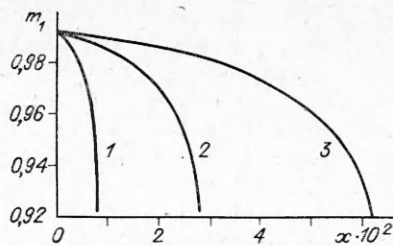


Р и с. 7



Р и с. 8

случае частицы в облаке уплотняются довольно слабо, причем с ростом M_0 облако растет и частицы к концу облака уплотняются.

Таким образом, предложена математическая модель структуры КБР в газозвеси, учитывающая хаотическое давление частиц. Даны классификация устойчивых и неустойчивых типов стационарных течений газозвесей в КБР и их численная иллюстрация. В качестве аналога одного из возможных режимов приводится экспериментально наблюдаемый факт существования течения с присоединенной ударной волной на облаке частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В., Фомин В. М. К теории комбинированного разрыва в газозвесах // Физическая газодинамика регулирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1990.
2. Черный Г. Г. Газовая динамика.— М.: Наука, 1988.
3. Бойко В. М. Исследование динамики ускорения, разрушения и воспламенения частиц за ударными волнами методами лазерной визуализации: Дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Новосибирск, 1984.
4. Циклаури Г. В., Данилин В. С., Селезнев Л. И. Адиабатные двухфазные течения.— М.: Атомиздат, 1973.

г. Новосибирск

Поступила 4/VII 1991 г.

УДК 532.526

С. Е. Грубин, И. Н. Симакин, В. Н. Тригуб

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УСТОЙЧИВОСТИ СЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ МАХА

Исследуется устойчивость пограничного слоя на пластине, обтекаемой гелием, при больших числах Маха ($M_\infty = 8-25$). При нахождении профилей скорости и температуры невозмущенного течения учитывалось взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком. Для решения задачи линейной теории устойчивости сжимаемых течений построен псевдоспектральный метод, позволяющий при сравнительно небольшом числе базисных функций в представлении приближенного решения рассчитывать характеристики устойчивости в широких диапазонах изменения чисел Рейнольдса и Маха.

Проведено сравнение характеристик устойчивости, полученных в одном случае для профилей, вычисленных с учетом взаимодействия, в другом — для профилей автомодельного решения Блазиуса. Установлено, что при $M_\infty \approx 20$ учет взаимодействия приводит к увеличению критического числа Рейнольдса R_{xc} более чем в 2 раза.

Несмотря на возрастающий интерес к устойчивости гиперзвукового пограничного слоя [4—7], область очень больших чисел Маха ($M_\infty > 10$) исследована явно недостаточно. Основная причина заключается в том, что в большинстве работ изучалась устойчивость пограничного слоя в воздухе, который считался совершенным газом. Диапазон значений M_∞ ,

при которых воздух может рассматриваться как совершенный газ, оказывается весьма ограниченным как для натурального полета, так и для трубных экспериментов, что выдвигает на передний план задачу изучения влияния химических реакций в пограничном слое, а также каталитических свойств поверхности на устойчивость пограничного слоя. В этом направлении был выполнен ряд работ [8—10], однако задача еще далека до полного решения.

С другой стороны, в гелиевых трубах возможно достижение очень больших значений M_∞ и R_x без конденсации. Можно ожидать, что характерные особенности чисто гидродинамического типа, обнаруженные в гелиевой трубе при больших M_∞ , будут проявляться и для воздуха, накладываясь на особенности, связанные с наличием химических реакций. Применение гелиевых труб для изучения развития неустойчивости и перехода в гиперзвуковом пограничном слое дает практическое основание задаче исследования устойчивости пограничного слоя в совершенном газе при $M_\infty > 10$.

В настоящей работе исследуется линейная устойчивость пограничного слоя на пластине, расположенной под нулевым углом атаки в гиперзвуковом потоке гелия. Рассматриваются только такие расстояния от передней кромки, на которых уже с достаточной точностью применима концепция пограничного слоя.

