

меньшей теплотой газификации обладают производные дифенила (200—300 кал/г).

Из теоретических соображений следует, что в рамках неоднородной задачи теплота газификации должна влиять на форму поверхности горящего заряда и скорость горения. Однако ясно, что теплота газификации горючего не является независимым параметром. Величина $Q_{\text{газ}}$ связана с такими параметрами, как химическая структура горючего, теплота его сгорания и т. д., которые сами по себе существенно влияют на скорость горения. Поэтому отсутствие корреляции между $Q_{\text{газ}}$ и скоростью горения смесевой системы (см. табл. 3) указывает на то, что $Q_{\text{газ}}$ горючего не является основным параметром, определяющим скорость горения смесевой системы.

Поступила в редакцию
30/VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Дмитриев, О. А. Кочетов и др. ФГВ, 1969, 5, 1.
2. К. К. Андреев. Сб. «Теория ВВ». М., Оборонгиз, 1963.
3. К. К. Андреев. Термическое разложение и горение ВВ. М., «Наука», 1966.
4. P. Gray, I. C. Lee, D. C. Taylor. 6-th Symposium (International) on Combustion, 1957.
5. В. Э. Анников, Б. Н. Кондриков, Н. А. Полякова. ФГВ, 1969, 5, 1.
6. А. Ф. Беляев. Горение, детонация и работа взрыва конденсированных ВВ. М., «Наука», 1968.
7. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1942, 12, 11—12.

УДК 538.4+536.46

О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА МЕДЛЕННОГО ГОРЕНИЯ В МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ ПРИ БОЛЬШИХ Re_m

А. С. Плешанов
(Москва)

Гидродинамическая неустойчивость фронта медленного горения по отношению к малым периодическим возмущениям его формы была теоретически установлена в классической гидродинамике Даррье [1] и Ландау [2]. В данной работе дается обобщение результатов этих работ на случай идеально проводящей несжимаемой жидкости в магнитном поле.

Систему уравнений магнитной гидродинамики удобно записать здесь в симметричной форме [3]

$$\begin{aligned} [\partial/\partial t + (\vec{w}_\pm \nabla)] \vec{w}_\pm + \nabla \varphi = 0, \quad \text{div } \vec{w}_\pm = 0, \\ \vec{w}_\pm = \vec{v} \pm \vec{u}, \quad \varphi = p/\rho + \vec{u}^2/2, \quad \vec{u} = \vec{H}/\sqrt{4\pi\rho}, \end{aligned} \quad (1)$$

где \vec{v} — скорость; \vec{H} — напряженность магнитного поля; p — давление; ρ — плотность. На поверхности разрыва должны соблюдаться условия непрерывности [4] потока массы

$$\{j\} \equiv \{\rho v_\perp\} = 0,$$

нормальной компоненты потока импульса

$$\{g_{\perp}\} \equiv \{p + \rho v_{\perp}^2 + 1/2\rho(\vec{u}_{\parallel}^2 - u_{\perp}^2)\} = 0,$$

его тангенциальной компоненты

$$\{\vec{g}_{\parallel}\} \equiv \{j\vec{v}_{\parallel} - \rho u_{\perp}\vec{u}_{\parallel}\} = 0, \quad (2)$$

нормальной компоненты магнитного поля

$$\{V_{\rho}^{-} u_{\perp}\} = 0$$

и тангенциальной компоненты электрического поля

$$\{V_{\rho}^{-}(u_{\perp}\vec{v}_{\parallel} - v_{\perp}\vec{u}_{\parallel})\} = 0. \quad (3)$$

Здесь и далее индексы \perp и \parallel относятся к векторам, нормальным и тангенциальным к поверхности разрыва соответственно.

