

УДК 532.526

## ЛИНЕЙНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЕХМЕРНЫХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ

С. А. Гапонов, Б. В. Смородский

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск  
E-mails: gaponov@itam.nsc.ru, smorodsk@itam.nsc.ru

В рамках линейной теории изучена устойчивость сжимаемых трехмерных пограничных слоев на модели скользящего крыла. Анализ, основанный на приближении локальной автомодельности среднего течения, проводился в рамках решения Фокнера — Скэн — Кука, обобщенного на случай сжимаемых течений. Установлено, что рассчитанные характеристики устойчивости для дозвукового пограничного слоя хорошо согласуются с результатами измерений. В случае сверхзвукового пограничного слоя при числе Маха  $M = 2$  результаты расчетов также согласуются с результатами измерений поперечных масштабов неустойчивых вихрей вторичного течения. Однако рассчитанные скорости нарастания возмущений существенно отличаются от измеренных. Это различие объясняется большой начальной амплитудой возмущений, возбуждаемых в эксперименте, что не позволяет применять линейную теорию устойчивости. При этом развитие естественных пульсаций с небольшой амплитудой достаточно точно описывается теорией. Показано, что влияние сжимаемости на моды неустойчивости поперечного течения незначительно.

Ключевые слова: трехмерный пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проблема возникновения турбулентности в трехмерном пограничном слое на скользящем крыле исследуется достаточно интенсивно в силу ее научной значимости и практической важности. В течениях типа пограничного слоя ламинарно-турбулентный переход может происходить в результате усиления собственных неустойчивых пульсаций пограничного слоя. При достаточно слабом внешнем воздействии (турбулентность набегающего потока, вибрации поверхности, внешняя акустика) значительная часть зоны ламинарно-турбулентного перехода описывается линейной теорией гидродинамической устойчивости.

Обзор исследований устойчивости течений на скользящем крыле приведен в [1, 2]. Последние результаты в этой области представлены в [3]. В настоящее время известно, что пространственный пограничный слой на скользящем крыле подвержен гидродинамической неустойчивости нескольких типов, каждый из которых характеризуется собственной модой и имеет свой источник возбуждения. Одним из наиболее важных типов является неустойчивость поперечного течения, обуславливающая раннее возникновение турбулентности на скользящем крыле. Основные результаты исследования такой неустойчивости

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-01-00079-а).

получены для дозвуковых скоростей. Теоретические исследования устойчивости сжимаемого трехмерного пограничного слоя начаты в работах [4, 5].

В экспериментах [6] обнаружено, что при сверхзвуковых скоростях распределение средних и пульсационных характеристик в пограничном слое такое же, как и при дозвуковых скоростях. При этом естественные пульсации усиливаются вниз по потоку.

Найден способ пассивного управления ламинарно-турбулентным переходом на сверхзвуковых скользящих крыльях. В экспериментах [7, 8] показано, что использование искусственной, периодической по размаху крыла микрошероховатости, расположенной вблизи передней кромки крыла, позволяет затянуть переход, сместив его ниже по потоку. При подборе параметров целесообразно использовать линейную теорию устойчивости (см. [7]).

В настоящее время проводятся экспериментальные исследования устойчивости трехмерных сверхзвуковых пограничных слоев [6, 9, 10]. Для анализа и интерпретации полученных экспериментальных данных необходимо провести их сравнение с результатами расчетов по линейной теории. Такие расчеты необходимы также для планирования экспериментов по управлению переходом аналогично тому, как это сделано в [7].

Данная работа посвящена теоретическому исследованию линейной неустойчивости поперечного течения по отношению к стационарным и бегущим возмущениям малой амплитуды. Проводится количественное сопоставление теоретических результатов с данными экспериментов, выполненных при низкой дозвуковой скорости [11] и в условиях сверхзвукового обтекания [10].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривая течение в пограничном слое на модели скользящего крыла бесконечного размаха и его устойчивость, целесообразно использовать две общепринятые системы координат (рис. 1). Система  $(s, z^*)$  связана с моделью (начало координат находится на передней кромке крыла). При этом координата  $s$  направлена вдоль хорды по контуру модели, а  $z^*$  — по размаху крыла параллельно его передней кромке. Эта система координат используется для расчета характеристик среднего течения, так как его параметры не зависят от  $z^*$ . Однако расчеты устойчивости удобнее проводить в локальной системе  $(x, z)$ , в которой координата  $x$  направлена вдоль местного вектора скорости потенциального течения на внешней границе пограничного слоя. В указанных системах отсчета ось  $y$  направлена по нормали к поверхности модели.

