

3. Кузнецов В. М., Матвеев Ф. И. О детонации смеси ВВ с полистиролом.— ФГВ, 1977, № 6.
4. Кривченко А. А., Шведов К. К. и др. Исследование детонационных характеристик систем гексоген — наполнитель.— ФГВ, 1972, № 4.
5. Persson A., Persson P.-A. Measurements of detonation pressures in condensed explosives at low and high initial densities.— In: Proc. of Symp. High Dynamic Pressure. Paris. 1967.
6. Horning H. C., Lee E. L., Finger M., Kyrrle T. E. Equation of state of detonation products.— In: Proc. of 5th Symp. (Intern.) on Detonation. California, 1970.
7. Канель Г. И. Применение манганиновых датчиков для измерения давлений ударного сжатия конденсированных сред. ВИНТИ, отд. научных фондов, № 477—74 Деп. 1974.
8. Воскобойников И. М., Киришин А. Н., Афанасенков А. Н., Воскобойникова И. Ф. Два новых способа измерения динамических давлений.— В кн.: Доклады I Всесоюз. симпозиума по импульсным давлениям. М., 1974.
9. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. Теория детонации. М.: Гостехиздат, 1955.
10. Дремин А. Н., Савров С. Д., Трофимов В. С., Шведов К. К. Детонационные волны в конденсированных средах. М.: Наука, 1970.
11. Альтшулер Л. В., Рязанов В. Т., Сперанская М. П. Влияние тяжелых примесей на режимы детонации конденсированных ВВ.— ПМТФ, 1972, № 1.
12. Кузнецов Н. М. К неоднозначности и устойчивости детонационного режима.— ЖЭТФ, 1967, т. 52, вып. 1.

УДК 534.222.2

ЭФФЕКТЫ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ И ВЛИЯНИЕ ПЛАВЛЕНИЯ НА УДАРНОЕ СЖАТИЕ ПОРИСТЫХ ТЕЛ

С. З. Дунин, В. В. Сурков

(Москва)

Ударные волны — явление, связанное не только с возможностью разрушительного действия, но используемое в чисто конструктивном аспекте: прессование материалов, сварка, восстановление термодинамических параметров конденсированных веществ [1], конструирование материалов с данной степенью пористости, использование пористых материалов как амортизатора ударной волны [2].

Боле разработаны вопросы, связанные с распространением интенсивных ударных волн (давления больше 50 ГПа) в пористых телах [1]. Явления же в ударных волнах интенсивности от 0,1 ГПа до десятков гигапаскалей пока еще изучены не столь детально. В частности, не исследованы вопросы механизма диссипации энергии при ударном сжатии пористых тел в этом диапазоне давлений.

Эксперименты с пористыми образцами [3, 4] показывают: вязкопластическое течение вещества в ударной волне наиболее интенсивно протекает в окрестности сильных неоднородностей. Локальные температуры в этих областях заметно превосходят среднюю температуру в ударной волне. Аналогичные эффекты наблюдаются при взрывном обжатии цилиндрических оболочек, где происходило плавление и испарение внутренних поверхностей оболочек [5].

В данной работе выводится распределение внутренней энергии в окрестности неоднородности и на основе этого распределения анализируется характер кумуляции энергии и эффекты плавления при ударном сжатии пористых тел. Исследуется влияние теплового расширения вещества и изучается поведение аномальных адиабат пористых сред в диапазоне давлений, сравнимых с прочностью вещества. Рассматриваются вопросы о структуре ударного фронта, анализируется зависимость объема расплава от амплитуды волны.

Рассмотрим ударные волны, амплитуда которых мала по сравнению со сжимаемостью твердого тела K ($K \sim 50$ ГПа), но достаточно велика, чтобы в окрестностях пор возникло вязкопластическое течение. В этом диапазоне давлений ширина ударного фронта много больше размеров неоднородностей [6], причем твердое тело можно считать несжимаемым, так как плотность среды изменяется в основном за счет пластического затекания пор. Исследуем поведение вещества с порами на основе модели сферических ячеек [6]. Объемные деформации ячеек характеризуются изменением макроскопического параметра пористости α , равного отношению полного объема среды к объему твердого тела. В данной модели $\alpha = b^3/(b^3 - a^3)$, где b и a — текущие радиусы ячейки и поры. Сферическое

симметричное сжатие ячейки описывается уравнением движения и условиями вязкопластического течения

$$(1) \quad \rho_T \frac{dv}{dt} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r};$$

$$(2) \quad \sigma_r - \sigma_\theta = Y + 2\eta (\partial v / \partial r - v/r)$$

с граничным условием $\sigma_r(a) = 0$ (считаем, что количество газа в порах незначительно). Здесь σ_r и $\sigma_\theta = \sigma_\phi$ — компоненты локального тензора напряжений; v — скорость радиального движения; $\rho_T = \text{const}$, Y и η — плотность, предел текучести и вязкость твердого тела. Условие сохранения массы вещества при $\rho_T = \text{const}$ имеет вид $r^3 - r_0^3 = a^3 - a_0^3$ (индекс нуль относится к начальным значениям величин), откуда получается выражение для скорости

$$(3) \quad v = a_0^3 \dot{\alpha} / [3(\alpha_0 - 1)r^2].$$

Система механических уравнений (1) — (3) разрешается [6], что позволяет определить характер движения среды в окрестностях пор и найти связь между усредненными значениями давления и плотности среды.

