

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА ПЛАСТИНОЙ

УДК 533.6

В. М. Ковеня, А. С. Лебедев

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск

Течение в ближнем следе за телом — один из важнейших элементов аэродинамического обтекания, так как оно оказывает существенное влияние на общую картину течения и как следствие на аэродинамические характеристики летательного аппарата и его элементов. Структура течения в ближнем следе сложна и определяется многими факторами, которые вызывают трудности при его изучении экспериментальными и численными методами. Обзор работ, посвященных данной проблеме, можно найти, например, в [1–3].

В наиболее полной постановке отрывные течения могут быть исследованы в рамках осредненных уравнений Навье — Стокса, дополненных той или иной моделью турбулентности. Однако результаты численных экспериментов в газовой динамике показывают, что проблема выбора модели турбулентности в настоящее время не имеет удовлетворительного решения. Применение одной и той же модели турбулентности для всего многообразия типов течений и конфигураций обтекаемых тел не позволяет получить адекватную картину течения и приемлемое согласование экспериментальных и теоретических данных, поэтому результаты использования при численном моделировании конкретных течений какой-то определенной модели турбулентности необходимо рассматривать еще и как накопление информации о свойствах этой модели для уточнения области ее применимости путем последующего сопоставления с соответствующими экспериментальными данными.

В настоящей работе турбулентное течение вязкого теплопроводного газа за вертикальной кромкой пластины конечной толщины численно исследуется в рамках осредненных уравнений Навье — Стокса, дополненных полуэмпирической моделью турбулентности типа $q - \omega$. В работах [4, 5], посвященных решению аналогичной задачи в осесимметричном случае в предположении ламинарности течения, было получено, в частности, что с ростом числа Рейнольдса Re монотонно увеличивается длина рециркуляционной зоны за телом, а поток в ней ускоряется вплоть до возникновения локальной сверхзвуковой зоны. Авторы работ [6, 7], получившие в численном эксперименте аналогичное явление, выражают сомнение в том, что оно имеет место в реальных течениях, так как при больших Re течение становится турбулентным. Расчеты, проведенные в настоящей работе, позволяют определить, при каких Re (в рамках принятой модели турбулентности) турбулентный тип течения оказывает существенное влияние на движение газа в ближнем следе и каков характер этого влияния.

1. Постановка задачи. Рассматривается стационарное течение вязкого сжимаемого теплопроводного газа в окрестности задней вертикальной кромки пластины. Область течения (рис. 1) ограничена ломаной $ABCDEF$. На поверхности пластины EFA задаются условие прилипания для скорости и режим теплоизоляции для температуры. Прямая ED является линией симметрии. На входной границе AB задан развитый пограничный слой. На внешней границе BC поток считается однородным и параллельным боковой поверхности пластины.

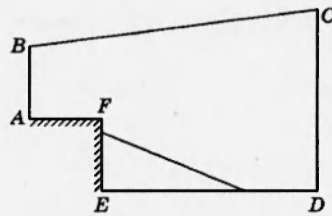


Рис. 1

В качестве математической модели для описания течения в рассматриваемой области используются осредненные уравнения Навье — Стокса, которые в безразмерном виде в декартовых координатах могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial W_j}{\partial x_j} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^4 C_j f = F. \quad (1.1)$$

Здесь

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho E \end{pmatrix}; \quad W_j = \begin{pmatrix} \rho u_j \\ \rho u_1 u_j + \sigma_{1j} \\ \rho u_2 u_j + \sigma_{2j} \\ \rho E u_j + u_i \sigma_{ij} - q_j \end{pmatrix};$$

$$C_j = \left[u_j I - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} B_j \right] \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (j = 1, 2);$$

$$f = \begin{pmatrix} \rho \\ u_1 \\ u_2 \\ T \end{pmatrix}; \quad C_{j+2} = \begin{pmatrix} 0 & \delta_{1j} \rho & \delta_{2j} \rho & 0 \\ \delta_{1j} a^2 & 0 & 0 & \delta_{1j} b^2 \\ \delta_{2j} a^2 & 0 & 0 & \delta_{2j} b^2 \\ 0 & \delta_{1j} c^2 & \delta_{2j} c^2 & 0 \end{pmatrix};$$

$$a^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho}; \quad b^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial T}; \quad c^2 = \gamma \frac{p}{\rho};$$

I — единичная матрица; B_j — диагональные матрицы; ρ — плотность; u_1, u_2 — компоненты скорости; T — температура; $E = T + u_j u_j / 2$ — полная удельная энергия; $p = (\gamma - 1) \rho T$ — давление; $\gamma = c_p / c_v = 1,4$.

