 до 0,05 значение $\mathrm{Ga}_{\min}$ уменьшается почти в 70 раз. При увеличении параметра α интенсивность изотермической составляющей течения уменьшается, а устойчивость течения повышается (кривая *2* на рис. 5).

Сравнение полученных в п. **3** данных с результатами, приведенными в [1] и п. **1** данной работы, показывает, что влияние слабой конвекции на устойчивость изотермического течения жидкости, вызванного оседанием неравномерно распределенных тяжелых частиц, незначительно (порог устойчивости снижается примерно на 5–7 %). Устойчивость течения неравномерно нагретой жидкости с примесью значительно возрастает при увеличении параметра α, характеризующего степень однородности распределения частиц поперек слоя, приближаясь к устойчивости течения жидкости с однородно распределенной примесью (см. [2]). Рост размеров частиц приводит к значительному снижению устойчивости движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бурмистрова А. Б., Дементьев О. Н.** Устойчивость стационарного течения жидкости с тяжелой примесью // ПМТФ. 1986. № 2. С. 65–68.
2. **Дементьев О. Н.** Конвективная устойчивость среды, содержащей тяжелую твердую примесь // ПМТФ. 1976. № 3. С. 105–115.
3. **Соу С.** Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
4. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Непомнящий А. А.** Устойчивость конвективных течений. М.: Наука, 1989.
5. **Беллман Р., Калаба Р.** Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи. М.: Мир, 1968.
6. **Дементьев О. Н.** Об устойчивости конвективного движения запыленного газа. Пермь, 1976. С. 71–76. (Учен. зап. / Перм. пед. ин-т; Вып. 9).
7. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
8. **Dementiev O.** Stability of steady-state flows of a liquid with a heavy impurity // Z. angew. Math. und Mech. 1996. V. 5. P. 112–114.

Поступила в редакцию 22/XII 1998 г.,
в окончательном варианте — 8/II 2000 г.