

Г. И. Канель, А. В. Уткин

ДИНАМИКА ОБЛАСТИ КАВИТАЦИИ ПРИ ОТРАЖЕНИИ ИМПУЛЬСА СЖАТИЯ ОТ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

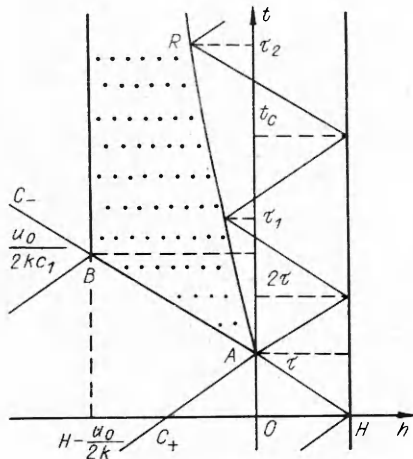
Рассматривается отражение плоского импульса сжатия, распространяющегося в конденсированной среде, от поверхности раздела с преградой, имеющей малую динамическую жесткость. Подобная ситуация возникает в экспериментах по фиксации откола в малопрочных веществах — глицерине [1] или резине [2]. При этом в результате интерференции падающей и отраженной волн разрежения на некотором расстоянии от поверхности раздела в исследуемой среде генерируются отрицательные давления, которые вызывают появление и рост несплошностей — кавитацию. Процесс иллюстрируется на рис. 1, 2, где приведены диаграммы время t — лагранжева координата h и давление p — массовая скорость вещества u . Цель данной работы — определение движения границ зоны кавитации и проявление этого движения на профиле скорости контактной границы.

Рассмотрим в акустическом приближении кавитацию в среде, имеющей пулевую прочность на разрыв. Обозначим через $i_1 = \rho_0 c_1$ и $i_2 = \rho_0 c_2$ динамические жесткости исследуемого материала и преграды соответственно (ρ , c — плотность и скорость звука в веществе). Падающий импульс сжатия распространяется вдоль C_+ -характеристик. После выхода ударной волны на контактную поверхность появляется отраженная волна разрежения, движущаяся вдоль C_- -характеристик. Состояния частиц вещества должны удовлетворять условиям как на C_+ - так и на C_- -характеристике.

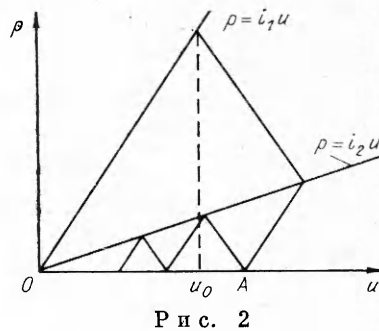
Пусть распределение скорости в падающем импульсе сжатия имеет вид

$$u = u_0 - k(c_1 t - h + H), \quad u = 0 \text{ при } h - c_1 t \leq H - u_0/k.$$

Здесь u_0 — максимальное значение массовой скорости; коэффициент $k = \text{const}$. Кавитация начинается при $t = \tau$ в сечении $h = 0$ (рис. 1), где в результате взаимодействия волн разрежения давление впервые упало до нуля. Левая граница области кавитации переносится C_- -характеристикой, проходящей через эту точку (линия AB). После встречи отраженной волны разрежения с концом импульса сжатия в точке $t = u_0/2kc_1$, $h = H - u_0/2k$ распространение зоны кавитации влево прекращается. Из условий совместности состояний на C_+ - и C_- -характеристиках (рис. 2)



Р и с. 1



Р и с. 2

следует, что давление $p = 0$ достигается в момент времени $\tau = \frac{H}{c_1} = \frac{u_0}{kc_1} \frac{i_2}{i_1 + i_2}$.

Изменение скорости и давления на контактной границе до выхода на нее информации о начале кавитации описывается уравнениями

$$(1) \quad \bar{u}(t) = \frac{2i_2}{i_1 + i_2} (u_0 - kc_1 t), \quad \bar{p}(t) = i_2 \bar{u}(t), \quad t \leq 2\tau.$$

В результате действия противодействия со стороны преграды правая граница области кавитации AR (рис. 1) смещается влево. Найдем закон ее движения.

Из условия равенства нулю давления на границе области кавитации и требования согласования изменения p , u вдоль C_- -характеристики с параметрами \bar{p} , \bar{u} на контактной границе получаем значение скорости вдоль траектории AR :

$$(2) \quad u^+(t) = \frac{i_1 - i_2}{i_1} \bar{u} \left(t - \frac{H - h_R}{c_1} \right) = \frac{2(i_1 - i_2)}{i_1 + i_2} [u_0 - k(c_1 t + h_R - H)],$$

$$\tau \leq t \leq \tau_1.$$

В (2) через h_R обозначена лагранжева координата правой границы области кавитации, τ_1 определяется через h_R и будет найдено ниже.