Условие непрерывности нормальной компоненты потока энергии

$$\{g_{\perp}\} \equiv \{j(\omega + v^2/2) + \rho[v_{\perp}\vec{u}_{\parallel}^2 - u_{\perp}(\vec{v}_{\parallel}\vec{u}_{\parallel})]\} = 0,$$

где ω — энтальпия, следуя [2], привлекаться не будет. Вместо него будет использовано условие для вариации потока массы $\delta j=0$ [2], которое является частным случаем условия $j=j(g_{\perp}, q_{\perp})$ или более общего соотношения. Отметим здесь, что вопреки распространенному представлению (см., например, [5]) непрерывность вариации потока энергии неэквивалентна условию $\delta j=0$, а следует из непрерывности вариаций других потоков (например, в классической гидродинамике, где возмущение энтропии определяется возмущением ротора скорости).

Выписанные уравнения следует проварьировать. Вариации векторных величин на поверхности разрыва включают возмущение его формы и имеют вид:

для нормальной компоненты скорости —

$$\delta v_{\perp} = v'_{\perp} - [\partial/\partial t + (\vec{v}_{\parallel}\nabla_{\parallel})]\zeta' = [v'_{\perp} - i(\vec{k}_{\parallel}\vec{v}_{\parallel})\zeta'] - \Omega\zeta' = \delta v'_{\perp} - \Omega\zeta', \quad (4)$$

для тангенциальной компоненты скорости —

$$\delta\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}'_{\parallel} + v_{\perp}\nabla_{\parallel}\zeta' = \vec{v}'_{\parallel} + i\vec{k}_{\parallel}v_{\perp}\zeta',$$

для нормальной компоненты магнитного поля —

$$\delta u_{\perp} = u'_{\perp} = (\vec{u}_{\parallel}\nabla_{\parallel})\zeta' = u'_{\perp} - i(\vec{k}_{\parallel}\vec{u}_{\parallel})\zeta' = \delta u'_{\perp} \quad (5)$$

и для тангенциальной компоненты магнитного поля —

$$\delta\vec{u}_{\parallel} = \vec{u}'_{\parallel} + u_{\perp}\Delta_{\parallel}\zeta' = \vec{u}'_{\parallel} + i\vec{k}_{\perp}u_{\perp}\zeta'.$$

Здесь \vec{k}_{\parallel} — волновой вектор возмущения разрыва, координата поверхности которого ζ' ; $\Omega = -i\omega$ и ω — угловая частота; штрих относится к собственным возмущениям.

Беря дивергенции по поверхности разрыва от проварьированных векторных условий непрерывности (2) и (3) и используя условия $\text{div}\vec{v}' = \text{div}\vec{u}' = 0$, получим окончательные граничные условия для v'_{\perp} , u'_{\perp} и φ' :

$$\{\delta j\} \equiv \{\rho(\delta v'_{\perp} - \Omega\zeta')\} = 0, \quad (6)$$

$$\{\varphi'/v_{\perp} = 2(\delta v'_{\perp} - \Omega\zeta')\} = 0, \quad (7)$$

$$\{(\vec{k}_{\parallel}\vec{v}_{\parallel})\delta j - jk_{\perp}\Delta v'_{\perp} - \rho(\vec{k}_{\parallel}\vec{u}_{\parallel})\delta u'_{\perp} + \rho u_{\perp}k_{\perp}\Delta u'_{\perp}\} = 0, \quad (8)$$

$$\{\delta u_{\perp} / \sqrt{v_{\perp}}\} = 0, \quad (9)$$

$$\{i(\vec{k}_{\parallel} \vec{v}_{\parallel}) \delta u_{\perp} - u_{\perp} k_{\perp} \Delta v'_{\perp} - (\vec{k}_{\parallel} \vec{u}_{\parallel}) (\delta v_{\perp} - \Omega \zeta') + v_{\perp} k_{\perp} \Delta u'_{\perp} / \sqrt{v_{\perp}}\} = 0. \quad (10)$$

Здесь $\delta v'_{\perp}$ и $\delta u'_{\perp}$ определяются согласно (4) и (5) и

$$k_{\perp} \Delta v'_{\perp} = k_{\perp} v'_{\perp} - i k_{\parallel}^2 v_{\perp} \zeta', \quad k_{\perp} \Delta u'_{\perp} = k_{\perp} u'_{\perp} - i k_{\parallel}^2 u_{\perp} \zeta', \quad (11)$$

где k_{\perp} — компонента волнового вектора, нормальная к разрыву.

