

УДК 532.526

Ламинарно-турбулентный переход сверхзвукового пограничного слоя в присутствии внешних возмущений*

С.А. Гапонов

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

В статье описывается метод оценки местоположения ламинарно-турбулентного перехода на основе теории линейной устойчивости в условиях присутствия акустического поля. В устойчивой области вблизи положения потери устойчивости определяется амплитуда возмущений скорости, возбужденных внешней звуковой волной. В силу близости параметров звуковой волны и собственных колебаний полученное значение амплитуды принимается равным амплитуде нарастающей волны пограничного слоя. В некоторой точке вниз по потоку напряжения Рейнольдса, соответствующие этой амплитуде, становятся равными нескольким процентам от ламинарных напряжений невозмущенного пограничного слоя. На основе экспериментальных данных в работе принимается, что в начале перехода рейнольдсовы напряжения составляют 12 % от ламинарных напряжений.

Использование предложенного критерия, учитывающего внешние возмущения, дает хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных. Вплоть до перехода нарастание возмущений в пограничном слое хорошо описываются линейными уравнениями устойчивости.

Ключевые слова: сверхзвуковой пограничный слой, ламинарно-турбулентный переход, рейнольдсовы напряжения, гидродинамическая устойчивость, внешние возмущения.

Введение

Одна из наиболее сложных проблем в теоретической аэродинамике — предсказание ламинарно-турбулентного перехода. Существующие примеры реальных полетов и испытаний в аэродинамических трубах демонстрируют драматическое влияние положения перехода на характеристики потока. Некоторые из возможных методов определения положения перехода основаны на экспериментальных результатах, ограниченных областями экспериментальных исследований, и нуждаются в уточнении на основе более фундаментальных подходов, в частности, с применением линейной теории устойчивости. Хотя линейная теория не может в полной мере описать процесс перехода, она может оказаться полезной в случаях малых начальных возмущений, например в полете, в силу того, что протяженность линейного усиления в этих случаях значительно превышает участки нелинейного взаимодействия возмущений.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 17-19-01289).

До настоящего времени для определения ламинарно-турбулентного перехода широко применяется e^N -метод [1, 2]. Его суть состоит в предположении, что амплитуда возмущений в неустойчивой области увеличивается в e^N раз при постоянном значении N для широкого класса течений. обстоятельный обзор работ по применению e^N -метода для определения положения ламинарно-турбулентного перехода дозвукового двумерного пограничного слоя был приведен в работе [3]. Однако более обоснованным следует признать амплитудный метод [4], который базируется на утверждении, что в области перехода амплитуда возмущения достигает величины A_{tr} , соответствующей амплитуде возмущения вблизи перехода (индекс «tr» обозначает «переход»). Сложность применения этого метода состоит в необходимости расчета начальной амплитуды возмущения (вблизи точки потери устойчивости). Она может быть решена только в рамках теории восприимчивости, что оказывается сложнее, чем решение в рамках теории устойчивости параллельных течений. Поэтому на начальном этапе амплитудный метод не применялся, а большинство исследователей пользовались e^N -методом.

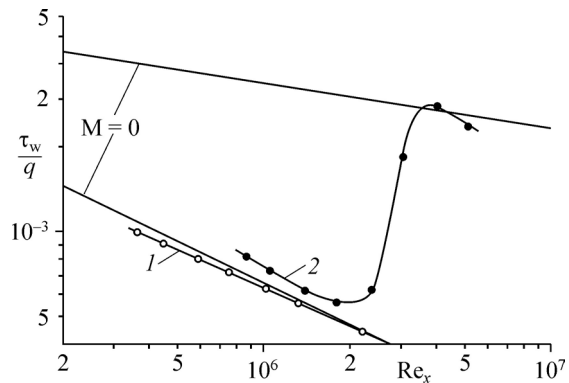
Если параметры внешней волны существенно отличаются от нарастающих собственных возмущений пограничного слоя, то в устойчивой области задачу взаимодействия внешних возмущений с пограничным слоем можно решить прямым численным моделированием. В результате будут определены распределения параметров возмущений по нормальной координате вблизи нейтральной кривой устойчивости. Разложив полученное решение в спектр по собственным функциям пограничного слоя [5–7], получим амплитуду нейтральных колебаний, которые будут усиливаться в соответствии с теорией устойчивости. Такой подход применялся в исследованиях [8–10].

В случае близости параметров внешних возмущений и нейтральных собственных волн пограничного слоя можно опираться на теорию квазирезонансного возбуждения колебаний в пограничном слое [11]. Эта теория основывается на предположении, что распределения возмущений по пограничному слою для обоих типов возмущений близки между собой, поэтому в окрестности нейтральной точки амплитуду нейтральных возмущений можно приравнять к амплитуде вынужденных колебаний, вызванных внешними волнами. Данный метод использовался в работе [4] без ссылок на квазирезонансное взаимодействие.