Тензор напряжений σ_{ij} и тепловой поток q_j представляются в виде

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \left(p + \frac{2}{3} k \rho \right) - \left(\frac{\mu}{\text{Re}} + \mu_t \right) \left(s_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right),$$

$$q_j = \gamma \left(\frac{\mu}{\text{Pr Re}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial}{\partial x_j} T,$$

где $s_{ij} = \partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i$; μ_t — турбулентная вязкость; k — турбулентная кинетическая энергия; $\text{Pr} = 0,72$; $\text{Pr}_t = 0,9$.

Турбулентная вязкость μ_t определяется через масштаб длины l и скорость турбулентности $q = \sqrt{k}$: $\mu_t = \mu_t(q, l)$. Величины l и q находятся из дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho S_n) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho S_n u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu}{\text{Re}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) \frac{\partial S_n}{\partial x_j} \right] + H_n. \quad (1.2)$$

Здесь $S_n = S_n(l, q)$ ($n = 1, 2$); $H_n = H_n(\rho, S_1, S_2, \partial u_i / \partial x_j)$ — источниковые члены; $Pr_1 = 1$; $Pr_2 = 1,3$. Для замыкания уравнений (1.1) в данной работе выбрана полуэмпирическая модель [8] с двумя дифференциальными уравнениями для $S_1 = q = \sqrt{k}$ и $S_2 = \omega = q/l$. Аналогичная модель использовалась в [9] при численном моделировании течения в окрестности вперед и назад обращенных скошенных уступов. Источниковые члены H_n в (1.2) имеют вид

$$H_1 = \frac{1}{2} \left(c_\mu f J q / \omega - \frac{2}{3} D q - q \omega \right) \rho, \quad H_2 = \left[c_1 \left(c_\mu J - \frac{2}{3} D \omega \right) - c_2 \omega^2 \right],$$

где

$$D = \frac{\partial u_k}{\partial x_k}; \quad J = \left(s_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j};$$

$$c_1 = 0,405g + 0,045; \quad c_2 = 0,92; \quad c_\mu = 0,09;$$

$$g = 1 - \exp(-\beta R_T); \quad R_T = Re \frac{\rho q}{\mu \omega}; \quad \beta = 0,0018; \quad \mu_t = c_\mu g \rho q l.$$

2. Численный алгоритм. Построение алгоритма для численного решения уравнений (1.1) основано на идее расщепления стабилизирующего оператора по физическим процессам и пространственным направлениям [10]. Заменяя область непрерывного изменения аргумента сеткой и определяя величины в узлах этой сетки, приходим к конечно-разностному аналогу уравнений (1.1):

$$\frac{f^{n+1} - f^n}{\tau} + \sum_{j=1}^4 C_j^l [\alpha f^{n+1} + (1 - \alpha) f^n] = F_h^n.$$

Здесь C_j^l — конечно-разностный оператор, аппроксимирующий дифференциальный оператор C_j с порядком $O(h^l)$.

После приближенной факторизации стабилизирующего оператора

$$I + \tau \alpha \sum_{j=1}^4 C_j^l \simeq \prod_{j=1}^4 (I + \tau \alpha C_j^l)$$

получаем систему уравнений, аппроксимирующую (1.1) в недивергентной форме с порядком $O(\tau + h^l)$:

$$\prod_{j=1}^4 (I + \tau \alpha C_j^l) \frac{f^{n+1} - f^n}{\tau} = \sum_{j=1}^4 C_j^l f^n + F_h^n.$$

Консервативная при достижении стационарного решения форма конечно-разностных уравнений записывается как

$$\prod_{j=1}^4 (I + \tau \alpha C_j^l) \frac{f^{n+1} - f^n}{\tau} = - (A^{-1})^n (W_h^k)^n, \quad A = \frac{\partial U}{\partial f},$$

или в виде схемы в дробных шагах:

$$\xi^n = - (A^{-1})^n (W_h^k)^n, \quad (I + \tau \alpha C_1^l) \xi^{n+1/4} = \xi^n,$$

.....