Исследуем эффекты локального разогрева вещества, к которым приводит вязкопластическое затекание пор. Уравнение для диссипированной на единицу объема энергии ε_d запишем в лагранжевых переменных r_0, t

$$(4) \quad \frac{\partial \varepsilon_d}{\partial t} = \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{3} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right).$$

Подставляя соотношения (2), (3), выраженные через переменные r_0, t , в уравнение (4) и интегрируя (4) по времени, получим

$$(5) \quad \varepsilon_d(r_0, t) = -\frac{2Y}{3} \ln \left[1 - \frac{a_0^3(\alpha_0 - \alpha)}{r_0^3(\alpha_0 - 1)} \right] + \\ + \frac{4\eta a_0^3}{3} \int_{-\infty}^t \frac{\dot{\alpha}^2 dt}{[r_0^3(\alpha_0 - 1) - a_0^3(\alpha_0 - \alpha)]^2}.$$

Здесь первое слагаемое определяет вклад в диссипацию энергии из-за пластического трения, а второе — за счет вязкости. Полное приращение внутренней энергии ε элемента среды с координатой r_0 (рассматриваются процессы, время протекания которых $t_p \ll t_T, t_T$ — характерные времена теплопроводности) включает в себя также кинетическую энергию движения вещества к центрам пустот

$$(6) \quad \varepsilon_K(r_0, t) = \frac{\rho_T a_0^6 \dot{\alpha}^2}{18(\alpha_0 - 1)^{2/3} [r_0^3(\alpha_0 - 1) - a_0^3(\alpha_0 - \alpha)]^{4/3}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_d + \varepsilon_K,$$

которая в конечном счете также переходит в тепло.

Усреднение величины ε по объему твердого вещества ячейки дает изменение средней величины внутренней энергии \mathcal{E} на единицу объема твердого тела. Приращение энергии единицы массы твердотельной компоненты \mathcal{E}/ρ_T равно соответствующей величине для пористой среды, так как поверхностной энергией пор можно пренебречь [2]. Усредняя соотношения (5), (6), приходим к выражению для \mathcal{E}

$$(7) \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3, \\ \mathcal{E}_1 = \frac{2Y}{3} \left\{ \alpha_0 \ln \frac{\alpha_0}{\alpha} - (\alpha_0 - 1) \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} + (\alpha_0 - \alpha) \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} \right\}, \\ \mathcal{E}_2 = \frac{4\eta}{3} \int_{-\infty}^t \frac{\dot{\alpha}^2 dt}{\alpha(\alpha - 1)}, \quad \mathcal{E}_3 = \frac{\rho_T a_0^6 \dot{\alpha}^2}{6(\alpha_0 - 1)^{2/3} [(\alpha - 1)^{1/3} - \frac{1}{\alpha^{1/3}}]}.$$

где \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 — средние величины диссипированной энергии за счет пластического и вязкого трения; \mathcal{E}_3 — средняя кинетическая энергия движения, возникающего при захлопывании пустот.

[Выражение для внутренней энергии может быть также представлено в виде работы, затрачиваемой на закрытие пор. Распределение микронапряжений в окрестности поры можно найти, подставляя (2), (3) в (1) и интегрируя уравнение (1) по радиусу с учетом граничного условия. В результате получим

$$(8) \quad \sigma_r = 2Y \ln \frac{a}{r} + \frac{4\eta a_0^3 \dot{\alpha}}{3(\alpha_0 - 1)} (a^{-3} - r^{-3}) + \\ + \frac{\rho_T a_0^3}{3(\alpha_0 - 1)} \left[\ddot{\alpha} (a^{-1} - r^{-1}) + \frac{\dot{\alpha}^2 a_0^3}{6(\alpha_0 - 1)} (r^{-4} - a^{-4}) \right].$$

Напряжение на поверхности ячейки, играющее роль внешней силы, найдем, подставляя $r = b$ в (8) и преобразуя результат к виду

$$(9) \quad -\sigma_r |_{r=b} = \frac{\rho_T a_0^2}{3(\alpha_0 - 1)^{2/3}} \left\{ \ddot{\alpha} \left[\alpha^{-1/3} - (\alpha - 1)^{-1/3} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\dot{\alpha}^2}{6} \left[(\alpha - 1)^{-4/3} - \alpha^{-4/3} \right] \right\} - \frac{4\eta \dot{\alpha}}{3\alpha(\alpha - 1)} + \frac{2Y}{3} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}.$$

Вычисляя работу этих сил, получаем следующее соотношение:

$\mathcal{E} = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sigma_r(b) d\alpha$, где \mathcal{E} определяется выражением (7). Отсюда следует, в частности, что средняя величина внутренней энергии пористой среды не равна интегралу по объему от среднего давления \bar{P} . Этот результат вытекает из того, что для пористого тела в динамическом случае, как отмечалось [6], величины P и $-\sigma_r(b)$ различаются.

Скорость деформации материала $\dot{\alpha}$ определяется законами сохранения на ударном фронте, которые приводят к зависимости

$$(10) \quad P - P_0 = \rho_T D^2 (\alpha_0 - \alpha) / \alpha_0^2$$

(D — скорость ударной волны, P_0 — амплитуда упругого предвестника) и уравнением состояния, определяющим связь между P , α и производными от α . Так, исследование плоского стационарного фронта с учетом динамики вязкопластического затекания пор [6] позволило определить явный вид зависимости $\dot{\alpha}(\alpha)$ для случая $1 \ll \eta / (a_0 \sqrt{\rho_T Y}) \equiv R$:

$$(11) \quad \dot{\alpha}(\alpha) = \frac{3\alpha(\alpha - 1)}{4\eta} \rho_T D^2 \left[\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0^2} + \frac{2Y}{3\rho_T D^2} \ln \frac{\alpha(\alpha_0 - 1)}{\alpha_0(\alpha - 1)} \right].$$

Переходя в выражении (7) от переменной t к переменной α (ввиду того что в волне нагружения $\alpha(t)$ — монотонная функция) и проводя интегрирование с учетом уравнения (11), получим величину \mathcal{E}_2 в виде

$$(12) \quad \mathcal{E}_2 = \frac{\rho_T D^2}{2\alpha_0^2} (\alpha_0 - \alpha)^2 + \frac{2Y}{3} \left\{ \alpha \ln \frac{\alpha(\alpha_0 - 1)}{\alpha_0(\alpha - 1)} + \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha_0 - 1} \right\}.$$