1. Критерий перехода

Подход для определения положения ламинарно-турбулентного перехода, близкий амплитудному методу, был предложен в работе [12] и отличался от амплитудного метода тем, что в качестве критерия перехода принималось пороговое значение рейнольдсовых напряжений, а не амплитуды возмущений скорости. Было сделано предположение, что переход ламинарного пограничного слоя в турбулентное состояние происходит в положении, где рейнольдсовы напряжения, порожденные возмущениями, становятся равными ламинарным напряжениям в невозмущенном пограничном слое. На практике положение начала перехода определяется по сколько-нибудь заметному отклонению замеренных напряжений Рейнольдса от напряжений в ламинарном течении. Например, при определении начала перехода по положению минимума напряжений на стенке или динамического давления (предположим, трубкой Пито), значение этого начала перехода отклоняется от ламинарного значения только на несколько процентов. В качестве примера на рис. 1 приведены данные напряжений на теплоизолированной пластине, отнесенные к динамическому напору внешнего потока, в зависимости от числа Рейнольдса для числа Маха $M = 1,99$, взятые из работы [13]. Если продлить линию ламинарного напряжения при $x = 13''$ до положения, соответствующего минимуму, то получим $\tau_w/q = 0,5 \cdot 10^{-3}$. Сопоставление с величиной минимума показывает, что последняя примерно на 12 % превышает значение, рассчитанное по ламинарному закону. В работе [4], в частности, было показано, что удовлетворительного предсказания

Рис. 1. Локальный коэффициент сопротивления трения в условиях ламинарно-турбулентного перехода для $M = 1,97$.
 $x = 5,5''$ (1), $13,0''$ (2).



положения перехода можно достичь при условии, если принять величину реynольдсовых напряжений равной 14 % от ламинарных значений. Также здесь была поставлена под сомнение возможность использования критерия Липмана для сверхзвуковых пограничных слоев по той причине, что в нем не учитываются возмущения температуры. Однако на уровне квадратичной нелинейности, когда отклонение средних параметров потока от параметров ламинарного течения малó, ими можно пренебречь. Допустимость пренебрежения возмущениями температуры для определения начала перехода следует из осредненного уравнения импульса в продольном направлении [14]

$$\bar{\rho}u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{\rho}v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\mu} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \tau_R) - \langle \rho'v' \rangle \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad \tau_R = \langle (\rho v)'u' \rangle = \bar{\rho} \langle v'u' \rangle + \bar{v} \langle \rho'u' \rangle,$$

здесь прямой чертой сверху и угловыми скобками обозначены осредненные по времени величины. В силу того, что $\bar{v}/u_e \ll \bar{\rho}/\rho_e$, величиной $\bar{v} \langle \rho'u' \rangle$ можно пренебречь (индекс «e»

соответствует внешнему течению). Кроме того, $\left| \frac{\partial(\bar{\rho} \langle u'v' \rangle)}{\partial y} \right|_{\max} \gg \left| \langle \rho'v' \rangle \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{\max}$, поэтому

при малых амплитудах возмущений определяющую роль в деформации профиля скорости, как и в случае дозвукового пограничного слоя, играют классические напряжения Рейнольдса $\bar{\rho} \langle v'u' \rangle$.

На основании изложенного в качестве критерия перехода примем условие

$$\rho \langle u'v' \rangle_{\max} = 0,12 \mu \left| \frac{du}{dy} \right|_{\max},$$

где плотность ρ и скорость u соответствуют ламинарному течению, μ — динамическая вязкость, u' , v' — возмущения продольной и нормальной к обтекаемой поверхности скорости, y — нормальная координата. Индексом «max» обозначены максимальные внутри слоя значения.

Последнее соотношение можно представить в безразмерном виде:

$$\langle uv \rangle_{\max} = \frac{0,12}{\text{Re}_{\delta_{\text{tr}}}} \cdot \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{y}} \Big|_{\max}, \quad (1)$$

здесь $\tilde{\mu}$, \tilde{u} , $\tilde{\rho}$, u , v — динамическая вязкость, скорость и плотность, а также возмущения скоростей, отнесенные к соответствующим значениям на границе пограничного слоя; нормальная координата $\tilde{y} = y/\delta$, где δ — толщина пограничного слоя; $\text{Re}_{\delta_{\text{tr}}}$ — число Рейнольдса перехода, построенное по толщине пограничного слоя. В случае одномерных возмущений левая часть последнего выражения определяется собственной функцией теории устойчивости и ее усилением вниз по потоку. При формулировке задачи гидродинамической устойчивости квазипараллельных течений [15–17] скорости u и v