При больших M_∞ основное отличие пограничного слоя от известного автомодельного решения с постоянным давлением вызывается взаимодействием пограничного слоя с внешним потоком [11]. Влияние энтропийного слоя и наличие скачка уплотнения во внешнем течении не учитываются. Это приближение ограничивает область рассмотрения режимом слабого и умеренного взаимодействия ($\chi \leq 1$, $\chi = M_\infty^3 c_\infty^{1/2} / R_x^{1/2}$, $c_\infty = \rho_w \mu_w / \rho_\infty \mu_\infty$, $R_x = \rho_\infty u_\infty x / \mu_\infty$). Можно, однако, ожидать, что некоторые качественные результаты сохранятся и в области с большими значениями параметра χ .

Уравнения пограничного слоя после преобразований Блазиуса и Дордницына — Лиза

$$z = \frac{1}{M_\infty^2} \int_0^x \frac{\rho_w u_e}{\mu_w} dx, \quad \eta = \frac{1}{M_\infty} \sqrt{\frac{2z}{\mu_w}} \int_0^y \rho dy,$$

$$\partial f / \partial \eta = u / u_e, \quad g = H / H_e$$

могут быть записаны в виде [11]

$$(1) \quad (Nf'')' + ff'' - \beta(g - f'^2) = 2z \left(f' \frac{\partial f'}{\partial z} - f'' \frac{\partial f}{\partial z} \right),$$

$$\left[\frac{N}{\sigma} g' + \alpha N \left(1 - \frac{1}{\sigma} \right) f' f'' \right]' + fg' = 2z \left(f' \frac{\partial g}{\partial z} - g' \frac{\partial f}{\partial z} \right),$$

$$\beta = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{z}{p} \frac{dp}{dz} (1 + \varepsilon_e), \quad \alpha = \frac{2}{(1 + \varepsilon_e)},$$

$$N = \left[\frac{(1 + \varepsilon_e) g_w}{(1 + \varepsilon_e) g - f'^2} \right]^{1-\omega}, \quad \gamma = \frac{5}{3}, \quad \sigma = \frac{2}{3}, \quad \omega = 0,647,$$

$$\varepsilon_e = \frac{2}{(\gamma - 1) M_e^2} = \varepsilon_\infty \left/ \left[(1 + \varepsilon_\infty) \left(\frac{p_\infty}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \varepsilon_\infty \right] \right., \quad \frac{u_e}{u_\infty} = \left(\frac{1 + \varepsilon_\infty}{1 + \varepsilon_e} \right)^{1/2},$$

$$\delta^* = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \sqrt{\frac{2z}{p}} u_\infty F \mu_w M_\infty, \quad F = \frac{u_e}{u_\infty} \int_0^\infty [(1 + \varepsilon_e) g - f'^2 - \varepsilon_e f'] d\eta,$$

$$f(z, 0) = f'(z, 0) = 0, \quad g(z, 0) = g_w = \text{const},$$

$$f'(z, \infty) = g(z, \infty) = 1.$$

Здесь x, y — продольная и нормальная координаты; u — скорость; H — полная энтальпия; ρ — плотность; p — давление; μ — коэффициент вязкости; δ^* — толщина вытеснения; штрих означает дифференцирование по переменной η ; индекс ∞ относится к величинам в невозмущенном потоке, e — на внешней границе пограничного слоя, а w — на пластине. Считаем, что для гелия $\gamma = c_p/c_v = 5/3$, число Прандтля $\sigma = 2/3$, $\mu/\mu_\infty = (T/T_\infty)^\omega$, $\omega = 0,647$.