Кинетической энергией в этом приближении можно пренебречь, так как $\mathcal{E}_3 \sim R^{-2} \ll 1$. Таким образом, диссипированная энергия во фронте ударной волны представляется в виде двух слагаемых, зависящих от пористости. Проанализируем соотношение этих величин в зависимости от амплитуды ударной волны. При низких давлениях в волне, когда конечное значение пористости близко к первоначальной величине α_0 , выражения для \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 могут быть представлены в виде

$$(13) \quad \mathcal{E}_1 = P_0 (\alpha_0 - \alpha), \quad \mathcal{E}_2 = \rho_T (D^2 - D_0^2) (\alpha_0 - \alpha)^2 / (2\alpha_0^2),$$

где $P_0 = (2Y/3) \ln[\alpha_0/(\alpha_0 - 1)]$; $D_0 = \{2Y\alpha_0/[3\rho_T(\alpha_0 - 1)]\}^{1/2}$ — минимальная скорость ударных волн в пористой среде [6]. Из (13) следует, что $\mathcal{E}_1 \gg \mathcal{E}_2$.

Для интенсивной ударной волны соотношения для \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 можно упростить, учитывая, что конечная пористость α близка к 1. Принимая во внимание, что при $R \gg 1$ давление и пористость за фронтом волны при $\dot{\alpha} = 0$ связаны соотношением

$$(14) \quad P = P_e(\alpha) = \frac{2Y}{3} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1},$$

и исключая величину D из (12) при помощи (10), запишем выражение для \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 в виде

$$\mathcal{E}_1 = (2Y/3)[\alpha_0 \ln \alpha_0 - (\alpha_0 - 1) \ln(\alpha_0 - 1)], \quad \mathcal{E}_2 = (P - P_0) \times \\ \times (\alpha_0 - 1)/2 - (2Y/3) \ln \alpha_0.$$

Таким образом, в диапазоне давлений $P \gg Y$, когда поры выбирают практически полностью, величина $\mathcal{E}_2 \gg \mathcal{E}_1$, т. е. диссипация энергии происходит в основном за счет вязкого трения. Этот результат следует также из того обстоятельства, что на диаграмме $P - \alpha$ слагаемое \mathcal{E}_2 определяется площадью, ограниченной линией Рэлея и статической кривой $P_e(\alpha)$.

Складывая выражения для \mathcal{E}_1 (7) и \mathcal{E}_2 (12) и представляя величину D через амплитуду ударной волны, имеем соотношение

$$(15) \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = (\alpha_0 - \alpha)(P + P_0)/2,$$

справедливое во всех точках стационарного фронта волны. Так, в конечном состоянии за фронтом ударной волны уравнение (15) совпадает с адиабатой Гюгонно среды, записанной в обычном виде $\mathcal{E}/\rho_T = (V - V_0) \times (P + P_0)/2$, где P и V — конечные значения давления и удельного объема.

При учете инерционных эффектов соотношение (15), вообще говоря, не выполняется, так как часть энергии волны переходит в кинетическую энергию колебательных движений среды вокруг пустот, которая здесь не учитывалась. В этом случае происходит отклонение кривой динамического сжатия от статической кривой $P_e(\alpha)$, что связано с влиянием инерционных эффектов [6].

Из анализа выражения (5) для диссипированной энергии видно, что наиболее высокие температуры возникают вблизи поверхностей пор.

Подставляя в (5) $r_0 = a_0$ и переходя к переменной α , получим

$$(16) \quad \varepsilon_d(a_0, \alpha) = \frac{2Y}{3} \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} + \frac{4\eta D}{a_0} \int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{d\alpha'}{d\tau} (\alpha') \frac{d\alpha'}{(\alpha' - 1)^2}, \quad \tau = \frac{tD}{a_0}.$$

При захлопывании пустот в твердом теле выполняется асимптотическая зависимость $d\alpha/d\tau \sim (\alpha - 1)^{1/6}$ [6]. Отсюда находим, что при $\alpha \rightarrow 1$ член, связанный с пластичностью, имеет логарифмическую особенность, а вязкое слагаемое в (16) стремится к ∞ как $(\alpha - 1)^{-5/6}$. Кумуляция энергии, связанная с пластичностью, может быть устранена, если учесть, что при температурах плавления вещество в окрестности поры переходит в жидкое состояние с $Y = 0$.

При большой начальной пористости разогрев вещества в ударной волне настолько интенсивен, что становятся существенными эффекты теплового расширения материала. Так, при $\alpha_0 \gtrsim 2$ и давлениях в волне выше нескольких гигапаскалей плотность вещества за ударным фронтом уменьшается за счет тепловых эффектов [1, 7]. Исследование поведения пористой среды в этом диапазоне давлений следует проводить с учетом сжимаемости вещества. Для этого воспользуемся уравнением состояния твердого тела Ми — Грюнайзена в виде

$$(17) \quad E = E_x + V^T(Q - Q_x)/T,$$

где E и E_x — полная и холодная энергии единицы массы твердого вещества; Q и V_T — давление и удельный объем твердого тела; Γ — коэффициент Грюнайзена, который можно считать постоянным для давлений $Q \ll K$. Учитывая, что изменения объема и холодной составляющей давления Q_x в этом диапазоне давлений связаны линейно-упругим соотношением [1], имеем

$$(18) \quad \begin{aligned} Q_x - Q_x(V_{T0}) &= K(V_{T0} - V_T)/V_{T0}, \\ E_x - E_x(V_{T0}) &= K(V_{T0} - V_T)^2/(2V_{T0}). \end{aligned}$$