представляются в нулевом приближении следующим образом: $u, v = A_0 \text{Real} \{ [f(\tilde{y}, \varepsilon x), \varphi_1(\tilde{y}, \varepsilon x)] \cdot \exp(i\theta) \}$, где $\theta = \theta_r + i\theta_i$. Для нарастающих в продольном направлении

возмущений примем $\theta_i = -\int_{x_0}^x \alpha_1^*(x) dx$, $\theta_r = \int_{x_0}^x \alpha_r^*(x) dx + \beta^* z - \omega^* t$, где $a^* = a_r^* + ia_i^*$ —

собственное волновое число, а f и φ соответствующие собственные функции задачи на устойчивость локально-параллельного течения при фиксированных значениях β^* и ω^* ; x_0 — координата начала роста возмущений; звездочкой помечены размерные величины. В дальнейшем будем считать, что максимальное значение внутри слоя $|f|_{\max} = 1$. Можно показать, что $\langle uv \rangle = A_0^2 \exp(-2\theta_i) \text{Real}(f\varphi)/2$, где A_0 — максимальная внутри слоя амплитуда собственных колебаний продольной компоненты скорости при $x = x_0$.

Нейтральные колебания с амплитудой A_0 порождаются в результате нестационарного воздействия на пограничный слой, в частности, внешними возмущениями с амплитудой A_1 . Следуя [4], примем $A_0 = A_z \cdot A_1$, где A_z — коэффициент восприимчивости, зависящий от волнового числа β^* и частоты ω^* . С учетом сказанного соотношение (1) можно переписать в виде:

$$\langle uv \rangle_{\max} = A_z^2 \cdot A_1^2 |\text{Real}(f\varphi)|_{\max} I^2 / 2 = \frac{0,12}{\text{Re}_{\delta_{\text{tr}}}^2} \cdot \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{y}} \Big|_{\max}, \quad (2)$$

где $I^2 = \exp(-2\theta_i)$; или в другой форме:

$$A_{\text{tr}} = A_z A_1 I = \frac{0,35}{\text{Re}_{\delta_{\text{tr}}}^{1/2}} \cdot \frac{(2\tilde{\mu}\tilde{u}_{\tilde{y}}/\tilde{\rho})_{\max}^{1/2}}{((\text{Real}(f\varphi))_{\max})^{1/2}}, \quad (3)$$

здесь, учитывая, что $(f\varphi)_{\max}$ — медленно меняющаяся функция продольной координаты, а коэффициент усиления экспоненциально зависит от x , амплитуда возмущений вблизи перехода при очень малых внешних возмущениях практически не будет зависеть от числа Рейнольдса перехода, и можно принять амплитуду возмущений продольной скорости вблизи перехода постоянной, как это было принято в работе [4]. При умеренно малых амплитудах внешних возмущений (например, в обычных сверхзвуковых аэродинамических трубах) следует учитывать зависимость A_{tr} от числа Рейнольдса.

Проведем оценку амплитуды A_{tr} для пограничного слоя на теплоизолированной пластине. Пусть $\delta^2 = x(\mu/\rho u)_e$, тогда

$$\left(\frac{2\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \left| \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{y}} \right|_{\max} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \cdot \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{y}} \right)_w^{1/2} = (2 \cdot 0,332\tilde{\mu})^{1/2} = 0,8\tilde{\mu}_w^{1/2}.$$

В последнем соотношении учтено, что на стенке с хорошей точностью выполняется равенство $(d\tilde{u}/d\tilde{y})/\tilde{\rho} = 0,332$.

Согласно [18], $\varphi = \alpha_r \varepsilon f$, где $\varepsilon = 1/(\alpha_r \text{Re}_{\delta})^{1/3}$. Тогда, принимая $f = 1$, из (3) следует, что $A_{\text{tr}} = A_z A_1 I \approx 0,28\alpha_r^{-1/3} / \text{Re}_{\delta_{\text{tr}}}^{1/3}$.

