

УДК 532.591; 539.3.371

## **Деформация вязкоупругого покрытия в турбулентном течении**

**В.М. Кулик**

*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

E-mail: kulik@itp.nsc.ru

Произведен расчет амплитуды и скорости деформации поверхности податливого покрытия турбулентными пульсациями давления. Комплексная податливость, определенная по двумерной модели, имеет две компоненты — вдоль покрытия и перпендикулярно ему. Получена зависимость компонент безразмерной податливости от отношения длины волны к толщине покрытия при  $0,3 < \lambda H < 30$  и от отношения скорости течения к скорости распространения волны при  $0,1 < V/C < 10$ .

Амплитуда деформации и скорость смещения поверхности твердых податливых покрытий, которые могут быть использованы на практике, рассчитаны в диапазоне скоростей 5÷55 м/с турбулентного потока воды и воздуха. Исследовано также влияние коэффициента потерь и коэффициента Пуассона материала покрытия.

Показано, что среднеквадратичное смещение их поверхности не превышает толщины вязкого подслоя. Однако скорость движения поверхности сопоставима с пульсациями скорости в пограничном слое около стенки. Это может являться причиной снижения трения на податливой стенке. Произведенный расчет отношения энергии, диссипирующей в стенке, к энергии, рассеянной в потоке из-за трения, составил  $10^{-4}$  для воды и  $10^{-6}$  на податливой стенке отбором энергии из течения для воздуха, что не подтверждает гипотезу, объясняющую снижение трения.

**Ключевые слова:** податливое покрытие, турбулентное течение, пульсации давления, двумерная модель расчета деформации, диссипация энергии, напряжения Рейнольдса.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Первая попытка теоретического объяснения снижения трения податливыми покрытиями [1] была сделана сразу же после успешных опытов Крамера [2]. Для объяснения снижения трения затягиванием ламинарно-турбулентного перехода использовалась амплитуда деформации податливого покрытия. Однако в первых работах она никак не конкретизировалась. Между тем, совершенно необходимо знать реакцию покрытия на приложенное поле динамических напряжений, поскольку это является основой механизма снижения трения податливыми покрытиями.

Для мягких податливых покрытий (с модулем упругости меньше  $10^3$  Па) возможно прямое измерение динамического прогиба поверхности [3, 4] поскольку величина деформации достаточна для современных методов измерения. Для твердых податливых покрытий ( $E > 10^6$  Па), пригодных для практического использова-

ния, амплитуда деформации составляет доли микрона, что вызывает серьезные трудности ее измерения. Кроме этого, прямые методы необычайно громоздки и трудоемки не только из-за применяемой аппаратуры, но и по объемности информации, необходимой для описания случайных величин (частотные спектры, пространственные и временные корреляции и т. д.), и пока не привели к значительным результатам.

Другой путь состоит в вычислении деформаций. Для этого надо знать как параметры активного начала (пульсаций давления), так и колебательные свойства самого покрытия. Оценки показывают, что величина деформации много меньше толщины покрытия и, следовательно, реализуется линейная зависимость величины деформации от приложенного давления. Коэффициент пропорциональности называется комплексной податливостью.

Одномерная модель деформации покрытия, использованная в работе [5], показала, что податливость имеет ряд минимумов и максимумов в зависимости от частоты приложенного воздействия. В работе [6] рассчитана деформация покрытия в виде бегущих плоских волн от места их ударного возбуждения. При этом (для упрощения достаточно сложных расчетов) коэффициент Пуассона принимался равным 0,5, что исключало из рассмотрения деформации сжатия–растяжения, т. е. учитывались только сдвиговые волны. Здесь же показано искажение формы волны и ее быстрое затухание.

В работе [7] предложен метод измерения комплексной податливости. Резонансная частота покрытия, экспериментально определенная этим методом, хорошо совпала с расчетным значением [8]. Вязкоупругие свойства материала этого покрытия были измерены по методике [9]. В работе [10] экспериментально показано, что податливость определяется не только частотой воздействия, но и отношением длины волны к толщине покрытия. В работах [11, 12] развита двумерная модель деформации податливых покрытий, свободная от ограничений, использованных в [6]. Получены условия (для частоты и длины волны воздействия), при которых амплитуда волны будет максимальной. Рассчитаны профили продольной и поперечной деформаций по толщине покрытия.