**1.1. Анализ линейной устойчивости.** В рамках линейной задачи устойчивости поле потока в сжимаемом пограничном слое представим в виде суммы параметра среднего

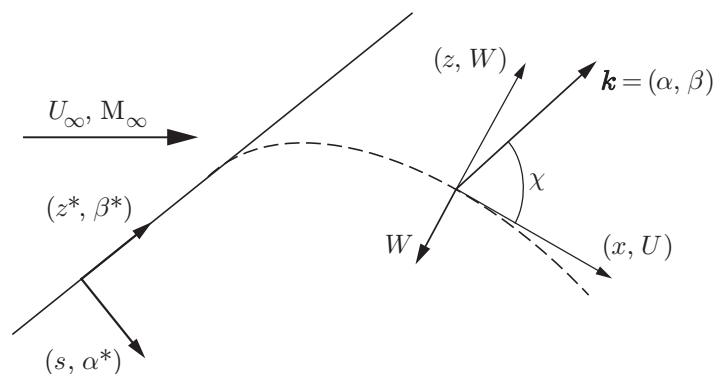


Рис. 1. Геометрия скользящего крыла и используемые системы координат: штриховая линия — линия тока,  $W$  — скорость вторичного течения

движения и малого возмущения:

$$\mathbf{u} = U_\infty(\mathbf{U}(x, y) + \varepsilon \mathbf{V}(x, y, z, t)). \quad (1)$$

Здесь скорость среднего течения  $\mathbf{U}(x, y) = (U(x, y), 0, 0)$  рассматривается в приближении локальной параллельности;  $\varepsilon \mathbf{V} = \varepsilon(u, v, w)$  — компоненты возмущения скорости;  $\varepsilon \ll 1$  — малый параметр, характеризующий амплитуду возмущения. Аналогично (1) записываются выражения для температуры  $T$ , давления  $P$ , плотности  $\rho$ . Уравнения для возмущений получаются в результате подстановки (1) в уравнения Навье — Стокса и в уравнения неразрывности и энергии. В настоящей работе рассматривается пространственная задача устойчивости, в которой частота считается вещественной величиной, а продольное волновое число — комплексным. При проведении анализа устойчивости течения в пограничном слое скользящего крыла в локально-параллельном приближении обычно используется предположение о том, что локализованные возмущения нарастают по амплитуде в направлении внешнего течения  $x$ , а периодические по  $z^*$  возмущения нарастают по хорде  $s$  [12]. При этом положение кривых нейтральной устойчивости не зависит от направления роста возмущений. Следуя [12], в настоящей работе принято, что направление роста всех возмущений совпадает с направлением линии тока внешнего течения. Решение задачи представим в виде

$$\mathbf{q} = A(x)\varphi(y) \exp\left(i \int_{x_0}^x \alpha(x') dx' + i\beta z - i\omega t\right),$$

где  $\mathbf{k} = (\alpha, \beta)$  — волновой вектор, состоящий из продольного  $\alpha$  и трансверсального  $\beta$  волновых чисел;  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — частота; искомый вектор  $\varphi$  представляется в виде

$$\varphi = (u, v, w, p, \theta)^T, \quad (2)$$

т. е. состоит из трех компонент возмущения скорости, возмущений давления и температуры, тогда как возмущения плотности и массового расхода  $A$  выражаются через компоненты вектора  $\varphi$ . В (2) все величины обезразмерены соответствующими параметрами среднего потока вне пограничного слоя. В первом приближении по  $\varepsilon$  получаем линейную граничную задачу

$$\frac{d\varphi}{dy} = H\varphi; \quad (3)$$

$$y = 0: (u, v, w, \theta) = 0, \quad y \rightarrow \infty: |\varphi| < \infty, \quad (4)$$

где  $H$  — линейный оператор, обобщающий оператор Лиза — Линя на случай трехмерного пограничного слоя. Взятые из [1] ненулевые элементы  $H$  зависят как от свойств среднего течения (профилей скорости и температуры, чисел Маха  $M$ , Рейнольдса  $Re$ , Прандтля  $Pr$ ), так и от параметров волны (частоты и волновых чисел). Однородные граничные условия (4) выполняются только при определенных комбинациях этих параметров, которые и должны быть найдены. Таким образом, уравнения (3), (4) представляют собой задачу на собственные значения.

В настоящей работе анализ устойчивости рассматриваемых течений проводился путем численного интегрирования системы (3), (4) методом ортогонализаций [13]. Продольное волновое число  $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$  отыскивалось как собственное значение краевой задачи, а компоненты вектора  $\varphi$  являются соответствующими собственными функциями. При этом условие  $-\alpha_i > 0$  соответствует неустойчивым, нарастающим вниз по потоку возмущениям, а условие  $-\alpha_i \leq 0$  — устойчивым волнам, затухающим с ростом  $x$ .

**1.2. Средний поток.** Трехмерный пограничный слой на скользящем крыле бесконечного размаха может быть описан теоретически в приближении так называемой локальной

автомодельности [14]. В рамках такой модели уравнения пограничного слоя приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений путем введения переменных Дороницына — Лиза, зависящих от локальных числа Маха  $M_e$  и продольного градиента давления внешнего невязкого течения вне пограничного слоя:

$$\xi = \int_0^s \rho_e \mu_e U_e ds, \quad \eta = \frac{\rho_e U_e}{\sqrt{2\xi}} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_e} dy$$

( $U_e$  — продольная (по  $s$ ) компонента скорости вне пограничного слоя;  $\mu_e$  — вязкость). Предполагая, что параметры среднего течения не зависят от  $z^*$ , функцию тока, продольную и трансверсальную компоненты скорости и энтальпию можно представить в виде

$$\psi(s, \eta) = \Phi(s)f(\eta), \quad U(s, \eta) = U_e(s)f'(\eta), \quad W(s, \eta) = W_e(s)q(\eta), \quad I(s, \eta) = I_e(s)g(\eta),$$