Здесь энергия единицы массы пористого вещества равна энергии сплошного вещества, если пренебречь поверхностной энергией пор. Запишем ударную адиабату среды в обычном виде

$$(19) \quad E - E_0 = (P + P_0)(V_0 - V)/2,$$

полученном (15) для случая $R \gg 1$ на основе анализа диссипативных процессов в ударной волне. Присоединяя к уравнениям (17)–(19) соотношение (14), дающее зависимость между давлением и пористостью за ударным фронтом, и учитывая связи $Q = P\alpha$, $V = V_T\alpha$, получим систему уравнений, которая определяет ударную адиабату пористого вещества. Конечное состояние среды за ударным фронтом выражается значениями E , P , V , α , Q , V_T . Так, разрешая уравнения относительно P и $V_1 = V/V_0$, получаем ударную адиабату пористого вещества в виде

$$(20) \quad \begin{aligned} V_1^2 \frac{\alpha_0 h}{\alpha^2} + V_1 \left\{ \frac{Ph + P_0}{K} - \frac{h+1}{\alpha} - \frac{(1-h)}{\alpha K} Q_{x0} \right\} + \\ + \frac{1}{\alpha_0} + \frac{(1-h)}{\alpha_0 K} Q_{x0} - \frac{P + P_0 h}{K} = 0, \end{aligned}$$

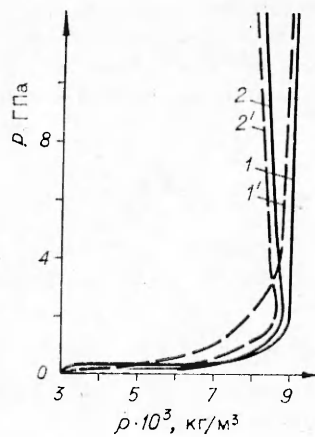
где $\alpha = \alpha(P)$ определяется выражением (14). Параметр $h = 1 + 2/\Gamma$, а Q_{x0} может быть найдено из условия $Q_{x0} = P_0\alpha_0 - E_{T0}\Gamma/V_{T0}$, в котором $E_{T0} = E_{T0}(T_0, V_{T0})$ — значение тепловой энергии вещества при начальной температуре T_0 и объеме V_{T0} .

Из двух решений квадратного относительно V_1 уравнения (20) следует выбрать решение со знаком плюс перед квадратным корнем, так как оно проходит через начальную точку $V_1 = 1$, $P = P_0$. При низких давлениях, когда членами P/K и P_0/K можно пренебречь, уравнение (20) преобразуется к виду $V_1 = \alpha/\alpha_0$ (или $V = V_{T0}\alpha$), который не зависит от h , K , Q_{x0} . Отсюда следует, что изменение объема связано только с уменьшением объема пор и разогревом вещества можно пренебречь.

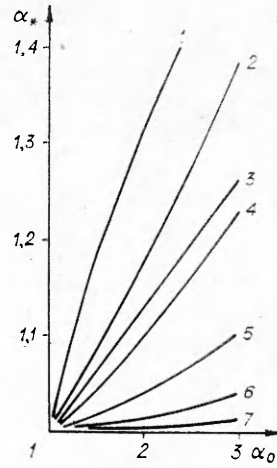
В другом предельном случае при $\alpha \rightarrow 1$ уравнение (20) разрешается относительно P и принимает вид

$$(21) \quad \begin{aligned} P = \{K[V_1(h+1) - V_1^2\alpha_0 h - \alpha_0^{-1}] + \\ + (1-h)(V_1 - \alpha_0^{-1})Q_{x0} + P_0(h - V_1)\} \{hV_1 - 1\}^{-1}. \end{aligned}$$

Это выражение согласуется с результатами [1], где получена ударная адиабата пористого вещества в пренебрежении прочностью среды Y . Так как из анализа (21) при $V \approx V_{T0}$ ($V_1 \approx \alpha_0^{-1}$) следует, что для $\alpha_0 > h$ объем увеличивается, а при $\alpha_0 < h$ уменьшается, то при $\alpha_0 > h$ ударные адиабаты $P(V)$ имеют поворотную точку $V \approx V_{T0}$, отделяющую участок кривой, где объем возрастает с ростом амплитуды ударной волны. На фиг. 1 представлены расчеты ударных адиабат пористой меди по уравнениям (14), (20), которые сравниваются с экспериментальными результатами [7]. Использовались следующие значения параметров: $K = 1,2 \cdot 10^2$ ГПа, $V_{T0} = 1,1 \cdot 10^{-4}$ м³/кг, $Y = 0,23$ ГПа, $E = 7,7 \cdot 10^4$ Дж/кг, $\Gamma = 1,9$ [1, 8]; $\alpha_0 = 1,91$ и $2,98$ (кривые 1 и 2); 1', 2' — экспериментальные кривые для тех же значений α_0 . Отклонение расчетных кривых от экспериментальных в области $P \sim Y$ может быть связано с деформационным упрочнением материала, которое не учитывалось.



Ф и г. 1



Ф и г. 2

Области применимости формул (20), (21) ограничены давлениями в несколько десятков гигапаскалей, так как при больших давлениях существен нелинейный характер зависимости $Q_x(V_T)$. Если заменить приближенные соотношения (18) более общими, то уравнение (21) (для случая $\alpha \rightarrow 1$) переходит в уравнение, полученное в [1].

Рассмотрим ударные волны, интенсивность которых достаточна, чтобы вблизи пор образовались расплавленные зоны (условия возникновения этих областей будут получены ниже). Выражения для сдвиговых напряжений в твердой и жидкой фазах в окрестности поры запишем в виде

$$(22) \quad \begin{aligned} \sigma_r - \sigma_\theta &= Y + 2\eta (\partial v / \partial r - v/r), \quad r_* < r \leq b, \\ \sigma_r - \sigma_\theta &= 2\mu (\partial v / \partial r - v/r), \quad a \leq r < r_*, \end{aligned}$$