При фиксированной частоте волновое число α_r связано с числом Рейнольдса зависимостью: $\alpha_r \approx (\omega^* v_e / u_e^2) \text{Re}_{\delta} / c_r = F \text{Re}_{\delta} / c_r$. В силу того, что фазовая скорость c_r слабо изменяется с числом Рейнольдса, можно принять $\alpha_r = B \text{Re}_{\delta}$ или $\alpha_r = \alpha_0 (\text{Re}_{\delta} / \text{Re}_0)$. Учитывая, что в области низких частот на нижней ветке нейтральной кривой $\alpha_0 \text{Re}_0 = D \approx \text{const}$ [19],

получим $\alpha_4 = D(\text{Re}_\delta / \text{Re}_0^2)$. Таким образом, $A_{\text{тр}} = A_z A_1 I \approx 0,28 D^{-1/3} (\text{Re}_0 / \text{Re}_{\delta_{\text{тр}}})^{2/3}$. В работе [19] было показано, что для пограничного слоя на теплоизолированной пластине $D \approx 10$ при $M = 2$, поэтому $A_{\text{тр}} = A_z A_1 I \approx 0,13 (\text{Re}_0 / \text{Re}_{\delta_{\text{тр}}})^{2/3}$. Кроме того, в аэродинамических трубах $\text{Re}_0 / \text{Re}_{\delta_{\text{тр}}} = 0,3 - 0,5$, поэтому $A_{\text{тр}} \approx 0,06$, то есть составляет 6 % скорости на внешней границе пограничного слоя. В работе [4] при дозвуковых течениях значение пульсаций продольной компоненты скорости вблизи положения перехода принималась равным 4 %. Что касается сверхзвукового пограничного слоя, то в качестве критерия перехода здесь принималась амплитуда возмущений давления, равная 1 %. Но возмущения давления внутри слоя, согласно теории устойчивости, примерно в 4 раза ниже возмущений продольной составляющей скорости (см. рис. 2). Поэтому можно считать, что в [4] принималось значение амплитуды возмущений скорости в начале перехода около 4 %, как и в случае дозвукового пограничного слоя.

На рис. 2 наряду с амплитудами продольной скорости и давления показано распределение величины $\langle uv \rangle$, пропорциональной рейнольдсовым напряжениям, и массового потока при $M = 2$, $\text{Re}_\delta = 1400$, $\chi = \arctg(\beta/\alpha) = 45^\circ$, $F = 0,1 \cdot 10^{-4}$, $dY = \tilde{\rho} dy / \delta$. Из графиков видно, что максимумы амплитуд возмущений m и рейнольдсовых напряжений, пропорциональных $\langle uv \rangle$, находятся примерно в одном положении. Дополнительные расчеты показали, что их расположение практически не зависит от частоты при фиксированном угле χ , что обосновывает использование соотношения (3).

В случае многочастотных колебаний при фиксированных значениях x, y, z колебания продольной компоненты скорости запишутся в виде $u(t) = \text{Real} \left(\sum_{i=1}^8 A_i \exp(i\omega_i t) \right)$,

а $\langle uv \rangle = \sum_{i=1}^n A_{zi}^2 A_i^2 \text{Real}(f_i \varphi_i) I^2 / 2$. Если внутри пограничного слоя положения максимальных амплитуд продольной скорости $A_{i\text{max}}$ и $(\text{Real}(f_i \varphi_i))_{\text{max}}$ не зависят от ω_i , тогда

вместо условия (2), опустив индекс max , получим:

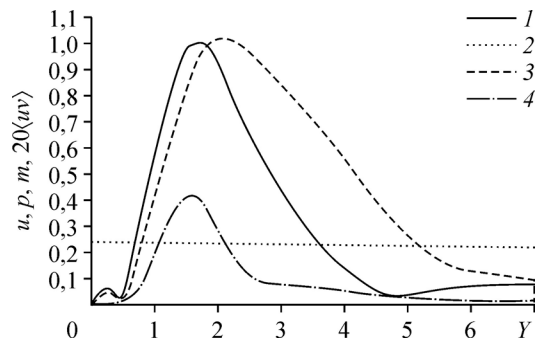
$$\sum_{i=1}^n A_{zi}^2 A_i^2 \text{Re}_{\delta_{\text{тр}}} (\text{Real}(f_i \varphi_i)) I_i^2 = 0,24 \frac{\tilde{\mu}}{\tilde{\rho}} \left. \frac{d\tilde{u}}{d\tilde{y}} \right|_{\text{max}}. \quad (4)$$

При этом в начале ламинарно-турбулентного перехода среднеквадратичные возмущения

продольной компоненты скорости $\langle u \rangle = \left(\sum_{i=1}^n A_{\text{тр}i}^2 / 2 \right)^{1/2}$, где $A_{\text{тр}i} = A_i A_{zi} I_i$.

Рис. 2. Распределение амплитуд возмущений скорости u (1), давления p (2), массового потока m (3) и рейнольдсовых напряжений, отнесенных к средней плотности $\langle uv \rangle$ по пограничному слою (4).

$\text{Re} = 1400$, $M = 2$, $\chi = \arctg(\beta/\alpha) = 45^\circ$;
теплоизолированная пластина.