где штрих означает производную по нормальной к поверхности модели координате  $\eta$ . Тогда в приближении локальной автомодельности получим систему, описывающую течение в трехмерном пограничном слое:

$$\begin{aligned} (Cf'')' + ff'' + [\rho_e/\rho - (f')^2]\beta_H &= 0, & (Cq')' + fq' &= 0, \\ \left(\frac{C}{\text{Pr}}g'\right)' + fg' &= \frac{1 - \text{Pr}}{\text{Pr}} \frac{(\gamma - 1)M^2}{1 + (\gamma - 1)M^2/2} [C(f'f'' \cos^2 \lambda_e + qq' \sin^2 \lambda_e)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\lambda_e$  — локальный угол скольжения, т. е. угол между осью  $s$  и локальным направлением скорости внешнего течения  $U_p$ ;  $\gamma$  — показатель адиабаты;  $C = \rho\mu/(\rho_e\mu_e)$ ;  $\beta_H = (2\xi/U_e) dU_e/d\xi$ . Система (5) получена в предположении, что параметры  $\beta_H$  и  $M_e$  не зависят от продольной координаты  $\xi$ . В случае слабой зависимости этих параметров от  $\xi$  система (5) должна применяться локально и ее решения ( $f, q, g$ ) будут параметрически зависеть от продольной координаты.

В отсутствие отсоса пограничного слоя на поверхности граничные условия для теплоизолированной модели могут быть записаны в виде

$$\eta = 0: \quad (f, f', q, g') = 0, \quad \eta \rightarrow \infty: \quad (f', q, g) \rightarrow 1. \quad (6)$$

Система уравнений (5) представляет собой обобщение уравнений Фокнера — Скэн — Кука на случай течения в сжимаемом пограничном слое. В настоящей работе система (5), (6) интегрировалась численно методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности. Для удовлетворения граничным условиям использовался метод стрельбы.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

**2.1. Устойчивость автомодельного пограничного слоя.** Расчеты среднего течения и устойчивости проводились при  $\text{Pr} = 0,72$  и  $\gamma = 1,4$ . Ниже представлены результаты расчетов для стационарных ( $f = 0$ ) мод неустойчивости поперечного течения в до- и сверхзвуковых трехмерных пограничных слоях.

На рис. 2 показано рассчитанное распределение по нормали к поверхности модели средней продольной скорости  $U = U(y)$ , скорости вторичного поперечного течения  $W(y)$  и плотности  $\rho = 1/T$  при  $M_e = 2$  (локальные значения  $U, W, \rho$  отнесены к соответствующим значениям вне пограничного слоя). Нормальная координата обезразмерена толщиной пограничного слоя  $\delta_{0,95}$ :  $U|_{y=\delta_{0,95}} = 0,95U_e$ . При выбранных параметрах изменение средней плотности внутри пограничного слоя не превышает 40 %. Благоприятный градиент давления ( $\beta_H > 0$ ), характерный для начального участка скользящего крыла (ближе к его передней кромке), обуславливает образование поперечного течения с  $W(y) < 0$ . При этом

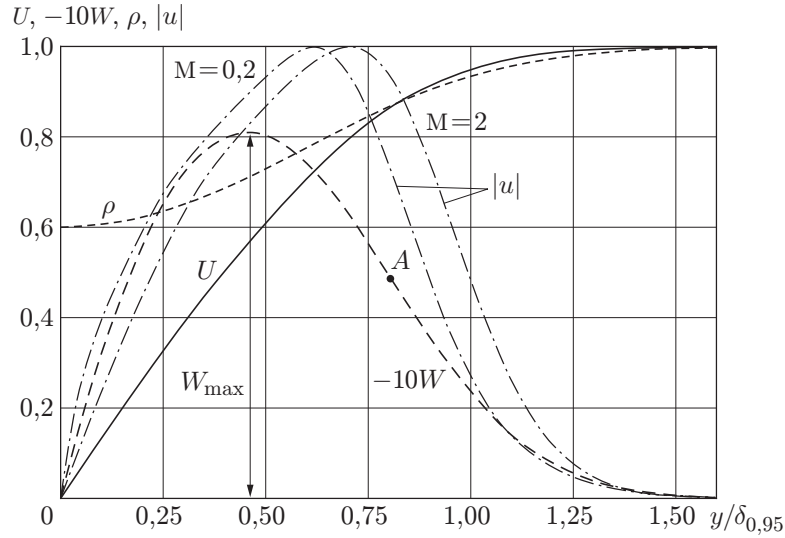


Рис. 2. Параметры среднего потока при  $M_e = 2$  и пульсации продольной скорости стационарной ( $\omega = 0$ ) моды неустойчивости поперечного течения при  $\beta = 1,3$ ,  $Re = 5000$

на профиле  $W(y)$  появляется перегиб (точка  $A$  на рис. 2), что приводит к сильной дестабилизации течения. Важным параметром, характеризующим неустойчивость рассматриваемого трехмерного пограничного слоя, является амплитуда вторичного течения  $W_{\max}$ . В данном случае вторичное течение с  $W_{\max} \approx 0,08$  получено при  $\lambda = 45^\circ$ ,  $\beta_H \approx 0,29$ .

На рис. 2 штрихпунктирными линиями показаны профили пульсаций продольной скорости  $|u(y)|$  (отнесенных к максимальным значениям) при  $M_e = 2,0; 0,2$ . Различие этих функций для условий до- и сверхзвукового режимов обтекания незначительно и проявляется только в небольшом смещении положения максимума пульсаций, которое хорошо коррелирует со смещением точки перегиба  $W(y)$ .