Для объяснения механизма воздействия податливых покрытий на турбулентное течение развиваются две теории. Первая теория объясняет снижение трения на податливой стенке диссипацией энергии внутри покрытия [13]. Поскольку покрытие поглощает внутри себя часть энергии пульсационного движения, то это уменьшает интенсивность пульсаций скорости турбулентного течения, создающих трение на поверхности этого покрытия. Вторая теория [14] связывает это явление с влиянием скорости движения поверхности покрытия на напряжения Рейнольдса в пристеночной зоне. Суть теории заключается в следующем. Несмотря на то, что деформация стенки меньше толщины вязкого подслоя, скорость движения поверхности покрытия сравнима с пульсационными скоростями течения в пограничном слое. При благоприятных фазовых сдвигах между возмущениями нормальной и продольной скоростей, вносимыми податливыми покрытиями, их корреляция, определяющая порождение рейнольдсовых напряжений, может уменьшаться, что приводит к снижению трения.

В настоящей работе произведен расчет отношения энергии, диссипируемой внутри покрытия, к энергии, рассеиваемой из-за вязкости движущейся среды внутри турбулентного течения. Для этой цели рассчитана динамическая податливость покрытия по двумерной модели деформирования. Кроме этого рассчитаны среднеквадратичные значения для амплитуды деформации и обеих компонент (нормальной и продольной) скорости движения поверхности податливого покрытия.

## I. РАСЧЕТ ПОДАТЛИВОСТИ ВЯЗКОУПРУГОГО ПОКРЫТИЯ

В этой главе выполнен расчет комплексной податливости слоя вязкоупругого материала толщиной  $H$ , приклеенного к твердому основанию. Материал имеет плотность  $\rho$ , коэффициент Пуассона  $\sigma$  и комплексный модуль упругости  $E^* = E(1-i\mu)$ , где  $\mu$  — коэффициент потерь. Рассмотрен установившийся режим деформации этого покрытия под действием плоской монохроматической волны давления, распространяющейся вдоль оси  $x$  со скоростью  $V$ .

Смещение частиц среды определяется зависимостью

$$\xi = i\zeta + j\eta = f(y)e^{i\omega(x/V-t)},$$

здесь  $\zeta, \eta$  — компоненты смещения, направленные соответственно вдоль покрытия и перпендикулярно ему.

Общее уравнение движения имеет вид [15]

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = C_l^2 \Delta \xi + (C_l^2 - C_t^2) \text{grad div} \xi, \quad (1)$$

где  $C_l = \left[ \frac{E^*(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)} \right]^{1/2}$  — скорость волны сжатия–растяжения в безграничном пространстве,  $C_t = \left[ \frac{E^*}{2\rho(1+\sigma)} \right]^{1/2}$  — скорость сдвиговой волны в безграничном пространстве. Граничными условиями являются условие отсутствия смещения на твердой стенке

$$\zeta = \eta = 0 \text{ при } y = H \quad (2)$$

и условие равенства напряжений на внешней границе

$$\begin{aligned} C_l^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + (C_l^2 - 2C_t^2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= -\frac{P}{\rho} e^{i\omega(x/V-t)}, \\ \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad \text{при } y = 0. \quad (3)$$

Для решения уравнения (1) используем метод разделения смещения на градиентную и роторную части. Введем две скалярные функции  $\Phi$  и  $\Psi$ , такие, что

$$\zeta = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad \eta = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (4)$$

Подставляя их в (1), получим два уравнения:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - C_l^2 \Delta \Phi = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - C_t^2 \Delta \Psi = 0,$$

решения которых имеют вид:

$$\begin{aligned} \Phi &= [A_1 \frac{sh(\omega\alpha y/V)}{\omega\alpha/V} + B_1 ch(\omega\alpha y/V)] e^{i\omega(x/V-t)}, \\ \Psi &= [A_2 \frac{sh(\omega\beta y/V)}{\omega\beta/V} + B_2 ch(\omega\beta y/V)] e^{i\omega(x/V-t)}. \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha = [1 - (V/C_t)^2]^{1/2}$ ,  $\beta = [1 - (V/C_t)^2]^{1/2}$ .

Используя граничные условия (2) и (3), получаем систему из 4-х уравнений для определения  $A_1, A_2, B_1, B_2$ :

$$A_1 = -\frac{\alpha(1+\beta^2)F}{1+\beta^2-2S} \frac{\lambda P}{4\pi\rho C_t^2}, \quad A_2 = \frac{iS}{1+\beta^2-2S} \frac{\lambda P}{2\pi\rho C_t^2},$$

$$B_1 = -\frac{1}{1+\beta^2-2S} \frac{\lambda^2 P}{4\pi^2\rho C_t^2}, \quad B_2 = \frac{i\alpha F}{1+\beta^2-2S} \frac{\lambda^2 P}{4\pi^2\rho C_t^2},$$