Самоиндуцированный градиент давления может быть приближенно определен по формуле касательного клина [11—13]

$$(2) \quad \frac{p}{p_\infty} = 1 + \gamma k^2 \left(\frac{\gamma+1}{4} + \sqrt{\left(\frac{\gamma+1}{4}\right)^2 + \frac{1}{k^2}} \right) = P(k), \quad k = M_\infty \frac{d\delta^*}{dx}.$$

Распределение давления вычислим в пределе $M_\infty \rightarrow \infty$, $z = O(1)$, $\varepsilon_e \rightarrow 0$, $\varepsilon_\infty \rightarrow 0$, когда решение задачи (1), (2) зависит лишь от координаты z и температурного фактора g_w (предел умеренного гиперзвукового взаимодействия). При проведении качественных исследований влияния взаимодействия на устойчивость целесообразно ограничиться приближенным методом, основанным на предположении о локальной автомодельности решения уравнений (1). Суть метода заключается в том, что конвективные члены, равные нулю при $z \rightarrow 0$ и $z \rightarrow \infty$, полагаются равными нулю на всем промежутке $0 < z < \infty$. Тогда переменная z входит в уравнения (1), (2) только через параметр β и из решения этой задачи можно найти зависимость $F(\beta)$ в диапазоне $-(\gamma-1)/\gamma < \beta < 0$ (от сильного до слабого взаимодействия). Учитывая соотношение $\beta = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{z}{p} \frac{dp}{dz}$ и уравнения взаимодействия (2), получаем краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, определяющую $\beta(\xi)$, $\xi = \ln z$, $\xi \in (-\infty, \infty)$:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\beta} \frac{d^2\beta}{d\xi^2} - \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(p \frac{dF}{d\beta} + F \right) \frac{d\beta}{d\xi} + \frac{d^2F}{d\beta^2} \left(\frac{d\beta}{d\xi} \right)^2 - \frac{1}{4} F + \\ + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\gamma-1} \beta F = \frac{e^{\xi/2}}{\sqrt{2}} g_w \frac{\gamma}{\gamma-1} \beta P(k) \left| \frac{dP}{dk} \right., \\ k = e^{-\xi/2} \frac{\sqrt{2}}{g_w} \left(\frac{dF}{d\beta} \frac{d\beta}{d\xi} + \frac{1}{2} F - \frac{\gamma}{\gamma-1} \beta F \right), \\ \beta(-\infty) = -(\gamma-1)/\gamma, \quad \beta(\infty) = 0. \end{aligned}$$

Из решения этой задачи можно получить функции

$$\frac{p}{p_\infty}(z), \quad U = \frac{u}{u_e} = f'(\beta, \eta), \quad \frac{T}{T_w} = \frac{g-f'^2}{g_w}$$

(T — температура) и установить связь между z и параметром гиперзвукового подобия $\chi = M_\infty^2 c_\infty^{1/2} / R_x^{1/2}$:

$$\chi = \frac{2}{g_w(\gamma-1)} \left[\int_0^z \frac{p_\infty}{p} dz \right]^{1/2}, \quad c_\infty = \frac{\rho_w u_e}{\rho_\infty u_\infty} = \left[\frac{2}{(\gamma-1) M_\infty^2 g_w} \right]^{1-\omega}, \\ R_x = M_\infty^6 c_\infty \frac{g_w^2 (\gamma-1)^2}{4} \int_0^z \frac{p_\infty}{p} dz.$$

Полученные в гиперзвуковом приближении ($\varepsilon_e = \varepsilon_\infty = 0$) профили скорости и температуры не являются равномерно пригодными при $M_\infty \rightarrow \infty$. Вблизи внешней границы существует тонкая область, в которой характер затухания возмущений скорости меняется с алгебраического на экспоненциальный, а температура выходит на свое значение во внешнем течении, не равное нулю. В этой области с увеличением M_∞ неогра-

ниченно растут вторые производные от скорости и температуры по нормальной координате.