Рассчитывалась диаграмма устойчивости для стационарных мод неустойчивости поперечного течения при  $M_e = 2$ ,  $W_{\max} = -0,08$ , т. е. изолинии инкрементов пространственного роста на плоскости  $(Re, k_r)$  ( $k_r = \sqrt{\alpha_r + \beta}$  — модуль волнового вектора;  $Re = \rho_e U_e \delta_{0,95} / \mu_e$  — число Рейнольдса). Положение границы области неустойчивости ( $-\alpha_i > 0$ ) согласуется с результатами расчетов [12]. При  $Re > 3000$  область неустойчивости становится почти симметричной относительно линии максимальных инкрементов. Критическое число Рейнольдса  $Re_{cr} \approx 680$ . Как показали расчеты, с ростом  $W_{\max}$  критическое число Рейнольдса уменьшается, и уже при  $W_{\max} \geq 0,04$  значения неустойчивых волновых чисел находятся в диапазоне  $0 < k_r < 3$ , который почти не зависит от  $Re$  и  $M$ . Согласно [12] это является характерным признаком собственной моды невязкой неустойчивости поперечного течения, проявляющейся на “перегибном” профиле вторичного течения. Следует отметить, что в отсутствие вторичного течения (в двумерном пограничном слое) интенсивность стационарных мод увеличиваться не может.

Расчеты диаграммы устойчивости стационарных мод показали, что положение и размеры области неустойчивости, а также величина инкрементов слабо зависят от  $M$ . В частности, при  $M_e = 0,2$  значения  $Re_{cr}$  лишь на 10 % меньше, чем в случае  $M_e = 2$ . На рис. 3 показаны инкременты пространственного роста стационарных мод при  $W_{\max} = -0,08; -0,05$  для чисел Маха  $M_e = 2,0; 0,2$ ;  $Re = 5000$ . Результаты расчетов [12] хорошо согласуются с данными настоящей работы. Видно, что с увеличением  $|W_{\max}|$  неустойчивость усиливается, а влияние сжимаемости очень незначительно и приводит лишь к небольшо-

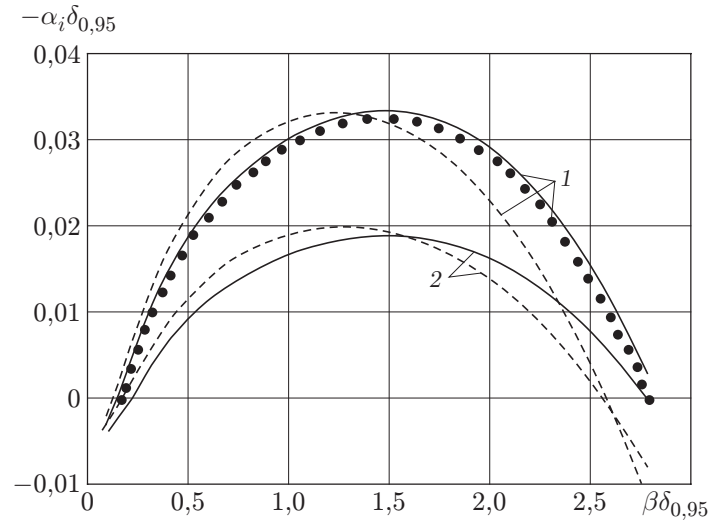


Рис. 3. Скорости пространственного роста стационарных мод при  $Re = 5000$ :

1 —  $W_{\max} = -0,08$ ; 2 —  $W_{\max} = -0,05$ ; сплошные линии —  $M_e = 2$ ; штриховые —  $M_e = 0,2$ ; точки — результаты расчетов [12]

му смещению положения максимума инкрементов, значения которых при  $M_e = 2,0; 0,2$  различаются менее чем на 10 %. При этом волновые векторы усиливающихся возмущений ориентированы почти перпендикулярно направлению внешнего невязкого течения.

**2.2. Моделирование условий эксперимента при дозвуковом режиме обтекания.** В [11] экспериментально исследована линейная стадия развития неустойчивости поперечного течения при дозвуковой скорости обтекания. В начальных сечениях скользящего крыла средний поток моделировался с использованием плоской пластины с наведенным благоприятным градиентом давления. Пластина была установлена в рабочей части трубы под углом скольжения  $\lambda = 25^\circ$ . Градиент давления создавался с помощью ложной стенки, размещенной в рабочей части. Эксперименты проводились в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН. Поле течения в пограничном слое регистрировалось термоанемометром. При этом моды неустойчивости поперечного течения искусственно возбуждались в пограничном слое с использованием различных генераторов возмущений, работающих на частотах  $f = 8,3; 25,0; 35,0$  Гц. Характеристики устойчивости нормальных мод получены с помощью частотно-волнового спектрального анализа.

В настоящей работе проводились расчеты линейной устойчивости, соответствующие условиям экспериментов [11]. Использовались следующие полученные в эксперименте параметры: скорость на внешней границе пограничного слоя  $U_e \approx 6,8$  м/с, толщина вытеснения  $\delta_1 \approx 1,25$  мм, параметр Хартри  $\delta_H \approx 0,47$ , рассчитанное число Рейнольдса  $Re_{\delta_1} \approx 560$ .