где η и μ — коэффициенты вязкости твердого тела и расплава; $r_* = r_*(t)$ — радиус расплавленной зоны, для определения которого необходимо знать распределение температур вблизи пор. На поверхностях пор и межфазных границах непрерывны нормальные составляющие локального тензора напряжений

$$(23) \quad \sigma_r(a) = 0, \quad \sigma_r(r_*+) = \sigma_r(r_*-).$$

Уравнение сферически-симметричного движения вещества к центру поры при условиях (22), (23) можно проинтегрировать, если считать, что твердое тело несжимаемо (в этом случае известно выражение для радиальной скорости (3)). Определив распределение напряжений вблизи поры и усреднив его по объему ячейки, получим следующую зависимость среднего давления в среде от пористости и радиуса расплавленной зоны [10]:

$$(24) \quad \begin{aligned} P &= \frac{\rho_T a_0^2}{(\alpha_0 - 1)^{2/3}} \left\{ -A(\alpha) \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} + B(\alpha) \frac{\dot{\alpha}^2}{6\alpha} \right\} - \\ &- \frac{4\dot{\alpha}}{3\alpha} \left[\frac{(\eta - \mu)(1 - \delta)}{\delta + \alpha - 1} + \frac{\mu}{\alpha - 1} \right] + \frac{2Y}{3} \ln \frac{\alpha}{\delta + \alpha - 1}, \\ A(\alpha) &= \frac{1}{3(\alpha - 1)^{1/3}} + \frac{(\alpha - 1)^{2/3} - \alpha^{2/3}}{2}, \\ B(\alpha) &= \frac{1}{\alpha^{1/3}} - \frac{1}{(\alpha - 1)^{1/3}} + \frac{1}{3(\alpha - 1)^{4/3}}, \quad \delta = \frac{r_*^3 - a^3}{b^3 - a^3}, \end{aligned}$$

где δ — относительная доля расплавленного вещества. При $\delta = 0$ выражение (24) аналогично соотношению, полученному в [6, 9] при отсутствии плавления. Динамические члены в выражении для P характеризуют

вклады благодаря инерции и вязкости, а последнее слагаемое определяет равновесную часть полного давления.

Разрешая систему уравнений (10), (24), получим дифференциальное уравнение второго порядка относительно функции $\alpha(\xi)$, где $\xi = (x - Dt)/a_0$, x — координата в направлении распространения волны, a_0 — начальный радиус пор. Для функции $g(\alpha) = d\alpha/d\xi$ это уравнение сводится к уравнению первого порядка

$$(25) \quad A(\alpha) \frac{dg}{d\alpha} = B(\alpha) - \frac{g}{6} + (\alpha_0 - 1)^{\frac{2}{3}} \left\{ \frac{4Rk}{3} \left[\frac{(1-n)(1-\delta)}{\delta + \alpha - 1} + \frac{n}{\alpha - 1} \right] - F(\alpha) \frac{\alpha(\alpha_0 - 1)^{2/3}}{g} \right\},$$

$$F(\alpha) = \frac{2k^2}{3} \ln \frac{\alpha_0(\delta + \alpha - 1)}{\alpha(\alpha_0 - 1)} + \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha_0^2}, \quad n = \frac{\mu}{\eta},$$

$$R = \eta / [a_0 \sqrt{\rho_T Y}], \quad k = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{Y}{\rho_T}}$$

с граничным условием $g(\alpha_0) = 0$. Для определения неизвестной функции $\delta = \delta(\alpha)$ воспользуемся распределением диссипированной энергии в окрестности поры (формула (5)). На границе расплава и твердой фазы при $r = r_*$ температура равна температуре плавления T_* , а приращение тепловой энергии $\varepsilon_* = \rho_T c_V (T_* - T_0) + \varepsilon_0$, где c_V — удельная теплоемкость, T_0 — начальная температура, ε_0 — скрытая теплота плавления. Приравнявая выражение для диссипированной энергии вблизи поры величине ε_* и выражая r_* через δ , получим интегральное уравнение

$$(26) \quad E_0 = \ln \frac{\delta + \alpha_0 - 1}{\delta + \alpha - 1} + \frac{2R}{k} \int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{g(\alpha', \delta')}{[\delta + \alpha' - 1]^2} d\alpha',$$

где $\delta' = \delta(\alpha')$; $E_0 = 3\varepsilon_*/(2Y)$.

Таким образом, в области сосуществования фаз поведение пористой среды при ударном сжатии определяется системой дифференциального и интегрального уравнений относительно функций $g(\alpha)$ и $\delta(\alpha)$. Система имеет решения $\delta(\alpha) \geq 0$, имеющие физический смысл при $\alpha \leq \alpha_*$, где α_* — критическое значение пористости, соответствующее возникновению зоны плавления на поверхности поры. Для $\alpha > \alpha_*$ структура фронта ударной волны описывается уравнением (25) при $\delta = 0$.

Решения уравнений (25), (26), зависящие от пяти безразмерных параметров (E_0 , R , k , α_0 и n), описывают фазу сжатия в области $g \geq 0$, $\alpha_n \leq \alpha \leq \alpha_0$, где α_n — первая поворотная точка, подлежащая определению в процессе решения уравнений. Ее значение заключено в промежутке $1 \leq \alpha_n \leq \alpha_p$, где α_p — пористость в положении равновесия системы ($d^2\alpha/d\xi^2 = g = 0$), задаваемая уравнением

$$(27) \quad F(\alpha, \delta(\alpha), k, \alpha_0) = 0.$$

Исследование структуры фронта ударной волны [6, 9] показывает, что в случае $R \gg 1$ инерционными членами в выражении для давления можно пренебречь. При этом уравнение (25) упрощается, что позволяет найти функцию g в виде

$$(28) \quad g = \frac{3\alpha F(\alpha)(\delta + \alpha - 1)(\alpha - 1)}{4Rk[(1 - \delta)(\alpha - 1) + n\delta\alpha]}.$$

Исключая g из (26), приходим к нелинейному интегральному уравнению для функции $\delta(\alpha)$.