Средняя скорость частиц вещества после начала образования несплошностей сохраняется постоянной и равной

$$(3) \quad u^-(t) = 2[u_0 - 2k(H - h)], \quad t \geq \tau - h/c_1.$$

Изменение удельного объема в зоне кавитации в этом случае находится из уравнения

$$(4) \quad \partial v / \partial t = v_0 \partial u / \partial h = 4kv_0.$$

Закономерность движения границы AR определяется следующим образом. На ней под действием противодействия происходит схлопывание несплошностей. При этом массовая скорость и удельный объем среды претерпевают скачок от u^- , v^- слева от границы до u^+ , $v^+ = v_0$ справа. Следовательно, для правой границы области кавитации можно написать уравнение сохранения массы, аналогичное условию на ударном скачке: $(D - u^-)/v^- = (D - u^+)/v^+$ (D — скорость движения границы в лабораторной системе координат). С учетом того, что за скачком уплотнения удельный объем вещества равен v_0 , получаем дифференциальное уравнение для траектории движения правой границы зоны кавитации в координатах Лагранжа:

$$(5) \quad \frac{dh_R}{dt} = D - u^+ = \frac{v^+}{v^- - v^+} (u^+ - u^-).$$

Значение удельного объема v^- находится интегрированием (4) с использованием начального условия $v^- = v_0$ при $t = \tau - h/c_1$:

$$(6) \quad v^- = v_0 \left[1 + \frac{4k}{c_1} (c_1 t + h - H) \right].$$

После подстановки в (5) значений u^+ , u^- , v^- из (2), (3), (6) получаем

$$(7) \quad \frac{dh_R}{dt} = -\frac{c_1}{2} \frac{(2 + \delta) h_R + \delta c_1 (t - \tau)}{h_R + c_1 (t - \tau)},$$

$$h_R = 0 \text{ при } t = \tau, \quad \delta = (i_1 - i_2)/(i_1 + i_2).$$

Начальные условия заданы в особой точке уравнения (7), так как в ней одновременно числитель и знаменатель обращаются в нуль. Эта особая точка является седлом [3]. Через нее проходят две пересекающиеся

ся прямые, одна из которых не удовлетворяет физической постановке задачи, а вторая дает искомое уравнение траектории правой границы зоны кавитации:

$$(8) \quad h_R = Ac_1(t - \tau), \quad \tau \leq t \leq \tau_1, \\ A = -1 - \delta/4 + \sqrt{1 + \delta^2/16}.$$

Время τ_1 , до которого справедливо (8), находится из условия $\tau_1 = 3\tau - h_R(\tau_1)/c_1$ и имеет вид $\tau_1 = \tau(3 + A)/(1 + A)$. Таким образом, правая граница области кавитации движется с постоянной скоростью Ac_1 , не зависящей от крутизны падающего импульса сжатия.

После выхода на контактную границу информации о начале кавитации ($t = 2\tau$) закон уменьшения ее скорости изменяется. При $t \leq 2\tau$ профиль скорости описывается выражением (1), а затем определяется волной, преобразованной от границы области кавитации:

$$(9) \quad \bar{u}(t) = \frac{i_1}{i_1 - i_2} u^+ \left(t - \frac{H - h_R}{c_1} \right) = \frac{2i_1(i_1 - i_2)}{(i_1 + i_2)^2} \left[u_0 - \frac{1 + A}{1 - A} kc_1(t - 2\tau) \right], \\ 2\tau \leq t \leq t_c = 4\tau/(1 + A).$$

Аналогичным образом можно показать, что при $\tau_1 \leq t \leq \tau_2$ (см. рис. 1) линия AR описывается уравнением

$$(10) \quad (X - A_1 T)^{\gamma_1} (X - A_2 T)^{\gamma_2} = \text{const}, \\ X = h_R + (\delta - \Delta)H, \quad T = c_1(t - \tau) - (\delta - \Delta)H, \quad A_{1,2} = -1 - \Delta/4 \pm \\ \pm \sqrt{1 + \Delta^2/16}, \quad \Delta = \delta^2(1 + A)/(1 - A), \quad \gamma_{1,2} = \pm(1 + A_{1,2})/ \\ /(A_1 - A_2).$$

Константа находится из условия непрерывности AR в момент времени τ_1 .

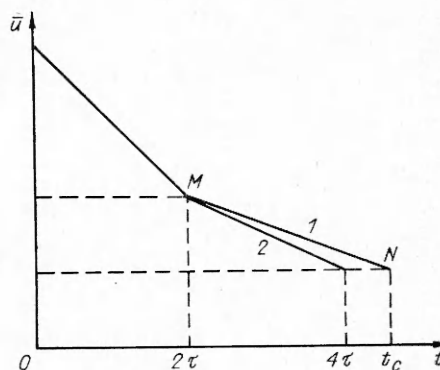
Как показывает анализ (10), скорость движения правой границы области кавитации непрерывна при $t = \tau_1$, с течением времени монотонно уменьшается по абсолютной величине и лежит в интервале $-A_1 c_1 < |dh_R/dt| \leq -Ac_1$.