$$(I + \tau \alpha C_4^l) \xi^{n+1} = \xi^{n+3/4}, \quad f^{n+1} = f^n + \tau \xi^{n+1}.$$

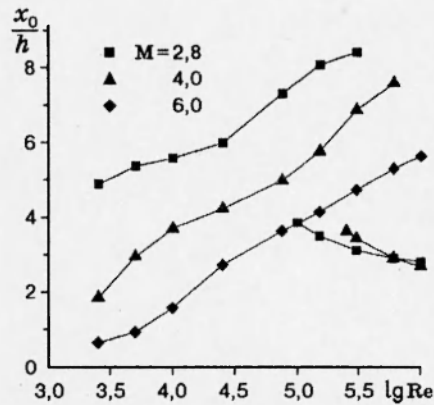


Рис. 2

Эта схема аппроксимирует систему уравнений (1.1) с порядком $O(\tau + \tau h^l + h^k)$ в нестационарном случае и с порядком $O(h^k)$ в стационарном, консервативна при установлении и абсолютно устойчива при $\alpha \geq 0,5$ для $l = k$. Аналогичная конечно-разностная схема использовалась нами ранее для решения стационарных уравнений Навье — Стокса методом установления при моделировании ламинарного течения в ближнем следе за затупленным телом небольшого удлинения [4].

Уравнения (1.2) для определения турбулентных параметров решались независимо от (1.1) после каждого шага по времени с помощью аналогичной конечно-разностной схемы. Разностная сетка, применявшаяся в расчетах, сгущалась к боковой поверхности пластины и к ее основанию. В поперечном по отношению к невозмущенному потоку направлении сетка имела 91 узел (на основание пластины из них приходился 61 узел), а в продольном — 97 узлов (из них 21 приходился на боковую поверхность пластины).

3. Результаты расчетов. Расчеты проведены при следующих значениях чисел Маха набегающего потока M и Рейнольдса, вычисленных по значениям газодинамических величин в однородном изоэнтропическом потоке над пластиной:

$$M = 2,8; 4,0 \text{ и } 6,0, \quad Re = 2,5 \cdot 10^3 \div 10^6.$$

За масштаб длины принималась полутолщина пластины. Профили величин во входном сечении AB (рис. 1) задавались в виде

$$p = p_e, \quad v = 0, \quad \frac{u}{u_e} = \left(\frac{\Delta y}{\delta} \right)^{1/7},$$

$$T = T_e \left[1 + \sqrt[3]{Pr} \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \left(1 - \left(\frac{u}{u_e} \right)^2 \right) \right],$$

где индексом e отмечены величины в изоэнтропическом течении вне пограничного слоя; δ — толщина пограничного слоя (в наших расчетах $\delta = 1$); Δy — расстояние по нормали от пластины. Вблизи поверхности пластины профиль скорости уточнялся таким образом, чтобы коэффициент трения, вычисленный по этому профилю, принимал значение, полученное по приближенной формуле

$$c_f = 0,0128 \left(\frac{u_e \theta \rho_w Re}{\mu_w} \right)^{-0,25}, \quad \theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy$$

(индексом w обозначены величины на поверхности пластины). Турбулентные параметры

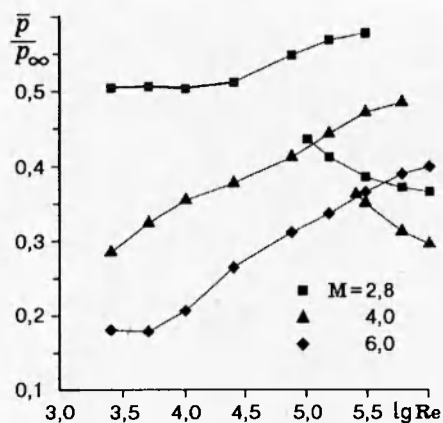


Рис. 3

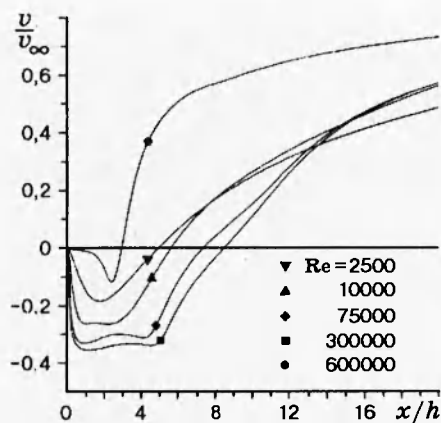


Рис. 4

во входном сечении находились по эмпирическим формулам

$$l = \begin{cases} 0,41\sqrt{0,3}y, & y \leq 0,09\frac{\delta}{0,41}, \\ 0,09\sqrt{0,3}\delta, & y > 0,09\frac{\delta}{0,41}, \end{cases} \quad k = \frac{u_\tau^2}{0,3} \cos^2 \left(\frac{1}{2}\pi \frac{\Delta y}{\delta} \right)$$