Критическое значение пористости α_* , при котором в волне начинается плавление, найдем, подставляя $\delta = \delta' = 0$ и выражение (28) в уравнение (26). Проведя интегрирование, получим следующее трансцендентное уравнение для определения α_* :

$$(29) \quad \frac{3k^2}{2\alpha_0^2} (\alpha_0 - \alpha) f(\alpha) + \left[\ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} - \alpha \right] \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} + \\ + \alpha \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} + h_1(\alpha) = E_0, \\ h_1(\alpha) = \frac{\ln^2(\alpha_0 - 1) - \ln^2(\alpha - 1)}{2} - \int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{\ln \alpha'}{\alpha' - 1} d\alpha', \\ f(\alpha) = \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha_0 - \alpha} \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} + \frac{\alpha_0 - \alpha}{2} - 1.$$

Интересуясь конечным состоянием среды за ударным фронтом, используем также уравнение (27) с $\delta = 0$. Исключая из этих уравнений k , находим неявную зависимость $\alpha_* = \alpha_*(E_0, \alpha_0)$, где α_* — точка на ударной адиабате, соответствующая началу плавления.

Результаты численного решения уравнений (27), (29) приведены на фиг. 2, где кривые 2, 4—7 иллюстрируют зависимость $\alpha_*(\alpha_0)$ при следующих значениях параметра E_0 : 2—2,3; 4—3,5; 5—6, 6—10; 7—18. В первом приближении эти зависимости близки к прямым $\alpha_* - 1 = m(\alpha_0 - 1)$, где коэффициент m в рассматриваемом диапазоне значений E_0 удобно аппроксимировать зависимостью $m = \exp(-E_0^{0,6})$. Отсюда, используя (27), находим приближенную формулу для критической амплитуды ударной волны $P_* = (2Y/3) \ln[\alpha_*/(\alpha_* - 1)]$, при которой начнется плавление [10]:

$$(30) \quad \frac{3P_*}{2Y} = \ln \left[1 + \frac{\exp(E_0^{0,6})}{\alpha_0 - 1} \right].$$

При малых пористостях это соотношение преобразуется к виду

$$3P_*/(2Y) = E_0^{0,6} - \ln(\alpha_0 - 1).$$

Наиболее существенно величина E_0 зависит от параметра прочности среды Y . Например, для закаленной стали ($c_V = 0,11$ кал/г·град, $T_* - T_0 = 1510$ К, $\varepsilon_0 = 49$ кал/г, $Y = 1,88$ ГПа) получаем, что $E_0 \approx 5,9$ [8]. Следует также учесть, что экспериментальное значение коэффициента $2Y/3$ по данным измерения ударных адиабат пористых металлов больше статической величины [2, 11]. Параметр E_0 может быть мал при высокой начальной температуре T_0 .

Условие $R \gg 1$ справедливо для большинства металлов. Так, для железа при $a_0 = 10^{-2}$ см и $\eta = 10^5$ П [12] находим, что $R \approx 42$. Значение параметра n обычно мало (для металлов $n \sim 10^{-6} - 10^{-7}$), и его влияние несущественно.

В точке $\alpha = \alpha_*$ ударная адиабата пористого вещества в переменных P, V (здесь $V = \alpha/\rho_T$ — удельный объем среды) испытывает излом, вызванный началом плавления. Этот излом не связан с изменением объема при фазовом переходе, так как им в данном случае можно пренебречь, а обусловлен снижением сдвиговой прочности среды при ударном сжатии из-за образования локальных зон плавления у пор [10].

Для определения ударной адиабаты среды при $\alpha < \alpha_*$ необходимо знать величину относительного объема расплава δ в конечном состоянии. Исключая из (26), (28) параметр k , при помощи (27) получим интегральное уравнение, связывающее величины α и $\delta(\alpha)$ за фронтом ударной волны:

$$(31) \quad E_0 = \ln \frac{\delta + \alpha_0 - 1}{\delta + \alpha - 1} + \\ + \frac{3}{2k^2(\alpha, \delta)} \int_{\alpha}^{\alpha_0} \frac{\alpha'(\alpha' - 1)(\delta' + \alpha' - 1)F(\alpha', \delta', k^2(\alpha, \delta))}{|(1 - \delta')(\alpha' - 1) + n\delta'\alpha'|[\delta + \alpha' - 1]^2} d\alpha',$$

$$k^2(\alpha, \delta) = \frac{3(\alpha_0 - \alpha)}{2\alpha_0^2} \left\{ \ln \frac{\alpha(\alpha_0 - 1)}{\alpha_0(\delta + \alpha - 1)} \right\}^{-1}.$$

Это уравнение тождественно удовлетворяется при $\alpha = \alpha_*$ и $\delta = 0$. Разложим (31) вблизи α_* по $(\alpha - \alpha_*)$, считая, что производная $d\delta/d\alpha(\alpha_*)$ конечна. Учитывая, что в первом приближении g не зависит от δ' , так как разложение по δ' под интегралом дает поправки $\sim \delta(\alpha_* - \alpha)$ второго порядка малости, получим соотношение

$$(32) \quad \delta = Q_1(\alpha_* - \alpha),$$

$$Q_1 = [H(\alpha_*)]^{-1} \left\{ \frac{1}{\alpha_* - 1} + \left[\frac{\alpha_0 - \alpha_*}{\alpha_*(\alpha_* - 1)} - \ln \frac{\alpha_*(\alpha_0 - 1)}{\alpha_0(\alpha_* - 1)} \right] \frac{f(\alpha_*)}{(\alpha_0 - \alpha_*)} \right\},$$

$$H(\alpha) = 2 \left\{ \left[\frac{2 - \alpha}{\alpha - 1} + \frac{\alpha_0 - 2}{\alpha_0 - \alpha} \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} \right] \ln \frac{\alpha(\alpha_0 - 1)}{\alpha_0(\alpha - 1)} + \right.$$

$$\left. + \left[\frac{\alpha_0 - \alpha}{(\alpha_0 - 1)(\alpha - 1)} + \ln \frac{\alpha_0 - 1}{\alpha - 1} \right] \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} + \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} - \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha}{\alpha - 1} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} + h_1(\alpha) \right\} + \frac{f(\alpha)}{\alpha - 1} + \frac{3(\alpha_0 - \alpha)}{(\alpha_0 - 1)(\alpha - 1)}.$$