На рис. 3 показаны профили скорости движения контактной поверхности образца, имеющего нулевую прочность, при разгрузке в среду с меньшей жесткостью. Кривая 1 соответствует расчету по уравнению (9), 2 построена без учета движения границы $AR: h_R = 0$. Для $\delta = 0,5$ ($i_1/i_2 = 3$) учет движения правой границы области кавитации дает поправку в наклоне профиля $\bar{u}(t)$ на участке MN свыше 26 %.

Таким образом, результаты анализа показывают, что динамику зоны кавитации следует учитывать при интерпретации экспериментальных профилей скорости контактных поверхностей, получаемых при исследовании откольных явлений в малопрочных средах. Впервые эффект влияния зоны кавитации на динамику свободной поверхности был обнаружен в [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Erlich D. C., Wooten D. C., Crewdson R. S. Dynamic tensile failure of glycerol // J. Appl. Phys.— 1971.— V. 42, N 13.
2. Пархоменко И. П., Уткин А. В., Канель Г. И., Фортгов В. Е. Свойства резины при ударно-волновом нагружении // IV Всесоюз. совещ. по детонации.— Телави, 1988.— Т. 11.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1971.



Р и с. 3

4. Kedrinskii V. K., Plaksin S. I. Interaction between nonstationary shock wave and free surface in real liquid // 10th Intern. Symp. on Nonlinear Acoustics: Proc.— Kobe, Japan, 1984.

г. Черноголовка

Поступила 26/1 1990 г.

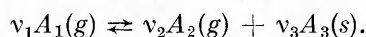
УДК 532.526

С. И. Аладьев

О ДИФФУЗИОННОЙ КИНЕТИКЕ ПРИ РОСТЕ КРИСТАЛЛОВ ИЗ ГАЗОВОЙ ФАЗЫ

В [1—3] получен ряд соотношений, описывающих поток вещества на поверхность кристалла, растущего в запаянной цилиндрической ампуле из парогазовой среды. Предполагалось, что процесс роста подчиняется диффузионной кинетике, однако вопрос о том, когда это справедливо, не рассматривался. В то же время существует необходимость оценить условия, в которых лимитирующей стадией является перенос вещества. Известно, что кристаллы, рост которых протекает в диффузионной области, отличаются наибольшим совершенством. Кроме того, скорость роста и характер распределения примесей при диффузионной кинетике непосредственно зависят от таких технологических параметров, как градиенты температуры, размеры системы, ее ориентация, давление и пр., что позволяет эффективно управлять процессом роста.

Диффузионная кинетика реализуется в тех случаях, когда характерное время переноса τ_c много больше характерного времени собственно фазового или химического превращения. При росте с помощью газотранспортных реакций химические превращения схематично можно представить состоящими из стадий: адсорбции газообразных реагентов на поверхности растущего кристалла, химической реакции между адсорбированными молекулами и десорбции продуктов реакции. Обозначим продолжительность каждой стадии через τ_a , τ_r и τ_d соответственно. В дальнейшем будем считать, что на твердой поверхности протекает реакция типа



Здесь A_i — символы химических элементов; v_i — стехиометрические коэффициенты; g, s — газообразные и твердые продукты.

Согласно [4, 5], характерные времена стадий адсорбции τ_a и десорбции τ_d составляют

$$(1) \quad \tau_{(i)} = \delta_{(i)} \sqrt{\frac{2\pi m_{(i)}}{kT}} \exp\left(\frac{U_{(i)}}{kT}\right) \quad (i = a, d),$$

где $m_{(i)}$ — масса адсорбируемой m_a или десорбируемой m_d молекулы; $U_{(i)}$ — энергия активации соответствующего процесса; k — постоянная Больцмана; T — температура; $\delta_{(i)} = \sqrt{\frac{2\pi k T}{\Phi_{(i)}}}$ — эффективная толщина поверхностного слоя; $\Phi_{(i)}$ — вторая производная от энергии молекулы в точке минимума потенциальной энергии.

Согласно (1),

$$\frac{\tau_d}{\tau_a} = \frac{\delta_d}{\delta_a} \sqrt{\frac{m_d}{m_a}} \exp\left(\frac{U_d - U_a}{kT}\right).$$

Полагая $\delta_d \approx \delta_a$ и учитывая [6], что $U_d > U_a$, убеждаемся, что среди этих двух стадий лимитирующей является десорбция продуктов реакции, за исключением случая, когда $m_d \ll m_a$.

Характерное время τ_r химической реакции по порядку величины составляет $\tau_r \approx 1/Z$ (Z — число столкновений на поверхности между адсорбированными молекулами A_1 , которые заканчиваются химическими превращениями). Примем, что последнее имеет место, когда энергия коле-