

О НЕЙТРАЛИЗАЦИИ СФЕРИЧЕСКИ РАСХОДЯЩИХСЯ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В. А. Левин

(Москва)

В работе рассматривается процесс нейтрализации сферически расходящегося потока ионов. Показано, что в зависимости от величин определяющих параметров возможны два различных поведения потенциала в нейтрализованном потоке. В отличие от плоского случая, когда происходят незатухающие колебания потенциала [1-4], в сферическом случае потенциал либо совершает затухающие колебания, либо монотонно стремится к предельному значению. В качестве примера приведены результаты численного расчета в случае нейтрализации цезиевого потока ионов электронами.

Проблеме нейтрализации ионных пучков посвящено много работ. В них детально изучается процесс нейтрализации в одномерном плоском ионном пучке, когда все параметры зависят только от расстояния до некоторой плоскости. Решения показывают, что происходят незатухающие колебания потенциала, если пренебречь диссипативными процессами [1-4]. В действительности пучки заряженных частиц, если они не подвергаются дополнительной фокусировке, являются расходящимися за ускоряющим электродом. Поэтому представляет интерес задача о нейтрализации сферически расходящегося потока, как более приближающегося по форме к действительным ионным пучкам.

На фиг. 1 приведена схема расположения электродов, обеспечивающих получение сферически расходящегося потока. Первый электрод с радиусом r^0 является эмиттером ионов, вторая сетка радиуса r_0 — ускоряющая, а третья, нейтрализующая сетка является источником заряженных частиц противоположного знака. Ионный ток создается разностью потенциалов Φ_0 . За счет энергии, приобретенной в ускоряющем промежутке 1, ионы достигают нейтрализующую сетку, находящуюся при потенциале $0 \leq \Phi_* < \Phi_0$, а затем выходят во внешнюю область 3. Электрическое поле ионного пучка вытягивает из нейтрализатора частицы другого знака, и потом этот поток распространяется во внешнем пространстве. Нейтрализатор предполагается идеальным, т. е. его эмиссионная способность не ограничена. Решение задачи об ускорении пучка в области ускоряющего промежутка в сферическом случае рассмотрено в [5], где приводится расчет величины ионного тока в зависимости от величины потенциала Φ_0 и длины ускоряющего промежутка.

В области 2 задачу можно не решать, так как расстояние $r_* - r_0$ всегда можно выбрать таким, чтобы весь ионный поток доходил до нейтрализатора. Поэтому рассмотрим только процесс нейтрализации во внешней области.

Поведение такого смешанного потока описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} mu^2 &= 2e(\Phi - \Phi_*), & 4\pi r^2 nu &= J \\ Mu_i^2 &= 2e(\Phi_0 - \Phi), & 4\pi r^2 n_i u_i &= J_i \\ \frac{d}{dr} r^2 \frac{d\Phi}{dr} &= 4\pi e r^2 (n - n_i) \end{aligned} \quad (1)$$

Фиг. 1

Здесь M , u_i , n_i — соответственно масса иона, скорость и их плотность; m , u — соответственно масса, скорость и плотность частиц другого знака; e — заряд электрона (частицы предполагаются однозарядными); Φ — потенциал; J_i , J — полные потоки соответствующих частиц.

При выводе этой системы для простоты предполагалось, что частицы покидают нейтрализатор с нулевой скоростью.

Исключая плотности из уравнения Пуассона, получим уравнение для потенциала

$$\frac{d}{dr} r^2 \frac{d\Phi}{dr} = e \left(\frac{J \sqrt{1/2} m / e}{\sqrt{\Phi - \Phi_*}} - \frac{J_i \sqrt{1/2} M / e}{\sqrt{\Phi_0 - \Phi}} \right) \quad (2)$$

Граничными условиями будут

$$\Phi = \Phi_*, \quad \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad \text{при } r = r_* \quad (3)$$

Равенство напряженности электрического поля нулю означает, что вытягиваемый ток с нейтрализатора ограничен пространственным зарядом. Это есть следствие предположения о неограниченной эмиссии с нейтрализатора.