$$\left(u_\tau = \left(\frac{|\tau_w|}{\rho_w} \right)^{0,5}, \quad \tau_w = \frac{\rho_e u_e^2 c_f}{2} \right).$$

Влияние числа Рейнольдса на длину отрывной зоны x_0/h показано на рис. 2. Обратим внимание на то, что при $M = 2,8$ для Re из интервала приблизительно от 10^5 до $4 \cdot 10^5$ на графике показаны два значения длины отрывной зоны, что соответствует существованию двух различных стационарных решений задачи при совпадающих определяющих параметрах. Отличие расчетов состояло лишь в выборе начального поля: верхняя ветвь графика получена при выборе в качестве начального поля уже найденного стационарного решения для небольшого значения Re , а результаты, соответствующие нижней ветви графика, получены, когда за начальное поле принималось стационарное решение для большого значения Re . Имеет место, таким образом, «гистерезис» по числу Рейнольдса. Дело в том, что в рассматриваемом диапазоне определяющих параметров описанная выше процедура построения профилей величин во входном сечении с ростом Re дает увеличение значения коэффициента турбулентной вязкости μ_t , что приводит к радикальной перестройке течения в ближнем следе, когда Re превышает критическое значение.

Для $M = 4,0$, как видно из рис. 2, также существует интервал двойственности решения, и при больших Re происходит резкое сокращение длины отрывной зоны. (Следует отметить подтвержденное многочисленными расчетами обстоятельство: какие бы данные ни выбирались в качестве начальных, получающееся стационарное течение всегда соответствует изображенному на рис. 2 кривым и никаких других решений не возникает.) Для $M = 6,0$ сокращения длины отрывной зоны в рассмотренном диапазоне Re не наблюдается. Уменьшение протяженности рециркуляционной зоны при больших Re соответствует теоретическим представлениям об усилении эжектирующего воздействия сходящего с пластины потока, которое влечет за собой уменьшение давления в отрывной зоне и увеличивает тем самым разворот потока к оси.

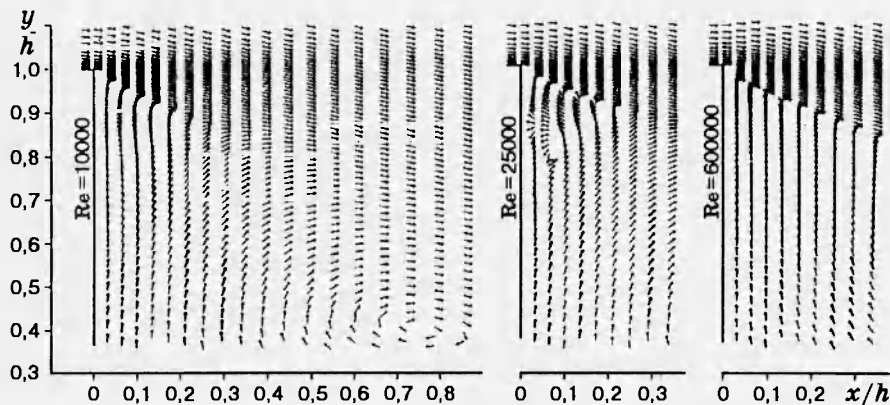


Рис. 5

На рис. 3 показано среднее донное давление, отнесенное к давлению в невозмущенном потоке \bar{p}/p_∞ . Для $M = 2,8$ оно растет от 0,504 до 0,577 в диапазоне $2,5 \cdot 10^3 \leq Re \leq 3 \cdot 10^5$, затем уменьшается до 0,370 и 0,365 при $Re = 6 \cdot 10^5$ и 10^6 соответственно. При $M = 6,0$ относительное донное давление с ростом Re увеличивается от 0,180 до 0,398. В рассмотренном диапазоне Re для $M = 6,0$ турбулентный характер течения не оказывает существенного влияния на течение в области, включающей в себя рециркуляционную зону. Дальнейший рост Re требует существенного увеличения числа узлов расчетной сетки и как следствие значительного роста затрат ресурсов ЭВМ.