На рис. 4 показаны расчетная и экспериментальная зависимости скорости пространственного роста нормальных мод неустойчивости поперечного течения от трансверсального волнового числа при  $f = 35$  Гц. В силу того что  $W(y) < 0$ , значения  $\beta > 0$  соответствуют волнам, распространяющимся в направлении, почти противоположном направлению вторичного (поперечного) течения, в то время как при  $\beta < 0$  возмущения распространяются в направлении вторичного течения. В экспериментах параметры потока подобраны таким образом, чтобы инкременты для всех частот были не очень велики (для предотвращения усиления фоновых неконтролируемых возмущений). Как показали расчеты, пограничный слой устойчив при всех значениях  $\beta$ . Большой разброс точек на рис. 4 объясняется

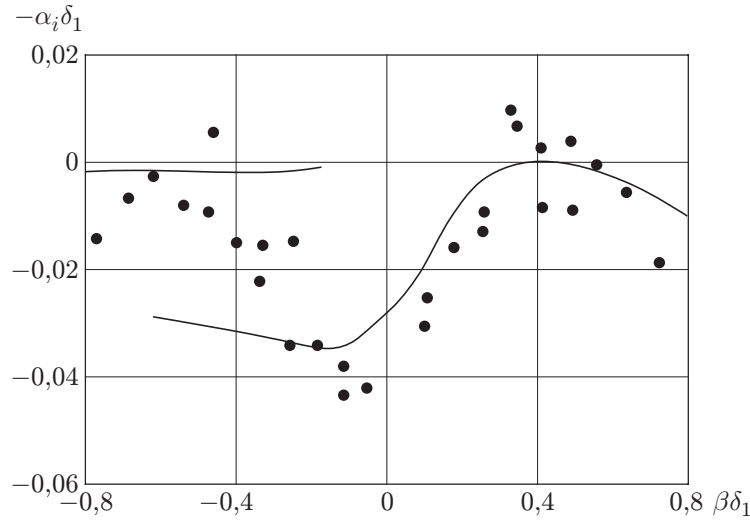


Рис. 4. Зависимость скорости пространственного роста нормальных мод неустойчивости поперечного течения от трансверсального волнового числа в локальной системе ( $f = 35$  Гц):

линии — результаты расчетов; точки — экспериментальные данные

тем, что экспериментальные данные по скоростям нарастания возмущений получены путем численного дифференцирования по продольной координате измеренных спектров возмущений, что вносит в конечный результат большую погрешность. С учетом этого можно считать, что расчетные данные хорошо согласуются с результатами эксперимента.

Квазидвумерные волны (при  $\beta \approx 0$ ) являются сильнозатухающими. Наиболее неустойчивые моды находятся в узких диапазонах углов распространения возмущений, близких к  $\pm 90^\circ$  ( $\beta \delta_1 \approx 0,4$ ). Характерная ширина указанных областей уменьшается с уменьшением частоты. В области отрицательных значений трансверсального волнового числа существует диапазон  $-0,6 < \beta \delta_1 < -0,2$ , в котором имеется неоднозначность решения. На рис. 4 видны две моды дискретного спектра, одна из которых затухает значительно интенсивнее другой. Обнаруженное явление можно объяснить тем, что при  $\beta < 0$  мода с большими декрементами является модой неустойчивости Толлмина — Шлихтинга. Это предположение подтверждает полученное в расчетах значение ее фазовой скорости  $c = \omega/\alpha_r \approx 0,3$  (при  $\beta = 0$ ), характерное для неустойчивости такого типа. Однако в рассматриваемом потоке эта неустойчивость подавляется достаточно сильным продольным градиентом давления. Соответствующие волны быстро затухают вниз по течению. Следует отметить, что в указанном диапазоне значений  $\beta$  точки, соответствующие измеренным инкрементам, расположены между двумя расчетными кривыми. Это позволяет предположить, что источники возмущений, использованные в экспериментах [11], возбуждали одновременно возмущения указанных двух типов, а термоанемометр регистрировал их совокупность.

Дисперсионные функции  $\alpha_r = \alpha_r(\beta)$ , полученные в эксперименте и в расчетах, хорошо согласуются для всех частот [15].

**2.3. Моделирование условий сверхзвукового эксперимента.** Одной из целей данной работы является моделирование экспериментов [9, 10]. Измерения проводились в малозумной сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ СО РАН при числе Маха набегающего потока  $M_\infty = 2$ , единичном числе Рейнольдса  $Re_1 = 6,6 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ . Использовалась модель крыла с симметричным профилем чечевицеобразной формы и углом скольжения  $\lambda = 40^\circ$ , установленная под нулевым углом атаки. Контролируемые возмущения

вводились в пограничный слой модели с помощью локализованного источника на основе искрового разряда [9]. Частота зажигания разряда составляла 10, 20 и 30 кГц. Возмущения массового расхода в потоке регистрировались термоанемометром постоянного сопротивления. С использованием дискретного преобразования Фурье получены частотно-волновые амплитудно-фазовые спектры возмущений в ряде сечений по продольной координате  $s$ . Обнаружено, что эволюция возмущений на возбуждаемых частотах подобна развитию бегущих волн при дозвуковых скоростях обтекания. Ниже проводится сравнение результатов расчетов по линейной теории устойчивости и полученных экспериментальных данных.