Введя безразмерные переменные

$$\varphi = \frac{\Phi - \Phi_*}{\Phi_0 - \Phi_*}, \quad r = r_* e^s \quad (4)$$

получим основное уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} + \frac{d\varphi}{ds} = A \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\varphi}} - \frac{1}{\sqrt{1-\varphi}} \right), \quad \varphi = \frac{d\varphi}{ds} = 0 \quad \text{при } s = 0 \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{J}{J_i} \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{M}}, \quad A = \frac{J_i \sqrt{Me}}{\sqrt{2} (\Phi_0 - \Phi_*)^{3/2}} \quad (6)$$

Полученное уравнение в плоскости годографа φ и $\psi = d\varphi/ds$ эквивалентно системе

$$\frac{d\varphi}{ds} = \psi, \quad \frac{d\psi}{ds} = -\psi + A \left(\frac{\alpha}{\sqrt{\varphi}} - \frac{1}{\sqrt{1-\varphi}} \right) \quad (7)$$

Эта система не имеет периодического решения, так как удовлетворяет критерию Бендиксона [6]. Особой точкой системы является

$$\varphi = \alpha^2 / (1 + \alpha^2), \quad \psi = 0$$

Эта точка соответствует бесконечно удаленной точке. Чтобы выяснить характер особой точки, разложим правую часть системы (7) в ряд в окрестности этой точки и, отбрасывая члены, начиная со второго порядка малости, получим уравнение

$$\frac{d\psi}{d\varphi_1} = - \frac{\lambda^2 \varphi_1 + 4\psi}{4\psi} \quad (8)$$

$$\left(\varphi = \frac{\alpha^2}{1 + \alpha^2} + \varphi_1, \quad \lambda^2 = \frac{2A(1 + \alpha^2)^{3/2}}{\alpha^2} \right)$$

Корни его характеристического уравнения $k^2 + k + 1/4\lambda^2 = 0$ равны

$$k_{1,2} = -1/2 \pm 1/2 \sqrt{1 - \lambda^2}$$

Возможны очевидно два случая.

(1) При $\lambda^2 \leq 1$. В этом случае особая точка является «узлом». Интегральные кривые входят в эту точку.

(2) При $\lambda^2 > 1$. В этом случае корни $k_{1,2}$ — комплексные с отрицательной действительной частью. Особая точка является устойчивым «фокусом». Интегральные кривые в фазовой плоскости навиваются на эту точку.

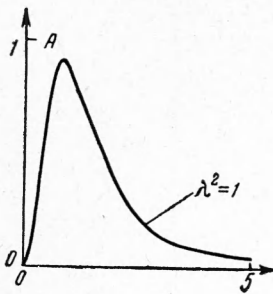
В действительной плоскости в случае (1) потенциал не колеблется и монотонно возрастает от нуля до своего предельного значения $\varphi_\infty = \alpha^2 (1 + \alpha^2)^{-1}$. Случай (2) соответствует затухающим колебаниям потенциала около предельного значения.

Поведение потенциала при больших значениях параметра s описывается асимптотическими формулами:

$$\varphi = \varphi_\infty + c_1 \exp[-1/2(1 + \sqrt{1 - \lambda^2})s] + c_2 \exp[-1/2(1 - \sqrt{1 - \lambda^2})s] \quad \text{при } \lambda^2 < 1 \quad (9)$$

$$\varphi = \varphi_\infty + c_3 e^{-1/2s} + c_4 s e^{-1/2s} \quad \text{при } \lambda^2 = 1 \quad (10)$$

$$\varphi = \varphi_\infty + e^{-1/2s} (c_5 \sin 1/2 \sqrt{\lambda^2 - 1} s + c_6 \cos 1/2 \sqrt{\lambda^2 - 1} s) \quad \text{при } \lambda^2 > 1 \quad (11)$$



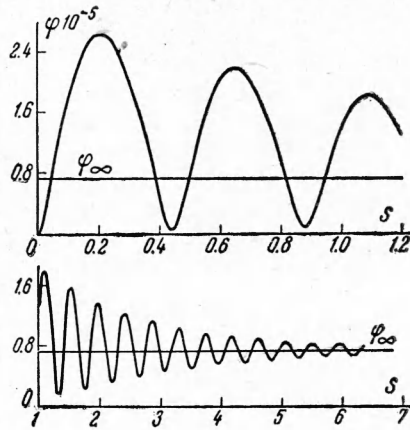
Фиг. 3

При малых значениях параметра s решение уравнения (5) с соответствующими граничными условиями имеет вид

$$\varphi = (\vartheta/4 A \alpha)^{2/3} s^{4/3} \sum_{k=0}^{\infty} a_k s^{1/3 k} \quad (12)$$

Ниже приводятся значения первых коэффициентов ряда (12)

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = -1/5 \alpha^{-1} (\vartheta/4 A \alpha)^{1/3}, \\ a_3 = -\vartheta/11, \quad a_4 = 1/28 a_2^2, \quad a_5 = -225/616 a_2, \dots$$