Поэтому для нахождения профилей была выбрана следующая процедура. Профили скорости и температуры по-прежнему определяются в локально-автомодельном приближении, т. е. как решения уравнений (1) без правых частей. Но при этом в уравнениях остаются малые члены ε_∞ , ε_e . Распределение давления, необходимое для нахождения ε_e , берется из решения задачи в гиперзвуковом приближении ($\varepsilon_\infty = \varepsilon_e = 0$). При достаточно малых ε_e эти добавки не оказывают заметного влияния на распределение давления, полученное в гиперзвуковом приближении, и приводят к правильному поведению профилей вблизи внешней границы пограничного слоя. Найденные таким образом профили температуры и скорости, а также их производные используются в дальнейшем для расчетов характеристик устойчивости.

Характеристики устойчивости определяем в приближении локально-однородного течения. Малые возмущения скорости, давления, плотности и температуры представим в виде волны Толлмина — Шлихтинга:

$$(3) \quad F(x, y, z, t) = \{u', v', w', p', \rho', T'\} = \\ = \{u_1(y), \alpha v_1(y), w_1(y), p_1(y), \rho_1(y), T_1(y)\} \exp [i(\alpha x + \beta z - \alpha ct)],$$

где v' , w' — возмущения нормальной и трансверсальной составляющих скорости. Функции отнесены к их значениям в набегающем потоке, длины — к $L = x/\bar{R}_x^{1/2}$, время — к L/u_∞ . В результате линеаризации уравнений Навье — Стокса и подстановки представления (3) приходим к системе уравнений [14]. Если стенка неподвижна, непроницаема и обладает высокой теплопроводностью, граничные условия при $y = 0$ имеют вид $u_1(0) = v_1(0) = w_1(0) = T_1(0) = 0$. Для волн Толлмина — Шлихтинга, движущихся с дозвуковой скоростью относительно внешнего потока, ставится условие затухания возмущений при $y \rightarrow \infty$.

Исследуется временная устойчивость, при этом параметрами задачи являются $R = (u_\infty \rho_\infty L / \mu_\infty)^{1/2}$, M_∞ , волновое число α и угол наклона волнового вектора $\psi = \arctg(\beta/\alpha)$. Требуется найти собственные значения s и соответствующие им собственные функции. При проведении расчетов оказывается удобным перейти в уравнениях к переменной Дороничина — Лиза η — это позволяет избежать больших градиентов в окрестности внешней границы пограничного слоя. Коэффициент объемной вязкости полагался равным нулю.

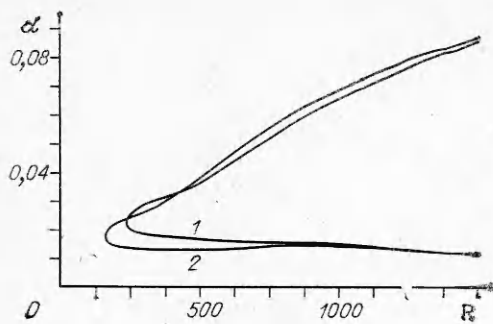
Задача устойчивости пограничного слоя в сжимаемых течениях исследовалась численно во многих работах. Большой вклад внесен Мэком [14]. Современное состояние проблем изложено в [15, 16]. В настоящей работе для решения этой задачи предлагается новый эффективный метод, основанный на спектральном представлении решения.

Задача может быть сформулирована в виде

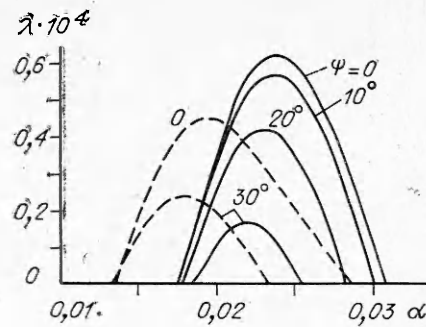
$$(4) \quad cX = AX, \quad X = \{X_n\} \quad (n = 0, 1, \dots, 5), \\ X_n(\eta = 0) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, 4), \\ X_n(\infty) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, 5),$$