Возмущенные уравнения (1) имеют вид

$$[\Omega + i(\vec{k} \vec{\omega}_{\pm})] i \vec{\omega}_{\pm}' + i k \vec{\varphi}' = 0,$$

откуда с учетом $\text{div} \vec{\omega}_{\pm}' = 0$ получим $k^2 \varphi' = 0$.

Последнее означает, что существуют два типа возмущений:

- 1) $k^{(1)2} = 0$, $\varphi^{(1)'} \neq 0$, $\Omega + i(\vec{k}^{(1)} \vec{\omega}_{\pm}) \neq 0$;
- 2) $k^{(2\mp)2} \neq 0$, $\varphi^{(2\pm)'} = 0$, $\Omega + i(\vec{k}^{(2\mp)} \vec{\omega}_{\pm}) = 0$.

Для возмущений первого типа до и после разрыва (нижние индексы 1 и 2 соответственно) имеем ($\alpha=1,2$)

$$\begin{aligned} i k_{1\perp}^{(1)} &= k_{\parallel}, \quad i k_{2\perp}^{(1)} = -k_{\parallel}, \\ \varphi_{\alpha}^{(1)'} &= -\frac{2}{i k_{\alpha\perp}^{(1)}} \left(\frac{1}{\Omega_{\alpha+}^{(1)}} + \frac{1}{\Omega_{\alpha-}^{(1)}} \right)^{-1} v_{\alpha\perp}^{(1)'}, \\ u_{\alpha\perp}^{(1)'} &= \frac{\Omega_{\alpha+}^{(1)} - \Omega_{\alpha-}^{(1)}}{\Omega_{\alpha+}^{(1)} + \Omega_{\alpha-}^{(1)}} v_{\alpha\perp}^{(1)'}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\tilde{\Omega}_{\alpha\pm}^{(1)} = \Omega + i k_{\alpha\perp}^{(1)} \omega_{\alpha\pm} - i(\vec{k}_{\parallel} \vec{\omega}_{\alpha\pm}).$$

Для возмущения второго типа, которые могут излучаться разрывом, имеем

$$\begin{aligned} i k_{1\perp}^{(2-)} &= k_{\parallel} - \Omega_{1-}^{(1)} / \omega_{1\perp-}, \quad \varphi_1^{(2-)' } = 0, \quad u_{1\perp}^{(2-)' } = v_{1\perp}^{(2-)' }; \\ i k_{2\perp}^{(2-)} &= -k_{\parallel} - \Omega_{2-}^{(1)} / \omega_{2\perp-}, \quad \varphi_2^{(2-)' } = 0, \quad u_{2\perp}^{(2-)' } = v_{2\perp}^{(2-)' }; \\ i k_{2\perp}^{(2+)} &= -k_{\parallel} - \Omega_{2+}^{(1)} / \omega_{2\perp+}, \quad \varphi_1^{(2+)' } = 0, \quad u_{2\perp}^{(2+)' } = -v_{2\perp}^{(2+)' }. \end{aligned} \quad (13)$$

Для шести постоянных ($v_{\alpha\perp}^{(1)'}$, $v_{\alpha\perp}^{(2-)'}$, $v_{2\perp}^{(2+)'}$ и ζ') имеет шесть условий (пять условий (6)–(10) и условие Ландау $\delta j=0$). Но оказывается, что условия непрерывности вариаций нормальной компоненты магнитного поля (9) и тангенциальной компоненты электрического поля (10) эквивалентны. Этот факт доказывается прямой подстановкой выражений (4), (5) и (11) в (10) с последующим учетом формул (12) и (13). В таком случае разрыв с видами возмущений $v_{\alpha\perp}^{(2-)'}$ и $v_{2\perp}^{(2+)'}$ невозможен (в [6] такого типа разрывы названы неэволюционными). Возможны, следовательно, разрывы либо с $v_{2\perp}^{(2-)'}$, либо с $v_{1\perp}^{(2-)'}$ и $v_{2\perp}^{(2+)'}$.