Фиг. 2

В фазовой плоскости интегральная кривая, проходящая через начало координат, будет

$$\psi = \varphi^{5/4} \sum_{k=0}^{\infty} b_k \varphi^{1/4 k} \quad (13)$$

Коэффициенты разложения находятся по формулам

$$b_0 = 2 \sqrt{A\alpha}, \quad b_1 = 0, \quad b_2 = -A/b_0, \quad b_3 = -4/5$$

$$b_4 = -\frac{A^2}{2b_0^3}, \quad b_5 = -\frac{8A}{35b_0^2}, \quad b_6 = \frac{4}{25b_0} - \frac{A^3}{2b_0^5} - \frac{A}{4b_0}$$

Остальные можно вычислить по рекуррентным соотношениям

$$b_{4m-1} = -\frac{1}{b_0} \left(\frac{4}{4m+1} b_{4m-4} + b_1 b_{4m-2} + \dots + b_i b_{4m-i-1} + \dots + b_{2m-1} b_{2m} \right)$$

$$b_{4m} = -\frac{1}{b_0} \left(\frac{2}{2m+1} b_{4m-3} + b_1 b_{4m-1} + \dots + b_i b_{4m-i} + \dots + \frac{1}{2} b_{2m}^2 \right)$$

$$b_{4m+1} = -\frac{1}{b_0} \left(\frac{4}{4m+3} b_{4m-2} + b_1 b_{4m} + \dots + b_i b_{4m-i+1} + \dots + b_{2m} b_{2m+1} \right)$$

$$b_{4m+2} = -\frac{1}{b_0} \left(\frac{A(2m-1)!!}{2^m (m+1)!} + \frac{1}{m+1} b_{4m-1} + b_1 b_{4m+1} + \dots \right. \\ \left. \dots + b_i b_{4m-i+2} + \dots + \frac{1}{2} b_{2m+1}^2 \right) \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (14)$$

Оценим теперь, какое решение будет реализоваться при нейтрализации цезиевого пучка. Вычислим величину λ^2

$$\lambda^2 = \frac{2\Pi}{(1 - \Phi_*/\Phi_0)^{3/2}} \sqrt{\frac{M}{2e}} \frac{M(1 + m/M)^{5/2}}{m} \quad \left(\Pi = \frac{eJ_i}{\Phi_0^{3/2}} \right)$$

Здесь Π — перванс системы; эта величина имеет в интересных случаях [7] порядок $10^{-8} - 10^{-9} a/e^{3/2}$.

Если предположить, что $\Phi_* \ll \Phi_0$, то при нейтрализации электронами окажется, что $\lambda^2 \sim 10^3$, т. е. будут происходить затухающие колебания потенциала. Однако, если нейтрализовать этот же пучок любыми отрицательными ионами, начиная с ионов водорода, то потенциал не колеблется и монотонно возрастает до своего предельного значения.

На фиг. 2 приводятся результаты численного расчета в случае нейтрализации цезиевого пучка электронами ($\alpha = 2.71 \cdot 10^{-3}$, $A = 2.98 \cdot 10^{-3}$).

В общем случае влияние определяющих параметров A и α на вид решения для потенциала изображено на фиг. 3. Область, лежащая ниже кривой, соответствует монотонному поведению потенциала, область выше кривой — затухающим колебаниям.

Поступила 19 I 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Staff of the Ramo-Wooldrige Research Laboratory. «Electrostatic Propulsion». Proc. I. R. E., 1960, vol. 48, No. 4.
2. И г н а т е н к о В. П., М я с н и к о в А. С. Компенсация ионного пространственного заряда электронами. Радиотехника и электроника, 1961, № 12.
3. Л е б е д е в С. Я., С т а в и с к и й Ю. Я. и др. Колебания плазмы при нейтрализации ионных пучков. Ж. техн. физ., т. 31, № 10.
4. S e i t z R. N., S h e l t o n R., S t u h l i n g e r E. Present Status of the Beam Neutralization problem. Progress in Astronautics and Rocketry Electrostatic Propulsion, 1961, vol. 5. (русс. перев. в кн. «Электростатические ракетные двигатели». Изд. «Мир», 1964).
5. П и р с Дж. Р. Теория и расчет электронных пучков. Изд. «Сов. радио», 1956.
6. Н е м ы ц к и й В. В., С т е п а н о в В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений. Гостехиздат, 1949.
7. S t u h l i n g e r E. Ion propulsion for space flight. Изд. McGraw-Hill, 1964.