где $X = \{X_n\} = \left\{ \tilde{p} \Big|_{\eta=0}, \tilde{u}(\eta), \tilde{v}(\eta), \tilde{w}(\eta), \tilde{T}(\eta), \tilde{p}(\eta) - \frac{1}{T(\eta)} T(\eta) \right\}$; $\tilde{u} = u_1 + w_1 \operatorname{tg} \psi$; $\tilde{v} = v_1$, $\tilde{w} = w_1 - u_1 \operatorname{tg} \psi$; $\tilde{T} = T_1$; $\tilde{p} = p_1$; $A = A(R, M_\infty, \alpha, \psi)$ — известная матрица, включающая операторы дифференцирования по η .

Численное решение задачи (4) проводится с помощью модифицированного псевдоспектрального метода [17]. Используя замену переменной $\eta = a(1+z)/(1-z)$, область $\eta \in [0, \infty)$ отображаем на интервал $z \in [-1, 1)$, при этом $\frac{d}{d\eta} = \kappa(z) \frac{d}{dz}$, $\kappa(z) = \frac{(1-z)^2}{2a}$. Приближенное решение



Р и с. 1



Р и с. 2

задачи (4) ищется как

$$(5) \quad X_n(z) = (1 - z^2) \sum_{q=0}^{Q-1} \widehat{X}_{n,q} T_q(z), \quad n = 1, 2, \dots, 4,$$

$$X_5(z) = \frac{1}{2} (1 - z) X_0 + (1 - z^2) \sum_{q=0}^{Q-1} \widehat{X}_{5,q} T_q(z)$$

($T_q(z) = \cos(q \arccos z)$ — полиномы Чебышева). Из представления (5) следует выполнение граничных условий.

Каждое уравнение системы (4) записывается в узлах коллокаций $z_i = \cos\left(\frac{\pi i}{Q+1}\right)$, $i = 1, 2, \dots, Q$; кроме того, последнее уравнение ($n = 5$) записывается в точке $z = -1$. В результате получаем задачу о собственных значениях и собственных векторах для комплексной матрицы размера $(5Q + 1) \times (5Q + 1)$.

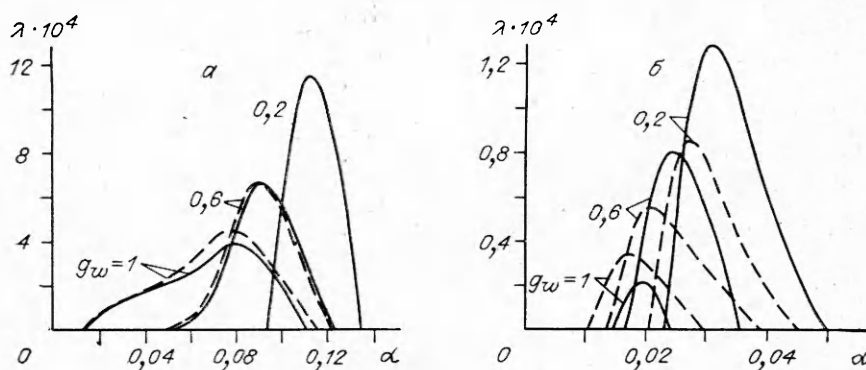
Точность вычисления приближенного решения оценивалась для воздуха и гелия при различных параметрах задачи M_∞ , R , α , ψ . Во всех проведенных расчетах при $Q \geq 30$ достигается приемлемая точность. В таблице приведены собственные значения скорости c_{\max} (с максимальной мнимой частью), найденные для гелия при больших M_∞ ($g_w = 0,6$, $\psi = 0$, $\sigma = 2/3$).

Для оценки влияния эффектов взаимодействия при различных параметрах задачи были выполнены две серии расчетов, в первом случае (INT) в задаче устойчивости использовались профили скорости и температуры, полученные описанным выше способом, т. е. с учетом взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком, во втором (BLS) — профили автомодельного решения Блазиуса ($\beta = 0$).