В настоящей работе характеристики внешнего невязкого обтекания рассчитывались по формулам течения Прандтля — Майера [16]. В силу непрерывного изэнтропического расширения на крыле с профилем чечевицеобразной формы поток ускоряется и рассчитанное местное число Маха увеличивается от значения  $M_e \approx 1,6$  при  $s = 0$  до значения  $M_e \approx 2,36$  на задней кромке крыла при  $s/c = 1$ . Локальный угол скольжения монотонно уменьшается с  $\lambda \approx 47^\circ$  до  $\lambda \approx 36^\circ$ , параметр Хартри увеличивается от значения  $\beta_H = 0$  до значения  $\beta_H = 0,74$ . Пограничный слой на модели рассчитывался по распределениям  $\lambda(s)$ ,  $\beta_H(s)$ ,  $M_e(s)$  в приближении локальной автомодельности. Оказалось, что значения  $W_{\max}$  увеличиваются от нуля до значения  $W_{\max} \approx -0,12$  вниз по потоку.

Результаты расчетов линейной устойчивости пространственного пограничного слоя на исследуемой модели скользящего крыла показали, что начало области неустойчивости расположено вблизи передней кромки модели ( $s/c \approx 0,06$ ). Инкременты стационарных мод непрерывно увеличиваются вниз по течению до задней кромки.

На рис. 5 приведена теоретическая диаграмма устойчивости исследуемого потока — изолинии скоростей пространственного роста на плоскости  $(\beta, f)$  при  $x/c \approx 0,375$  ( $s = 75$  мм) — в области нарастания естественных пульсаций. Области отрицательных значений частоты на этой диаграмме соответствуют волны, распространяющиеся в направлении вторичного течения. Видно, что наибольшие значения инкремента в данном сечении

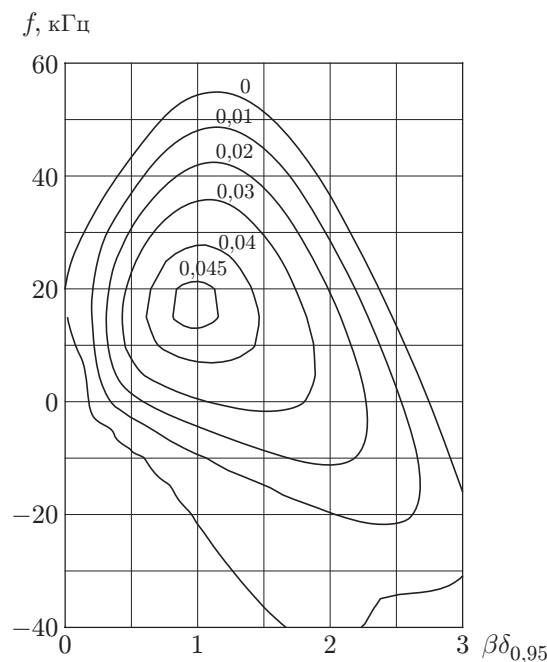


Рис. 5. Изолинии инкрементов пространственного роста возмущений  $-\alpha_i \delta_{0,95}$  на плоскости  $(\beta, f)$  в локальной системе координат при  $x/c \approx 0,375$



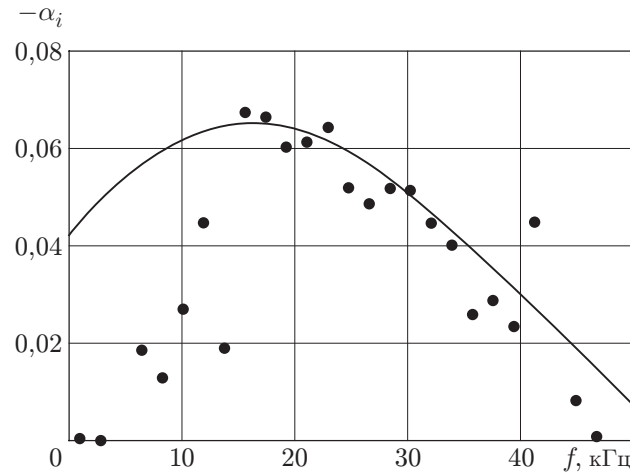


Рис. 6. Инкременты пространственного роста спектральных компонент естественных возмущений:  
линия — результаты расчетов; точки — экспериментальные данные [10]

$s$  соответствуют бегущим волнам с частотой  $f \approx 20$  кГц и  $\beta\delta_{0,95} \approx 1$ , причем значения  $-\alpha_i\delta_{0,95}$  в 1,5 раза превышают максимальную скорость нарастания возмущений стационарных мод ( $f = 0$ ). Диапазон частот, в котором нарастают возмущения, распространяющиеся в направлении, противоположном направлению вторичного течения ( $\beta > 0$ ), составляет  $0 \leq f < 55$  кГц, что качественно согласуется с результатами экспериментов [10], в которых наблюдалось увеличение естественных фоновых пульсаций с частотой  $5 \text{ кГц} \leq f < 40 \text{ кГц}$ .