Ход ударной адиабаты за точкой излома ($\alpha < \alpha_*$) описывается уравнением $3P/(2Y) = \ln[\alpha/(\delta + \alpha - 1)]$. Угол наклона γ касательной к ударной адиабате в точке $\alpha = \alpha_*$ дается выражением $\gamma = (1 - \alpha_* Q_1)/[\alpha_*(\alpha_* - 1)]$, а угол наклона луча, соединяющего начальное и конечное состояние (линия Рэлея) равен $\beta = (\alpha_0 - \alpha_*)^{-1} \ln \{ \alpha_*(\alpha_0 - 1)/[\alpha_0(\alpha_* - 1)] \}$. Расчеты показывают, что при значениях $\alpha_* = \alpha_*(\alpha_0, E_0)$, лежащих выше линии 3 на фиг. 2, выполняется условие $\gamma < \beta$. В этом случае среда обладает аномальными свойствами вблизи излома ударной адиабаты: начало плавления в таком пористом материале приводит к образованию двухволновой структуры ударной волны, причем плавление осуществляется во второй волне. Линия 3 близка к прямой, поэтому особенности поведения среды определяются в основном значением E_0 , задающим углы наклона кривых $\alpha_*(\alpha_0, E_0)$ на фиг. 2. Так, при значениях $E_0 \leq \leq 3,2$ среда проявляет аномальное поведение при любой величине α_0 .

Скорость объемной деформации g_2 во второй ударной волне, которую также считаем стационарной, записываем аналогично выражению (28) для g (в предположении $R \gg 1$) с заменой α_0 и k на α_* и $k_2 = (Y/\rho_T)^{1/2} U^{-1}$, где U — скорость второй волны в системе координат y, t , движущейся со средой:

$$(33) \quad g_2 = \frac{d\alpha}{d\xi_2} = \frac{3\alpha F_2(\alpha)(\delta + \alpha - 1)(\alpha - 1)}{4Rk_2[(1 - \delta)(\alpha - 1) + n\delta\alpha]}.$$

Здесь $\xi_2 = (y - Ut)/a_0$, $F_2(\alpha)$ определяется так же, как функция $F(\alpha)$ в (25), где следует произвести указанные выше замены. Положение фронта плавления в этом случае задается уравнением

$$(34) \quad E_0 = \ln \frac{\delta + \alpha_0 - 1}{\delta + \alpha - 1} + \frac{2R}{k_*} \int_{\alpha_*}^{\alpha_0} \frac{g(\alpha') d\alpha'}{[\delta + \alpha' - 1]^2} + \frac{2R}{k_2} \int_{\alpha}^{\alpha_*} \frac{g_2(\alpha', \delta') d\alpha'}{[\delta + \alpha' - 1]^2},$$

в котором последний член дает приращение внутренней энергии за счет вязкого трения во второй волне. Величина k_* , выражаемая через α_* при помощи (27), соответствует критической амплитуде P_* . Положение ударной адиабаты после излома ($\alpha < \alpha_*$) получим из совместного рассмотрения уравнений (33), (34), учитывая, что в конечном состоянии $F_2(\alpha) = 0$. Связь величин δ и α за фронтом волны вблизи точки $\alpha = \alpha_*$ по-прежнему определяется соотношением (32), так как третье слагаемое в (34) дает поправки второго порядка малости. Разлагая правую часть уравнения (34)

вблизи α_* и используя (32), получаем следующую асимптотическую зависимость, которая позволит оценить характерный масштаб λ второй ударной волны:

$$(35) \quad \alpha_* - \alpha = c \exp(-\xi_2/\lambda), \quad \lambda = \frac{4\alpha_* R k_2}{(\alpha_* - 1)(3 - 2k_2^2 \gamma \alpha_*^2)},$$

где c — константа интегрирования. Из (35) следует, что минимальное значение скорости волны определяется выражением $U_{\min}^2 = 2Y\gamma\alpha_*^2/3\rho_T$. В отличие от первой ударной волны, характерный размер которой $\Delta = 2Rk/(k_0^2 - k^2)$ [9], где $k_0^2 = 3(\alpha_0 - 1)/2\alpha_0$, параметр λ существенно зависит от величины $\alpha_* = \alpha_*(\alpha_0, E_0)$.

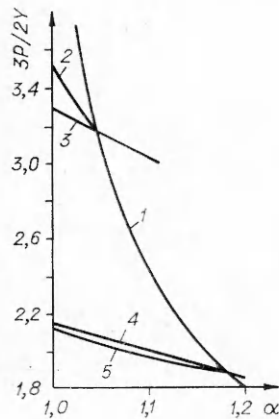
На фиг. 3, 4 представлены участки ударных адиабат вблизи точек излома при начальных пористостях $\alpha_0 = 2$ и 1,2, кривая 1 — ударная адиабата пористого вещества без учета плавления, 2, 5 — ударные адиабаты при значениях $E_0 = 6$ и 2,3, 3, 4 — участки линий Рэлея, проведенные через соответствующие точки излома.

Влияние теплопроводности проявится в том, что кривые 2, 5 расположатся более полого, так как переток тепла из нагретых областей способствует расширению зон плавления. Аналогичное влияние окажет уменьшение величины Y с ростом температуры в твердой фазе.