На рис. 4 показано распределение скорости v/v_∞ вдоль линии симметрии при $M = 2,8$. Видно, что когда Re превышает некоторую величину, не только резко сокращается протяженность отрывной зоны, но и меняется характер течения в ней. Действительно, для $Re = 6 \cdot 10^5$ течение в рециркуляционной зоне выделяется тем, что наибольшие скорости имеют место вблизи точки присоединения, а в некоторой (весьма значительной) окрестности донного среза движение сравнительно очень медленное (именно для таких режимов область течения непосредственно за донным срезом уместно называть «застойной зоной»). Максимальное число Маха на оси симметрии в отрывной зоне (при $M = 2,8$) возрастает от 0,345 до 0,753 при увеличении Re от $2,5 \cdot 10^3$ до $3 \cdot 10^5$ и падает до 0,239 при $Re = 6 \cdot 10^5$.

Более высокие скорости в возвратном течении (вплоть до появления локальной сверхзвуковой зоны) получены нами при расчетах обтекания затупленного осесимметричного тела в предположении ламинарности течения [5]. Сверхзвуковые скорости в рециркуляционной зоне наблюдались также другими авторами (например, при расчетах плоского течения за цилиндром в [7]). Расчеты, проведенные в данной работе, согласуются с высказанным в [5] предположением, что появление локальных сверхзвуковых зон в возвратном течении за телом наиболее вероятно для таких режимов обтекания, когда длина отрывной зоны максимальна, т. е. когда турбулентный характер течения еще не проявился в приближении точки присоединения потока к донному срезу.

Направление скорости в окрестности угловой точки для $M = 2,8$ показано на рис. 5. Появление пары вращающихся в противоположных направлениях мелкомасштабных вихрей в окрестности точки отрыва на вертикальной кромке пластины наблюдается в данных расчетах при увеличении Re аналогично тому, как это имело место в расчетах, описанных в [5]. Однако эти мелкомасштабные вихри снова исчезают, когда Re достигает значения $6 \cdot 10^5$. Существование и последующее исчезновение с ростом Re мелкомасштабных вихрей происходит и при $M = 4,0$. Точка отрыва основного потока на вертикальной

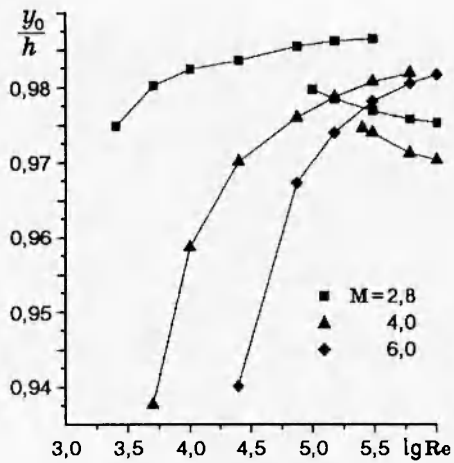


Рис. 6

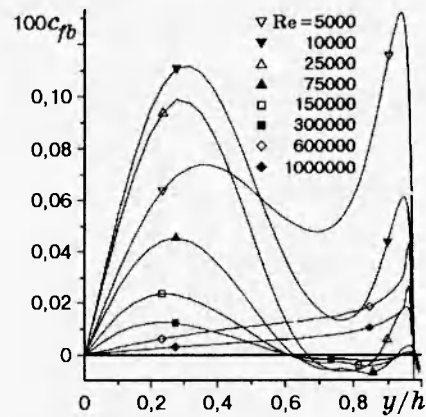


Рис. 7

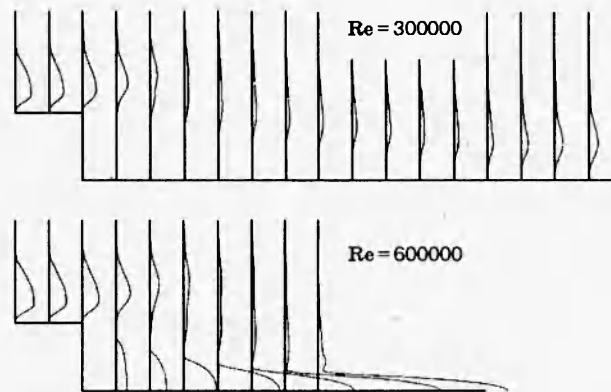


Рис. 8

кромке с увеличением Re монотонно приближается к угловой точке, а затем несколько удаляется от нее (рис. 6).