Рассчитанные и измеренные скорости пространственного роста возмущений показаны на рис. 6. Экспериментальные точки получены путем дифференцирования по продольной координате измеренных спектров естественных пульсаций пограничного слоя на модели скользящего крыла (см. рис. 2, *a* в [10]), в то время как теоретическая кривая строилась по максимальным значениям  $-\alpha_{i,\max}(f) = \max_{\beta} [-\alpha_i(f, \beta)]$ , определенным из диаграммы устойчивости (см. рис. 5). Видно, что при высоких частотах ( $15 \text{ кГц} \leq f < 50 \text{ кГц}$ ) теоретические и экспериментальные данные хорошо согласуются. При низких частотах ( $f < 15 \text{ кГц}$ ) измеренные инкременты существенно меньше. Это можно объяснить тем, что доминирующий вклад в низкочастотный диапазон спектра вносят внешние акустические возмущения (шум аэродинамической трубы), интенсивность которых слабо зависит от продольной координаты и соответствующие инкременты роста которых малы.

На рис. 7 показаны дисперсионные кривые  $\alpha^* = \alpha^*(\beta^*)$ , рассчитанные в системе координат  $(s, z^*)$  при различных частотах. В изученной области параметров теоретические данные хорошо согласуются с результатами экспериментов [10].

Для сравнения скоростей пространственного роста нормальных мод неустойчивости поперечного течения использованы измеренные спектры искусственных возмущений (см. рис. 4 в [10]). На рис. 8 приведена зависимость скорости роста возмущений от трансверсального волнового числа при  $s = 30$  мм. В отличие от дисперсионных зависимостей теоретические результаты плохо согласуются с экспериментальными данными. В эксперименте область наиболее интенсивно нарастающих возмущений  $0,3 \text{ рад/мм} < \beta^* < 1,2 \text{ рад/мм}$ , тогда как согласно линейной теории максимальный рост возмущений должен наблюдаться в области  $2 \text{ рад/мм} < \beta^* < 3 \text{ рад/мм}$ . При этом измеренные значения  $-\alpha_i\delta_{0,95}$  оказываются существенно больше рассчитанных.

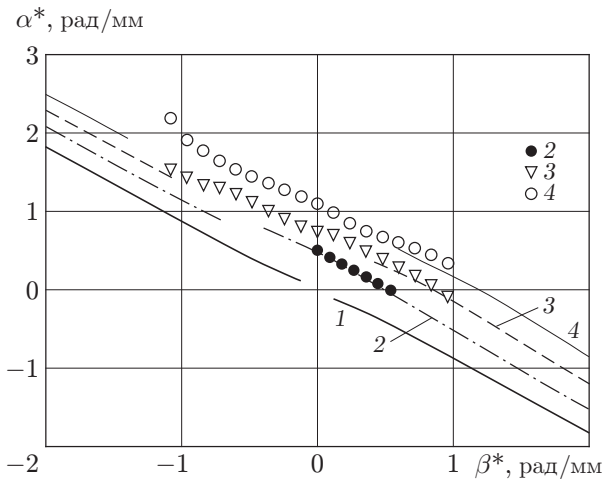


Рис. 7

Рис. 7. Зависимость продольного волнового числа нормальных мод неустойчивости от трансверсального волнового числа в системе координат, связанной с передней кромкой модели:

линии — результаты расчетов; точки — экспериментальные данные [10]; 1 —  $f = 0$ ; 2 —  $f = 10$  кГц; 3 —  $f = 20$  кГц; 4 —  $f = 30$  кГц

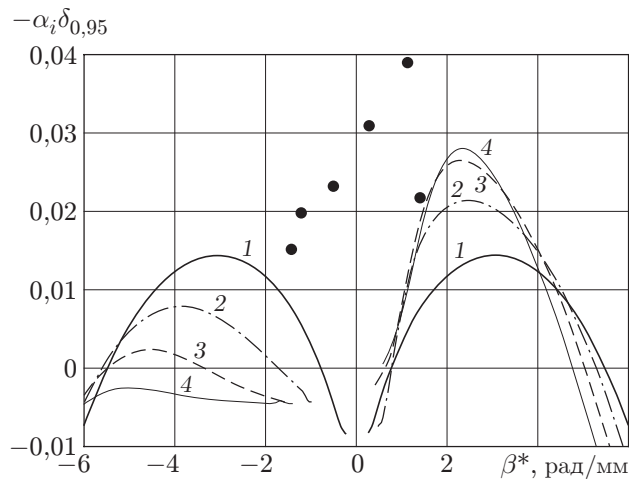


Рис. 8

Рис. 8. Зависимость инкрементов пространственного роста возмущений от  $\beta^*$  в системе координат крыла  $(s, z^*)$  при  $s = 30$  мм:

линии — результаты расчетов (1 —  $f = 0$ ; 2 —  $f = 10$  кГц; 3 —  $f = 20$  кГц; 4 —  $f = 30$  кГц); точки — экспериментальные данные [10] при  $f = 10$  кГц

Такое несоответствие расчетных и экспериментальных данных, по-видимому, объясняется начальными условиями, реализованными в эксперименте. В экспериментах [9, 10] амплитуда массового расхода возмущений достигала 30 % среднего значения. При этом наблюдалось значительное искажение среднего течения в пограничном слое, что является признаком нелинейности поля возмущений. Следовательно, область применимости линейной теории для моделирования такого процесса ограничена. Кроме того, в экспериментах [10] область начального (по координате  $z^*$ ) возмущения была достаточно велика, т. е. в волновом спектре начальных возмущений на частоте генерации доминировали волны с малыми значениями  $\beta^*$ . Рост именно этих возмущений зафиксирован ниже по течению.