**2. Расчет положения ламинарно-турбулентного перехода
и усиления естественных возмущений в пограничном слое
на плоской теплоизолированной пластине
в аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ СО РАН**

Учитывая, что $(\tilde{\mu}'/\tilde{\rho})_{\max} = 0,33\tilde{\mu}_w$, $\tilde{\mu}_w \approx 1,4$, перепишем (4) в виде

$$K_{\text{тр}} = \sum_{i=1}^n K_i = 0,11, \quad K_i = A_i^2 A_{zi}^2 D_i, \quad \text{где } D_i = \text{Re}_{\delta_{\text{тр}}} \left| \text{Real}(f_i \varphi_i) \right|_{\max} I_i^2. \quad (5)$$

Адекватность критерия (5) сначала проверялась на примере результатов экспериментов по ламинарно-турбулентному переходу сверхзвукового пограничного слоя при числе Маха $M = 2$ и единичном числе Рейнольдса $\text{Re}_1 = 25 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$, описанных в работе [20], с использованием спектрального состава возмущений аэродинамической трубы Т-325 ИТПМ СО РАН [21]. Следует отметить, что труба Т-325 периодически подвергалась модернизациям, после которых в ней изменялся состав возмущений. Важно поэтому подчеркнуть, что измерения спектра [21] и эксперименты [20] проводились примерно в одно и то же время, т.е. в отсутствие модернизации, и можно считать, что фон внешних возмущений в обоих случаях ([20] и [21]) был примерно одинаков. Исследованиями [21, 22] было установлено, что уровень возмущений давления в рабочей части установки при $M = 2$ и $\text{Re}_1 = 25 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ составлял примерно 0,4 %, угол направления акустических волн относительно направления основного потока в области частот $4 \div 40 \text{ кГц}$ был равен примерно 45° , что соответствует фазовой скорости $c = 0,3$. Так как амплитуды давления и продольной скорости вне пограничного слоя связаны соотношением $p = -\gamma M^2(1-c)u$, среднеквадратичные пульсации возмущений продольной скорости были примерно равны 0,1 %.

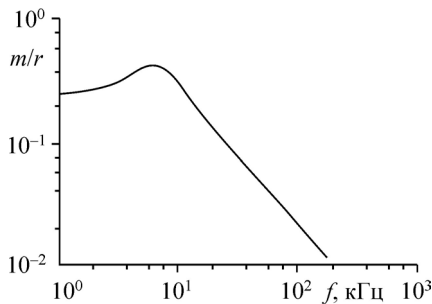
Для расчета спектрального состава возмущений продольной компоненты скорости на основе спектра массового потока из работы [21] воспользуемся соотношением $u = m - p = m - p/\gamma = m + M^2(1-c)u$, из которого следует, что при $c = 0,3$

$$|u| \approx 0,56|m|. \quad (6)$$

К сожалению, в работе [21] не указывался нормировочный множитель представленных спектров массового потока, поэтому на рис. 3 он обозначен как m/r . В промежутке частот $f = 10 \div 200 \text{ кГц}$ спектральная кривая массового потока практически не зависит от единичного числа Рейнольдса [21] и аппроксимируется соотношением

$$m/m_0 = (f/f_0)^{-1,1}. \quad (7)$$

В расчетах принималось $f_0 = 40 \text{ кГц}$, что соответствует при $\text{Re}_1 = 30 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ и скорости в трубе $u_c \approx 500 \text{ м/сек}$ частотному параметру $F_0 = 0,352 \cdot 10^{-4}$ и $m_0 = 6 \cdot 10^{-2}$. В соответствии с (7) рассчитывались значения m_i/r при частотных параметрах $F = (0,05, 0,10, 0,15, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35, 0,40) \cdot 10^{-4}$, а следуя (6) были получены соответствующие значения u_i/r .



Возмущения продольной скорости представлялись в виде $u(t) = \left(\sum_{i=1}^8 u_i \sin(\Delta_F t + \varphi_i) \right)$, где $\Delta_F = 0,05 \cdot 10^{-4}$. Значения m_i/r , u_i/r и их квадраты приведены во втором–четвертом столбцах табл. 1.

Рис. 3. Амплитудный спектр массового потока в Т-325 при $\text{Re}_1 = 30 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$.

Таблица 1
Результаты расчета возмущений продольной скорости в Т-325
по формуле (6) и спектру (7)

$F \cdot 10^4$	m_i/r	u_{1i}/r	u_{1i}^2/r^2	$u_{1i}^2 \cdot 10^8$
0,05	22,76	12,75	162,4	140,1
0,10	10,62	5,95	35,4	30,55
0,15	6,8	3,81	14,5	12,5
0,20	4,95	2,77	7,68	6,6
0,25	3,87	2,17	4,7	4,1
0,30	3,17	1,78	3,15	2,7
0,35	2,68	1,50	2,25	1,9
0,40	2,31	1,29	1,67	1,4
Сумма			232	200

Из соотношения $\langle u^2 \rangle = r^2 \sum_{i=1}^8 (u_i^2 / r^2) / 2 = 10^{-6}$ и данных табл. 1 следует, что $r^2 = 0,863 \cdot 10^{-8}$.