Дисперсионное уравнение может быть получено в наиболее общей ситуации, которая до сих пор рассматривалась: двумерная «рябь» на поверхности разрыва, произвольная ориентация магнитного поля, произвольный косой разрыв. Существенно, что порядок дисперсионного уравнения при этом всегда равен 3, а не 5, благодаря сокращению на коэффициент пропорциональности между $\delta_{\alpha}^{(1)'}$ и $v_{\alpha\perp}^{(1)'}$, отличный, вообще говоря, от 0. Однако в общем случае получается уравнение с комплексными коэффициентами, критерий Гурвица для которого из-

вестен (см., например, [7]), но слишком громоздок. Ограничимся поэтому здесь тремя частными ситуациями при сохранении двумерной «ряби» на прямом разрыве ($\vec{v}_{\parallel} = 0$).

1. Продольное магнитное поле. Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\varepsilon(\varepsilon + 1)z^3 + \varepsilon(3\varepsilon + 1)z^2 + [\varepsilon^2(3 - \varepsilon) + (\varepsilon^2 + 1)\kappa_{1\parallel}^{-2}]z + (\varepsilon - 1)[(\varepsilon - 1)\kappa_{1\parallel}^{-2} - \varepsilon^2] = 0,$$

где $z = \Omega/k_{\parallel} v_{1\perp}$, $\varepsilon = v_{2\perp}/v_{1\perp} = \rho_1/\rho_2 > 1$ и $\kappa_{1\parallel}^2 = [k_{\parallel} v_{1\perp}/(k_{\parallel} \vec{u}_{1\parallel})]^2$.

Критерий Гурвица дает область устойчивости

$$|\kappa_{1\parallel}| < \kappa_{1\parallel}^* = \sqrt{\varepsilon - 1} / \varepsilon.$$

Отсюда следует, что достаточно сильное продольное магнитное поле стабилизирует возмущения, направление распространения которых не слишком отклоняется от направления магнитного поля. Поскольку произвольное возмущение содержит составляющие любых направлений, приходим к выводу, что продольное магнитное поле, вообще говоря, не стабилизирует рассматриваемый разрыв.

2. Поперечное магнитное поле — случай $v_{2\perp}^{(2-)'}$, что возможно при $v_{1\perp} > u_{1\perp}$ и $v_{2\perp} > u_{2\perp}$.

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$(\varepsilon + 1)z^3 + (3\varepsilon + 1)z^2 + \varepsilon[(3 - \varepsilon) - 2\kappa_{1\perp}^{-2}]z - \varepsilon(\varepsilon - 1) = 0,$$

где $\kappa_{1\perp} = v_{1\perp}/u_{1\perp}$. Ввиду того, что свободный член этого уравнения отрицательный, устойчивость невозможна.

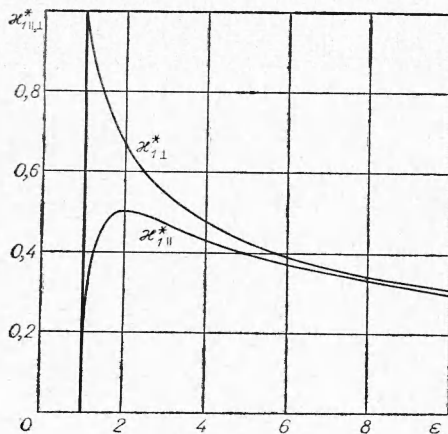
3. Поперечное магнитное поле — случай $v_{1\perp}^{(2-)'}$ и $v_{1\perp}^{(2+)'}$, что возможно при $v_{1\perp} < u_{1\perp}$ и $v_{2\perp} < u_{2\perp}$.