На рис. 1 изображены нейтральные кривые устойчивости, вычисленные для гелия при $M_\infty = 18$, $g_w = 0,6$, $\psi = 0$, кривая 1 соответствует случаю INT, 2 — BLS. Как и следовало ожидать, наибольшие изменения имеют место при малых R .

Учет взаимодействия приводит к увеличению критического числа Рейнольдса от $R_c^{\text{BLS}} \approx 162$ до $R_c^{\text{INT}} \approx 235$, что отвечает росту $R_{x,c} = R_c^2$ более чем в 2 раза. Кроме того, происходит смещение носика нейтральной

Q	$M_\infty = 18, R = 1000, \alpha = 0,04$	$M_\infty = 25, R = 1700, \alpha = 0,02$
	c_{\max}	
31	$0,988152 + i0,001846$	$0,99288 + i0,00233$
41	$0,988152 + i0,001980$	$0,992773 + i0,002068$
51	$0,98815123 + i0,00198119$	$0,9927754 + i0,0020720$
71	$0,98815122 + i0,00198118$	$0,9927748 + i0,0020721$



Р и с. 3

кривой в область больших значений волнового числа ($\alpha_c^{\text{BLS}} \approx 0,018$, $\alpha_c^{\text{INT}} \approx 0,0229$). С увеличением R нейтральные кривые сближаются.

На рис. 2 приведены графики зависимости инкремента роста возмущений $\lambda = \alpha \text{Im}(c)$ от α при $R = 350$, $M_\infty = 18$, $g_w = 0,6$ для различных значений угла наклона ψ (сплошные кривые соответствуют случаю INT, штриховые — BLS). Видно, что для рассматриваемых параметров течения максимальная неустойчивость имеет место для двумерных возмущений ($\psi = 0$). Интересно, что для сверхкритического числа Рейнольдса учет взаимодействия в двумерном случае ($\psi = 0$) приводит к дестабилизации ($\lambda_{\max}^{\text{INT}} > \lambda_{\max}^{\text{BLS}}$, $\lambda_{\max} = \max_{\alpha} \lambda$), а в трехмерном при $\psi = 30^\circ$ — к стабилизации.

Весьма интересен вопрос о влиянии температурного фактора на устойчивость течения в пограничном слое при больших M_∞ . В [2] высказано предположение, что в гиперзвуковом пограничном слое при увеличении M_∞ влияние температурного фактора и градиента давления на характеристики устойчивости уменьшается. Это обосновывается отходом критического слоя все дальше от стенки к верхней границе пограничного слоя.

На рис. 3 для $M_\infty = 8$ и 18 (а и б) построены зависимости инкремента роста возмущений λ от α при $R = 500$, $\psi = 0$ для различных значений g_w (сплошные кривые — INT, штриховые — BLS). Видно, что уменьшение g_w приводит к заметной дестабилизации течения. Если взаимодействие не учитывается, то при росте M_∞ от 8 до 18 влияние g_w изменяется слабо. В то же время учет взаимодействия приводит к тому, что на гиперзвуковых режимах дестабилизация от понижения g_w даже усиливается. Таким образом, предположение, высказанное в [2], не подтверждается. По-видимому, температурный фактор и градиент давления существенно влияют на интенсивность завихренности в окрестности внешней границы пограничного слоя, где при больших M_∞ располагается критический слой.

В заключение отметим, что в проведенном исследовании не учитывалось влияние энтропийного слоя и ударной волны. Вполне вероятно, что учет этих эффектов при очень больших M_∞ может привести к качественно новым изменениям в поведении характеристик устойчивости пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Morkovin M. V. Transition at hypersonic speeds.— Wash., 1987.— (Techn. Note/ NASA; CR — 178315).
2. Nagamatsu H. T. Critical layer concept relative to hypersonic boundary layer stability.— N. Y., 1985.— (Pap./AIAA; N 85—0303).
3. Smith F. T. On the first-mode instability in subsonic, supersonic or hypersonic boundary layer // J. Fluid Mech.— 1989.— V. 198.— P. 127.
4. Cowley S. J., Hall P. On the instability of hypersonic flow past a wedge // J. Fluid Mech.— 1990.— V. 214.— P. 17.