Результаты квадратов амплитуд приведены в последнем столбце табл. 1.

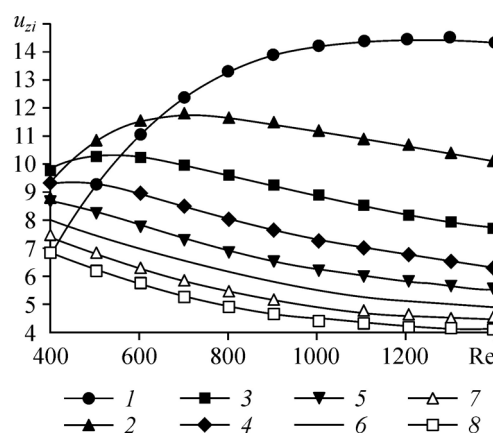
Таблица 2
Значения u_{zi} , Re_c , D_i и K_i в зависимости от частотного параметра

$F \cdot 10^4$	Re_c	u_{zi}/r	Re = 1400				Re = 1500			
			D_i	K_i	I^2	$10^3 \cdot u_{tri}^2$	D_i	K_i	I^2	$10^3 \cdot u_{tri}^2$
0,05	1260	14,4	12,5	0,0038	1	0,291	17,2	0,0050	1	0,291
0,10	840	1,5	198	0,0080	7	0,283	446	0,0180	14	0,566
0,15	680	0,0	2120	0,0265	51	0,637	4922	0,0602	106	1,321
0,20	580	9,0	6988	0,0379	142	0,759	11760	0,0638	221	2,38
0,25	500	8,3	7553	0,0213	142	0,401	8917	0,0250	157	0,89
0,30	460	7,7	4215	0,0065	75	0,120	3741	0,0058	63	0,101
0,35	420	6,8	1563	0,0014	27	0,023	1049	0,0001	17	0,014
0,40	400	6,7	454	0,0003	8	0	215	0,0002	3	0
Сумма				0,106		2,514		0,178		5,56

Для определения величин u_{zi} проводились расчеты взаимодействия внешней косо́й звуковой волны, распространяющейся под углом $\chi = 45^\circ$ с пограничным слоем, в соответствии с теорией [23] в приближении низких частот (возмущение давления в пограничном слое принималось постоянным). Отношение максимума амплитуды возмущений продольной скорости в пограничном слое к амплитуде внешней волны показано на рис. 4. В табл. 2 приведены значения коэффициентов u_{zi} при критических числах Рейнольдса Re_c , а также D_i и K_i в зависимости от частотного параметра для чисел Re, равных 1400 и 1500. Нетрудно видеть, что условие (5) практически выполняется при числе Рейнольдса $Re = 1400$ ($Re_\chi = \chi Re_1 \approx 2 \cdot 10^6$). Амплитуда возмущений скорости u_{tr} достигает 3 % при $Re = 1400$ и примерно 5 % при $Re = 1500$.

Рис. 4. Зависимость u_{zi} от Re_δ .

Частотный параметр $F = (0,05 (1), 0,10 (2), 0,15 (3), 0,20 (4), 0,25 (5), 0,30 (6), 0,35 (7), 0,40 (8)) \cdot 10^{-4}$.



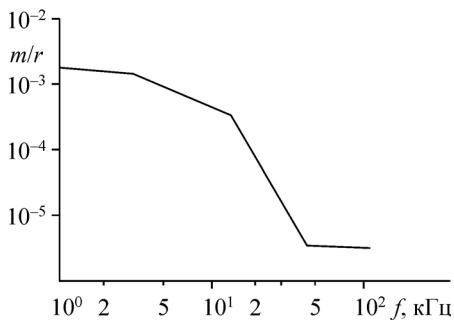


Рис. 5. Амплитудный спектр массового потока в пограничном слое при $Re_\delta = 700$.