Дисперсионное уравнение имеет вид при $z = \Omega/k_{\parallel} u_{2\perp}$

$$(\varepsilon + 1)z^3 + (\sqrt{\varepsilon} + 1)[2 - (\sqrt{\varepsilon} - 1)\kappa_{1\perp}]z^2 + [(\varepsilon - 4\sqrt{\varepsilon} + 1)\kappa_{1\perp}^2 - 2(\sqrt{\varepsilon} - 1)\kappa_{1\perp} + 2]z + (\varepsilon - 1)\kappa_{1\perp}^3 = 0.$$

Критерий Гурвица дает область устойчивости для $\kappa_{1\perp} < \kappa_{1\perp}^*$, которое удовлетворяет уравнению

$$(\sqrt{\varepsilon} - 1)^3 \kappa_{1\perp}^{*3} - 2(\varepsilon - 3\sqrt{\varepsilon} + 1)\kappa_{1\perp}^{*2} + 3(\sqrt{\varepsilon} - 1)\kappa_{1\perp}^* - 2 = 0. \quad (14)$$



Это уравнение имеет параметрическое решение при параметре $\zeta = (\sqrt{\varepsilon} - 1)\kappa_{1\perp}^*$. На рисунке нанесены кривые $\kappa_{1\parallel}^*$ и $\kappa_{1\perp}^*$ в функции ε . Обращаем внимание на асимптотическое сближение этих кривых при больших ε .

В заключение укажем, что учет наклонного магнитного поля изменяет, например, условие положительности свободного члена вида (14) в дисперсионном уравнении следующим образом:

$$(1 - \kappa_{2\perp}^{-2})^{1/2} |\kappa_{1\parallel}| < \sqrt{\varepsilon - 1} / \varepsilon.$$

Поступила в редакцию
9/III 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Darricus. *Za Mechanique des fluides*. Paris., Dunad, 1941
2. Л. Д. Ландау. *ЖЭТФ*, 1944, **14**, 6.
3. W. M. Elsasser. *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 183.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред*. М., Гостехиздат, 1957.
5. «Нестационарное распространение пламени». Сб. под редакцией Д. Г. Маркштейна. М., «Мир», 1968.
6. И. М. Гельфанд. *УМН*, 1959, **14**, 87.
7. Н. Г. Чеботарев, Н. Н. Мейман. Проблема Раусса — Гурвица для полиномов и целых функций. М.—Л., ИАН, 1949.

УДК 536.46+662.613.

О ПРИРОДЕ «ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШУМА», ВОЗНИКАЮЩЕГО ПРИ ГОРЕНИИ

*В. С. Фиалков, В. Т. Плицын, Я. И. Магун,
Г. П. Сенкевич
(Караганда)*

Значительный интерес с точки зрения познания механизма процесса горения открывает явление «электрического шума» пламени, по-видимому, впервые исследованное Марсденом [1, 2]. Это явление проявляется в том, что при помещении в пламя двойного зонда без источника внешней э. д. с. на нагрузочном сопротивлении, включенном между его электродами, возникает переменное напряжение. Далее это явление было исследовано в работах [3—8], что позволило разработать различные способы его использования для целей контроля и управления процессом горения. Более того, Клейном [9—11] показана возможность при этом прямого преобразования энергии горения в электрическую. Благодаря простоте и надежности зондов, исключению ряда принципиальных недостатков других методов [8], создалась возможность исследования особенностей электронно-ионных явлений при горении не только газообразного или жидкого, но и кускового твердого топлива, причем в различных режимах его сжигания (в слое, потоке дутья и т. д.). Учитывая это обстоятельство, а также известную противоречивость взглядов на механизм возникновения «электрического шума», необходимо более подробно рассмотреть природу этого явления.

Марсден [1] и Гайгнебет [3] установили, что э. д. с., обусловленная внешними электромагнитными полями, равно как и термо-э. д. с. или тепловые шумы, не могут быть признаны ответственными за наблюдаемый эффект. Наши измерения в пламени газовой горелки, полностью экранированной от внешних полей заземленной металлической сеткой, в зонах горения огневого стенда, доменной печи и в пылеугольном факеле парового котла, где экранирование было там более надежно и полно, также говорят о чисто внутреннем происхождении напряжения, возникающего на помещаемом в пламя зонде. Последнее было предметом специального эксперимента, в связи с естественным предположением о возникновении «электрического шума» за счет внешних полей в силу известного свойства проводящего пламени, с размерами много большими размеров зонда, воспринимать и усиливать шумы.

По мнению Марсдена [1], основной причиной возникновения этого эффекта является ускорение при движении заряженного газа. Тогда