Положение точки отрыва определялось по смене знака коэффициента трения $c_{fb} = (2\mu/Re) \partial u_\tau / \partial n$, распределение которого вдоль основания пластины для $M = 2,8$ приведено на рис. 7. Положительное значение коэффициента соответствует движению газа от линии симметрии. Отрицательное значение коэффициента трения на участке от угловой точки до точки отрыва не показано ввиду малости этой зоны. Кривые на рис. 7 для $Re = 6 \cdot 10^5$ и 10^6 изображены в увеличенном в 100 раз по отношению к остальным кривым масштабе, что вызвано очень медленным, как уже отмечалось выше, движением газа вдоль основания пластины для таких значений Re .

На рис. 8 при $M = 2,8$ представлены профили турбулентной вязкости μ_t в нескольких поперечных сечениях. Для $Re = 3 \cdot 10^5$ приведено то из двух решений, которое соответствует «ламинарному» режиму с длинной отрывной зоной, а для $Re = 6 \cdot 10^5$ — единственное решение, отвечающее «турбулентному» режиму течения. Как видно, существенно различная картина течения в ближнем следе обусловлена весьма незначительным отличием профилей во входном сечении. Рис. 8 показывает, что после некоторой ламинаризации потока при сходе с пластины он вновь турбулизуется ниже по течению в горле следа при слиянии с симметричным ему потоком. По-видимому, степень турбулизации потока в гор-

ле следа при $Re = 6 \cdot 10^5$ превышает критическую величину, когда он усиливает влияние на отрывную зону, что приводит первоначально к небольшому ее сокращению, усиливает разворот потока к оси, еще более турбулизует его и т. д.

В заключение отметим, что существование двух стационарных режимов течения в некотором диапазоне определяющих параметров, соответствующих различным режимам изменения числа Рейнольдса (возрастание Re от малых величин к большим и уменьшение Re от больших величин к малым — это «гистерезисное» по числу Рейнольдса явление подобно «затягиванию» перехода от ламинарного течения к турбулентному), имеет, по видимому, физический характер и не должно существенно зависеть от выбранной модели турбулентности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-16362).

ЛИТЕРАТУРА

1. Чжен П. Отрывные течения. М.: Мир, 1972, 1973. Т. 1-3.
2. Гогиш Л. В., Нейланд В. Я., Степанов Г. Ю. Теория двумерных отрывных течений // Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика. М.: ВИНТИ, 1975. Т. 8. С. 5-73.
3. Швец А. И., Швец И. Т. Газодинамика ближнего следа. Киев: Наук. думка, 1976.
4. Ковеня В. М., Лебедев А. С. Численное моделирование вязкого отрывного течения в ближнем следе // ПМТФ. 1989. № 5. С. 53-59.
5. Kovenya V. M., Lebedev A. S., Cherny S. G. Numerical algorithms for solving the Euler and Navier — Stokes equations on the basis of the splitting up method // Computational Fluid Dynamics / Ed. G. de Vahl Davis and C. Fletcher. Amsterdam: North-Holland, 1988. P. 718-724.
6. Hollanders H., Devezeaux de Lavergue D. High speed laminar near wake flow calculation by an implicit Navier — Stokes solver // AIAA 8th Computational Fluid Dynamic Conf., 1987. P. 598-607.
7. Егоров И. В., Зайцев О. Л. Об одном подходе к численному решению двумерных уравнений Навье — Стокса методом сквозного счета // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1991. Т. 31, № 2. С. 286-299.
8. Coakley T. J. A Compressible Navier — Stokes Code for Turbulent Flow Modeling. N. Y., 1985. (NASA TM 85-899).
9. Борисов А. В., Карамышев В. Б. Метод численного исследования отрывных турбулентных течений. Новосибирск, 1988. (Препр./ИТПМ СО АН СССР; № 9).
10. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.

Поступила в редакцию 20/III 1995 г.