В качестве еще одного примера рассмотрим эксперименты [24], которые проводились при единичном числе Рейнольдса $Re_1 = 12,51 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ и $M = 2$ в пограничном слое плоской пластины. На рис. 5 приведена аппроксимация спектра массового потока на расстоянии от стенки, примерно соответствующем средней скорости течения, составляющей 80 % скорости потока вне пограничного слоя. Зависимость амплитуды возмущений массового потока от числа Рейнольдса, взятая из работы [24], показана на рис. 6 (I). Аналогично предыдущему случаю спектр массового потока, отображенный на рис. 5, аппроксимировался зависимостью

$$m(t) = \sum_{i=1}^8 m_i \sin(\omega_i t + \psi_i).$$

В табл. 3 приведены значения m_i/r в зависимости от частотного параметра (второй столбец), взятые из рис. 5, а также их квадраты (третий столбец). Данные m_i/r были получены на основе экспериментальных значений амплитуд возмущений массового потока, приведенных на рис. 6, согласно которым при $Re = 700$ было принято $\langle m \rangle = 0,014$, то есть равным 1,4 % массового потока внешнего течения. Из соотношения

$$r^2 \sum_{i=1}^8 (m_i/r)^2 / 2 = (0,014)^2 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ следует, что } r^2 = 3 \cdot 10^{-6}.$$

Значения m_i при числах $Re = 840, 1000, 1200, 1300$ и 1400 были получены путем умножения экспериментального значения амплитуды возмущения массового потока при $Re = 700$ на коэффициент усиления на промежутке числа Рейнольдса ($Re = 700 \div 1300$) в соответствии с уравнениями устойчивости.

Для частотных параметров $F = (0,05, 0,1) \cdot 10^{-4}$, при которых значения критических чисел Рейнольдса больше 700, по данным рис. 4 коэффициент увеличения (уменьшения) уровня возмущений определялся при $Re < Re_c$ отношением $A_{zi}(Re)/A_{zi}(Re = 700)$, а при $Re > Re_c$ путем умножения $A_{zi}(Re_c)/A_{zi}(Re = 700)$ на I (см. (2)). Для возмущений других частот соответствующие экспериментальные значения умножались на $I_1 = \exp(-\int_{x(Re=700)}^{x(Re)} \alpha_i^* dx)$.

Расчеты показывают, что при $F = 0,05 \cdot 10^{-4}$ $A_{zi}(Re)/A_{zi}(Re = 700) = 1,03, 1,03, 0,98, 0,96$ для $Re = 840, 1000, 1200, 1260$, а при $F = 0,10 \cdot 10^{-4}$ $A_{zi}(Re)/A_{zi}(Re = 700) = 0,96$ для $Re = Re_c = 840$.

Таблица 3

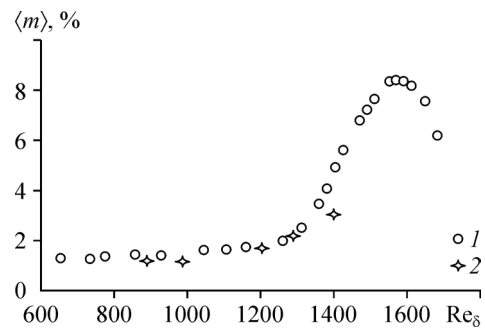
Расчет среднеквадратичных пульсаций массового потока в зависимости от чисел Рейнольдса

$F \cdot 10^4$	Эксперимент, $Re = 700$			Расчет $m_i^2 \cdot 10^6$ с учетом экспериментальных данных				
	m_i/r	m_i^2/r^2	$m_i^2 \cdot 10^6$	$Re = 840$	$Re = 1000$	$Re = 1200$	$Re = 1300$	$Re = 1400$
0,05	10	100	300	318	318	288	280	317
0,10	4,8	23,4	70,2	67	56,4	181,8	230,4	418,1
0,15	2,5	6,25	18,8	24,7	51,1	199,5	433,5	945,6
0,20	0,85	0,72	2,2	4,5	13,0	67,0	138,4	251,7
0,25	0,32	0,10	0,3	0,8	2,9	12,0	18,7	24
0,30	0,13	0,02	0,06	0,2	0,7	1,6	2,0	1,7
0,35	0,07	0,01	0,03	0,1	0,3	0,3	0	0
0,40	0,04	0,00	0,01	0,0	0	0	0	0
Сумма		131	392	413	441	747	1096	1950
$\langle m \rangle, \%$			1,4	1,37	1,31	1,75	2,3	3,1

Рис. 6. Зависимость среднеквадратичных возмущений массового потока в пограничном слое от числа Рейнольдса. 1 — данные работы [24], 2 — настоящий расчет.

Результаты вычислений возмущений массового потока $\langle m \rangle$, % приведены на рис. 6 и в табл. 3. Отклонение экспериментальных данных от расчетных величин (см. рис. 6) наблюдается в интервале чисел Рейнольдса

$1300 < Re_\delta < 1400$, где присутствуют нелинейные процессы и заметны превышения толщины пограничного слоя в сравнении с ламинарным режимом [24], что можно трактовать как начало ламинарно-турбулентного перехода.