Однако, по-видимому, имеются также другие причины опережающего роста мод с  $\beta^* \approx 0$ . В экспериментах [17], проведенных в двумерном пограничном слое на плоской пластине при  $M = 2$  и большей интенсивности начальных возмущений, также зафиксирован рост преимущественно двумерных пульсаций, в то время как в сверхзвуковом пограничном слое наиболее быстро нарастают трехмерные линейные пульсации. Данный факт объяснен в [18], где показано, что эволюция возмущений большей интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое определяется присутствием в нем стационарных возмущений, обуславливающих деформацию средних полей. В результате происходит усиление преимущественно двумерных составляющих спектра возмущений. По-видимому, и в трехмерном пограничном слое на скользящем крыле большая начальная амплитуда мод неустойчивости поперечного течения, возбуждаемых в экспериментах [10], вызывает деформацию среднего течения, вследствие чего измеренные характеристики устойчивости такого потока существенно отличаются от рассчитанных по линейной теории.

Таким образом, показано, что результаты расчетов поперечных масштабов возмущений вторичного течения хорошо согласуются с данными экспериментов по исследованию устойчивости трехмерного сверхзвукового пограничного слоя с искусственными возмущениями при  $M = 2$ . Однако рассчитанные скорости нарастания возмущений существенно отличаются от измеренных. В то же время развитие естественных пульсаций, амплитуда которых значительно меньше амплитуды искусственных возмущений, хорошо описывается линейной теорией устойчивости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Жигулев В. Н.** Возникновение турбулентности / В. Н. Жигулев, А. М. Тумин. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1987.
2. **Reed H. L., Saric W. S.** Stability of three-dimensional boundary layers // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1989. V. 21. P. 235–284.
3. **Saric W. S., Reed H. L., White E. B.** Stability and transition of three-dimensional boundary layers // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2003. V. 35. P. 413–440.
4. **Lekoudis S. G.** Stability of three-dimensional compressible boundary layers over wings with suction. New Orleans, 1979. (Paper / AIAA; 79-0265).
5. **Mack L. M.** Compressible boundary layer stability calculations for sweptback wings with suction // *AIAA J.* 1982. V. 20, N 3. P. 363–369.
6. **Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Левченко В. Я., Семенов Н. В.** О неустойчивости пространственного сверхзвукового пограничного слоя // *ПМТФ.* 1995. Т. 36, № 6. С. 50–54.
7. **Reed H. L., Saric W. S.** Control of transition in supersonic boundary layers using distributed roughness — experiments and computations // *West east high speed flow fields: Proc. of the conf., Marseille (France), Apr. 22–26, 2002.* Barselona: CIMNE, 2003. P. 417–425.
8. **Semionov N. V., Kosinov A. D., Levchenko V. Ya.** Experimental study of turbulence beginning and transition control in a supersonic boundary layer on swept wing // *Laminar-turbulent transition: Proc. of the 6th IUTAM symp., Bangalore (India), Dec. 13–17, 2004.* N. Y.: Springer, 2006. P. 355–362.
9. **Косинов А. Д., Семенов Н. В., Ермолаев Ю. Г., Левченко В. Я.** Экспериментальное исследование развития возмущений в сверхзвуковом пограничном слое на модели скользящего крыла в контролируемых условиях // *ПМТФ.* 2000. Т. 41, № 1. С. 50–56.
10. **Semionov N. V., Kosinov A. D., Levchenko V. Ya.** Experimental study of disturbance development in a 3D supersonic boundary layer // *West east high speed flow fields: Proc. of the conf., Marseille (France), Apr. 22–26, 2002.* Barselona: CIMNE, 2003. P. 426–433.
11. **Гапоненко В. Р., Иванов А. В., Качанов Ю. С.** Экспериментальное исследование устойчивости пограничного слоя скользящего крыла по отношению к нестационарным возмущениям // *Теплофизика и аэромеханика.* 1995. Т. 2, № 4. С. 333–359.
12. **Asai M., Saitoh N., Itoh N.** Instability of compressible three-dimensional boundary layer to stationary disturbances // *Trans. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci.* 2001. V. 43, N 142. P. 190–195.
13. **Гапонов С. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
14. **Хейз У. Д.** Теория гиперзвуковых течений / У. Д. Хейз, Р. Ф. Пробстин. Москва: Изд-во иностр. лит., 1962.
15. **Гапонов С. А., Смородский Б. В.** О линейной устойчивости сверхзвукового пограничного слоя на скользящем крыле // *Материалы 3-й Междунар. летней науч. шк. “Гидродинамика больших скоростей и численное моделирование”, Кемерово (Россия), 22–28 июня 2006 г.* Кемерово: Кемер. гос. ун-т, 2006. С. 253–261.

16. **Anderson J. D.** Modern compressible flow. N. Y. etc.: McGraw-Hill, 1990.
17. **Косинов А. Д., Ермолаев Ю. Г., Семенов Н. В.** Об “аномальных” нелинейных волновых явлениях в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 91–98.
18. **Гапонов С. А., Терехова Н. М.** Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–36.

*Поступила в редакцию 21/V 2007 г.*

---