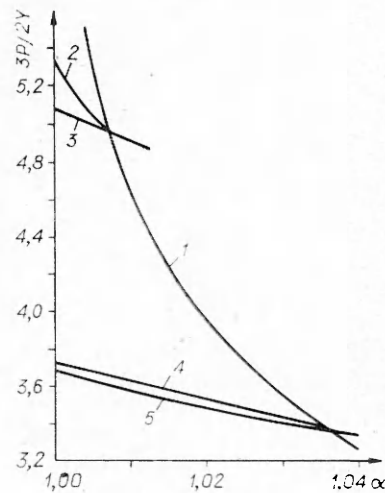
Исследование показывает (фиг. 3, 4), что благодаря эффектам локального плавления возможно полное закрытие пустот (это утверждение справедливо при полном отсутствии в порах газа) при сравнительно невысоких амплитудах ударных волн (порядка 1 ГПа) [10]. Наряду с указанным механизмом коллапс пор при небольших давлениях может осуществляться за счет инерционного движения материала к центрам пустот [6].

Расчеты показывают, что для точек (α_*, α_0) , лежащих выше линии 1 на фиг. 2, коэффициент $\gamma < 0$. Из анализа уравнения (33) следует, что конечное стационарное состояние в этом случае $\alpha = 1$. Линия 1 близка к прямой, угол наклона которой соответствует значению $E_0 \approx 1,3$. Таким образом, ударные адиабаты пористых веществ при $E_0 \leq 1,3$ имеют горизонтальный участок на диаграмме $P - \alpha$ при $\alpha < \alpha_*$. Такие среды неустойчивы по отношению к ударному сжатию с амплитудой больше P_* . Потеря прочности из-за плавления приводит к тому, что для $P > P_*$ вещество ведет себя подобно пористой жидкости: поры захлопываются, если давление больше P_* .

Особенности ударного сжатия, связанные с влиянием плавления на прочность пористой среды, экспериментально не наблюдались. Расчеты



Ф и г. 3



Ф и г. 4

показывают, что при нормальных условиях эти эффекты должны проявляться для легкоплавких прочных материалов (E_0 мало).

Проанализируем изменение объема расплавленного вещества за фронтом ударной волны в зависимости от ее амплитуды, ограничиваясь рассмотрением случая, когда зависимостью скорости деформации g от δ под интегралом в (26) можно пренебречь. Считаем, что среда за фронтом волны сплошная и переход вещества в конечное состояние осуществляется непрерывно без образования двухволновой структуры.

Проводя интегрирование в (26) и преобразуя получающийся результат при помощи (24), получаем выражение

$$(36) \quad 3(P - P_0)/(2Y) = [E_0 - M(\delta)] L^{-1}(\delta),$$

$$M(\delta) = 2 \ln \frac{\delta + \alpha_0 - 1}{\delta \alpha_0} + (2\delta - 1) \left\{ \ln \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - 1} \ln \frac{\delta}{\alpha_0 - 1 + \delta} + \right.$$

$$\left. + \int_1^{\alpha_0} \frac{\ln \frac{\alpha}{\alpha - 1}}{\alpha + \delta - 1} d\alpha \right\},$$

$$L(\delta) = \frac{\alpha_0 - 1}{2} + 3\delta - 2 - \frac{[(2\delta - 1)(\delta + \alpha_0 - 1) - \delta(1 - \delta)]}{\alpha_0 - 1} \times$$

$$\times \ln \frac{\alpha_0 + \delta - 1}{\delta}.$$

Для $\delta \ll 1$ и давлений, близких к P_* , когда возможно неполное закрытие пор, зависимость $\delta(P)$ найдем, воспользовавшись соотношением (32):

$$(37) \quad \frac{\delta}{Q_1} = \frac{\alpha_* - (\alpha_* - 1) \exp [3P/(2Y)]}{1 + (Q_1 - 1) \exp [3P/(2Y)]}.$$

Уравнения (36), (37) дают зависимость относительной доли расплава δ от амплитуды волны P в широком диапазоне изменения этих величин. На фиг. 5, 6 представлены зависимости $\delta(P)$, рассчитанные по (36) для пористостей $\alpha_0 = 2$ и 1, 2, кривые 1 и 2 соответствуют значениям $E_0 = 2, 3$ и 6. При уровне давлений P_c (линии 1' и 2'), отвечающих приращению средней внутренней энергии в ударной волне $\sim \epsilon_*$ (средняя температура $\sim T_*$), относительный объем расплава составляет всего лишь 0,2—0,3. Эта особенность связана с тем, что основное количество диссипируемой энергии сконцентрировано вблизи пор. Неоднородность распределения тепловой энергии зависит от начальной пористости. Так, в пределе $\alpha_0 \rightarrow 1$ выражение (36) дает $P = 2E_0/(\alpha_0 - 1) \sim P_c$.

Оценим диапазон изменения параметров, где влияние теплопроводности несущественно. Учитывая, что основная доля энергии сосредоточена в окрестности поры в сфере радиуса $r \sim \sqrt{4\chi t} + a$ ($t = 0$ — момент прихода ударной волны, χ — коэффициент температуропроводности), находим, что характерное время пробега тепловых волн между соседними порами $t_T \sim a_0^2 \{[\alpha_0/(\alpha_0 - 1)]^{1/3} - 1\}^2 / (4\chi)$. Сравнивая эту величину с временным масштабом ударной волны $t_b \sim \Delta/D$, получаем, например, для железа ($\chi = 0,18$ см²/с, $\alpha_0 = 1,2-2$), что при $a_0 \lesssim 10^{-3}$ см эти времена сравнимы, а для $a_0 \gtrsim 10^{-2}$ см $t_T \gg t_b$. Последнее неравенство справедливо также для сред типа грунтов, обладающих низкой теплопроводностью.

Максимальную температуру в ударной волне можно оценить, воспользовавшись выражением (36) с переменной левой частью при $\delta = 0$. Так, расчеты температур при ударном сжатии пористого Al ($\alpha_0 = 2$, $P = 5$ ГПа) дают значения средней температуры $T_c = 1350$ К и $T_{\max} = 1,4 \cdot 10^4$ К, что согласуется с экспериментальными данными [4] для тех же значений параметров, где $T_c \sim 1500$ К, а измеренная яркостная тем-