где  $\lambda = 2\pi V/\omega$  — длина волны,

$$S = \frac{ch(2\pi\alpha H/\lambda) - \alpha\beta DF}{ch(2\pi\beta H/\lambda)}, \quad F = \frac{sh(2\pi\alpha H/\lambda) - \frac{1}{\alpha\beta} ch(2\pi\alpha H/\lambda)th(2\pi\beta H/\lambda)}{ch(2\pi\beta H/\lambda) - \frac{1+\beta^2}{2} ch(2\pi\alpha H/\lambda) - Dth(2\pi\beta H/\lambda)},$$

$$D = sh(2\pi\beta H/\lambda) - \frac{1+\beta^2}{2\alpha\beta} sh(2\pi\alpha H/\lambda).$$

Используя соотношения (4), получим вертикальные смещения поверхности покрытия

$$\eta_{y=0} = (A_1 - i\frac{2\pi}{\lambda} B_2) e^{i\omega(x/V-t)},$$

а смещение вдоль поверхности

$$\zeta_{y=0} = (i\frac{2\pi}{\lambda} B_1 + A_2) e^{i\omega(x/V-t)}.$$

Податливость есть отношение деформации к приложенному давлению. Соответственно смещениям поверхности податливость покрытия будет иметь две компоненты — перпендикулярную к поверхности  $C_n = |C_n| e^{i\theta_n}$  и параллельную ей  $C_p = |C_p| e^{i\theta_p}$ . Здесь  $|C_n|$  и  $|C_p|$  — модули соответствующих компонент динамической податливости, а  $\theta_n$  и  $\theta_p$  — фазовые отставания соответствующих компонент смещения поверхности от действующего давления.

Для расчетов и анализа удобно пользоваться безразмерными комплексами

$$C_n^* = \frac{C_n}{H/E} = \frac{\lambda}{H} \left( \frac{V}{C_t^0} \right)^2 \frac{2(1+\sigma)\alpha F}{4\pi(1-i\mu)^2 \left[ 2 - \frac{(V/C_t^0)^2}{1-i\mu} - 2S \right]}$$

и

$$C_p^* = \frac{C_p}{H/E} = \frac{\lambda}{H} \frac{i2(1+\sigma)(S-1)}{2\pi \left[ 2 - \frac{(V/C_t^0)^2}{1-i\mu} - 2S \right]},$$

зависящими только от  $\lambda/H$  — отношения длины волны к толщине покрытия и от  $V/C_t^0$  — отношения скорости волны к скорости распространения сдвиговых возмущений в безграничной среде, заполненной материалом с модулем упругости  $E$ , но

не имеющим вязких потерь ( $\mu = 0$ ).  $C_n^*$  и  $C_p^*$  есть отношения соответствующих компонент динамической податливости покрытия к статической податливости стержня высоты  $H$ , у которого поперечный размер много меньше высоты.

Ранее, в работе [5], комплексная податливость рассчитывалась для одномерной модели локально-деформируемого покрытия. Было показано, что частотная зависимость динамической податливости, которая в данном случае состоит из одной компоненты, имеет ряд минимумов и максимумов. Величина первого максимума податливости, находящегося на частоте первого резонанса

$$f_0 = \frac{1}{4H} \sqrt{\frac{E}{\rho}} (1 + \mu^2)^{1/4},$$

интенсивно уменьшается с ростом коэффициента потерь. Частотная зависимость фазового сдвига между деформацией и давлением изменяется волнообразно с периодом  $1/2f_0$ . С увеличением вязких потерь происходит выравнивание кривых.

На рис. 1 показана вертикальная компонента безразмерной податливости. До  $V/C_t^0 < 1$  (см. рис. 1, *a*) все кривые имеют одинаковую куполообразную форму. Безразмерная податливость увеличивается с ростом скорости волны и уменьшается с ростом коэффициента потерь. Расслоение кривых максимально в области резонанса податливости ( $\lambda/H = 1 \div 3$ ). В длинноволновой части спектра, при  $\lambda/H > 10$ , кривые для различных  $V/C_t^0$  сливаются, и остается только небольшое расслоение кривых, относящихся к разным  $\mu$ .

Поведение модуля динамической податливости изменяется, когда скорость волны становится больше скорости распространения сдвиговых колебаний. При  $V/C_t^0 \geq 1,5$  значение  $\lambda/H$ , при котором наблюдается пик безразмерной податливости, увеличивается с ростом скорости волны (кривые 2, 3, 4 на рис. 1, *b*). Максимальное значение податливости достигается при  $V/C_t^0 \cong 1,52$ . Величина пиков податливости резко уменьшается с ростом вязких потерь. При длинах волн, в несколько раз превышающих длину волны на резонансной частоте, величина податливости определяется универсальной зависимостью, которая не зависит ни от скорости волны, ни от вязких потерь.