Заключение

Впервые на основе спектра акустических возмущений рассчитано положение ламинарно-турбулентного перехода сверхзвукового пограничного слоя, согласующееся с полученным в эксперименте. Показано, что в предшествующей переходу области течения естественные возмущения пограничного слоя хорошо описываются линейной теорией.

Список литературы

1. Van Ingen J.L. A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region // Report VTH-74. 1956.
2. Smith A.M.O. Transition, pressure gradient and stability theory // Proc. 9th Int. Con. of Appl. Mech. Brussels, 1956. Vol. 4. P. 234–244.
3. Van Ingen J.L. The e^N method for transition prediction. Historical review of work at TU Delft // 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit. Seattle, Washington. AIAA Paper. 2008. No. 2008–3830.
4. Mack L.M. A numerical method for the prediction of high-speed boundary-layer transition using linear theory // Aerodynamic Analysis Requiring Advanced Computers. NASA SP-347. 1975. P. 101–124.
5. Salwen H., Grosch C.E. The continuous spectrum of the Orr-Sommerfeld equation. Part 2. Eigenfunction expansion // J. Fluid Mechanics. 1981. Vol. 104. P. 445–465.
6. Тумин А.М., Федоров А.В. Пространственное развитие возмущения в пограничном слое сжимаемого газа // Прикл. механика и техн. физика. 1983. Т. 24, № 4, С. 110–118.
7. Гапонов С.А. О математическом моделировании развития возмущений в пристенных течениях сжимаемого газа // Сибирский физико-технический журнал. 1993. № 4. С. 24–35.
8. Tumin A. Multimode decomposition of spatially growing perturbations in a two-dimensional boundary layer // Phys. Fluids. 2003. Vol. 15. P. 2525–2540.
9. Guydos P., Tumin A. Multimode decomposition in compressible boundary layers // AIAA J. 2004. Vol. 42. P. 1115–1121.
10. Tumin A., Wang X., Zhong X. Direct numerical simulation and the theory of receptivity in a hypersonic boundary layer // 44-th AIAA Aerospace Sci. Meeting and Exhibit. Reno, Nevada. AIAA Paper. 2006. No. 2006–1108.
11. Гапонов С.А. Resonance theory of stationary longitudinal structures in the boundary layer // WSEAS Transactions on Fluid Mechanics. 2017. Vol. 12. P. 58–64.
12. Liepmann H.W. Investigation of boundary layer transition on concave walls // NACA WR W-87. 1945.
13. Coles D. Measurements of turbulent friction on a smooth flat plate in supersonic flow // J. Aeronautical Sci. 1954. Vol. 21, No. 7. P. 433–448.
14. Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1982. 312 с.
15. Bouthier M. Stabilité lmeaire des ecoulements presque paralleles. Partie II. La couche limite de Blasius // J. de Mecanique. 1973. Vol. 12, No. 1. P. 75–95.
16. Gaster M. On the effects of boundary-layer growth on flow stability // J. Fluid Mech. 1974. Vol. 66, part 3. P. 465–480.
17. Гапонов С.А. Влияние непараллельности течения на развитие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1980. № 2. С. 26–31.

18. Lees L., Lin C.C. Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid // NACA TN. 1946. No. 1115.
19. Гапонов С.А., Маслов А.А. Численное решение задачи о полной стабилизации сверхзвукового пограничного слоя // Прикл. механика и техн. физика. 1972. № 2. С. 39–43.
20. Лысенко В.И., Маслов А.А. Переход ламинарного сверхзвукового пограничного слоя в турбулентный при охлаждении поверхности // Прикл. механика и техн. физика. 1981. № 3. С. 30–36.
21. Лебига В.А. Характеристики пульсаций в рабочей части сверхзвуковой аэродинамической трубы // Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений. Новосибирск, 1982. С. 123–130.
22. Lebiga V.A., Zinoviev V.N. Fluctuation characteristics of flows in test sections of high-speed wind tunnels // NATO AGARD Conf. Proceedings 585. AGARD-CP-585. 1996. P. 31.1–31.9.
23. Гапонов С.А. Aeroacoustics of supersonic boundary layers // Int. J. Aeroacoustics. 2014. Vol. 13, No. 1–2. P. 85–111.
24. Семисынов А.И., Косинов А.Д. Применение спектров высокого порядка и статистических методов для изучения нелинейной стадии перехода в сверхзвуковом пограничном слое. Новосибирск. Препринт ИТПМ СО РАН. 2002. № 9–2002. 40 с.

*Статья поступила в редакцию 16 ноября 2018 г.,
после доработки — 28 декабря 2018 г.,
принята к публикации 28 февраля 2019 г.*