5. Balsa T. F., Goldstein M. On the instabilities of supersonic mixing layers: a high Mach number asymptotic theory // J. Fluid Mech.— 1990.— V. 216.— P. 585.
6. Smith F. T., Brown S. N. The inviscid instability of a Blasius boundary layer at large values of the Mach number // J. Fluid Mech.— 1990.— V. 219.— P. 499.
7. Goldstein M. E., Wundrow D. W. Spatial evolution of nonlinear acoustic mode instabilities on hypersonic boundary layers // Ibid.— P. 585.
8. Петров Г. В. Влияние диссоциации на устойчивость пограничного слоя // Развитие возмущений в пограничном слое.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1979.
9. Петров Г. В. Устойчивость пограничного слоя каталитически рекомбинирующего газа // ПМТФ.— 1978.— № 1.
10. Malik M. B. Stability for chemically reacting flows // Laminar-Turbulent Transition: III IUTAM Symp., Toulouse, France, 1989.— Berlin etc.: Springer-Verlag, 1990.
11. Heyes W. D., Probst R. F. Hypersonic flow theory.— N. Y.: Acad. Press, 1959.
12. Нейланд В. Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 4.
13. Brown S. N., Stewartson K. A non-uniqueness of the hypersonic boundary layer // Quart. J. Mech. Appl. Math.— 1975.— V. 28, pt 1.
14. Mack L. M. Boundary-layer stability theory.— Pasadena, 1969.— (Techn. Rept./Jet Propulsion Lab.; 1990—277, pt II).
15. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.
16. Жигулев В. Н., Тумин А. М. Возникновение турбулентности.— Новосибирск: Наука, 1987.
17. Grosh C. E., Orszag S. A. Numerical solution of problems in unbounded regions: coordinate transforms // J. Comp. Phys.— 1977.— N 25.

г. Жуковский

Поступила 9/VII 1991 г.

УДК 332.68

С. А. Чивилихин

ДВУМЕРНОЕ СТОКСОВСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ

Рассмотрено плоское течение вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости, заполняющей цилиндрическую односвязную область со свободной гладкой границей произвольной формы, под действием сил поверхностного натяжения. Задача решается в рамках квазистационарного приближения Стокса [1], которое впервые предложено в [2] и использовано для описания процесса спекания пористых тел [3], течения тонких пленок [4, 5] и задач геофизики [6]. Релаксация малых возмущений кругового цилиндра изучена в [7]. Аналогия между уравнениями теории упругости и уравнениями гидродинамики в приближении Стокса [8] использована в [9]. Применительно к плоскому течению под действием капиллярных сил указанный подход развит в [10—12].

В настоящей работе развивается подход [13], близкий к [14, 15]. Получено выражение для давления в виде разложения по полной системе ортонормированных гармонических функций. Рассчитано поле скоростей на границе области. Выявлено качественное различие в поведении возмущений типа «ямы» в зависимости от соотношения между ее глубиной и шириной.

1. Рассмотрим в рамках квазистационарного приближения Стокса [1] плоское течение вязкой несжимаемой жидкости в ограниченной области g со свободной границей γ под действием сил поверхностного натяжения. В этом случае уравнения движения, неразрывности и граничные условия имеют вид

$$(1.1) \quad \partial_\beta P_{\alpha\beta} = 0;$$

$$(1.2) \quad \partial_\beta v_\beta = 0 \quad (\mathbf{x} \in g);$$

$$(1.3) \quad P_{\alpha\beta} n_\beta = -\sigma n_\alpha \partial_\beta n_\beta \quad (\mathbf{x} \in \gamma);$$