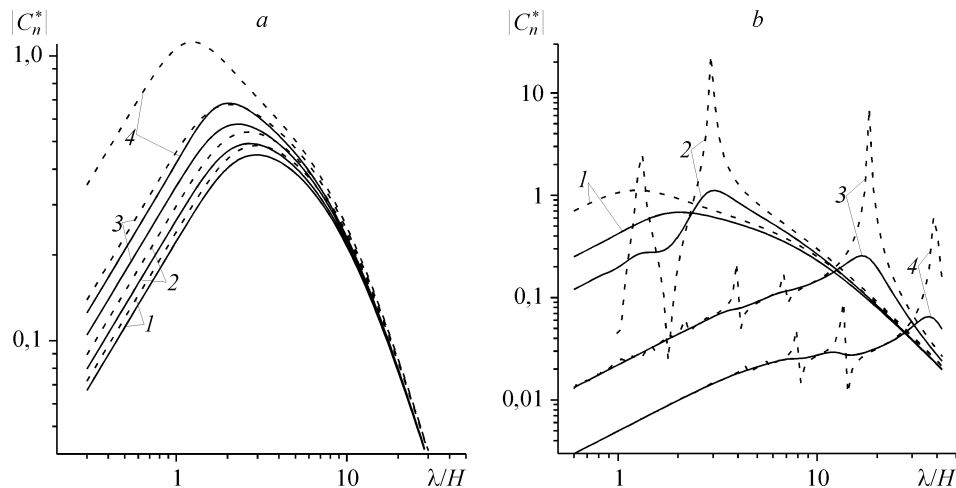


Рис. 1. Зависимость безразмерной податливости от длины волны.

*a* —  $V/C_t^0 = 0,1$  (1), 0,5 (2), 0,75 (3), 0,9 (4), *b* —  $V/C_t^0 = 1,2$  (1), 1,52 (2), 5 (3), 10 (4),  $\mu = 0,4$  (сплошные линии), 0,0125 (штриховые).

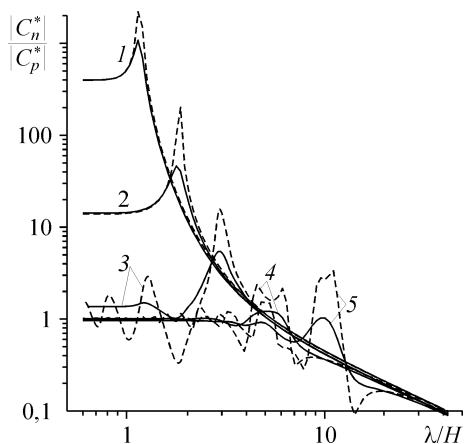


Рис. 2. Отношение поперечной податливости к продольной в зависимости от длины волны.  $V/C_t^0 = 0,1$  (1),  $0,5$  (2),  $1,52$  (3),  $5$  (4),  $10$  (5);  $\mu = 0,0125$  (сплошные линии),  $0,4$  (штриховые).

укладывается нечетное (или, соответственно, четное) число максимумов смещения от положения равновесия. Амплитуда этих пиков уменьшается с ростом кратности резонанса (номера моды) и с ростом коэффициента потерь материала покрытия.

Податливость для горизонтального смещения ведет себя подобным образом. На рис. 2 приведено отношение вертикальной податливости к горизонтальной  $|C_n^*/C_p^*|$ , равное отношению соответствующих амплитуд компонент смещения  $|\eta/\zeta|$ .

Наблюдается единая зависимость, от которой отходят ответвления для различных значений  $V/C_t^0$ . При уменьшении скорости волны ответвления сдвигаются в сторону больших значений  $|\eta/\zeta|$  и меньших длин волн. Для коротких низкоскоростных волн это соотношение может достигать весьма больших значений (например,  $|C_n^*/C_p^*| \cong 2000$  при  $V/C_t^0 = 0,1$  и  $\lambda/H \cong 1,2$ ). При  $\lambda/H > 6$  и  $V/C_t^0 > 1,5$  продольные смещения становятся больше поперечных. Увеличение скорости волны и рост потерь в материале приводят к выравниванию величины продольной и поперечной деформаций. Влияние коэффициента потерь наиболее значительно сказывается в области резонансного пика отношения податливостей.

Рис. 3 иллюстрирует фазовое отставание вертикального смещения

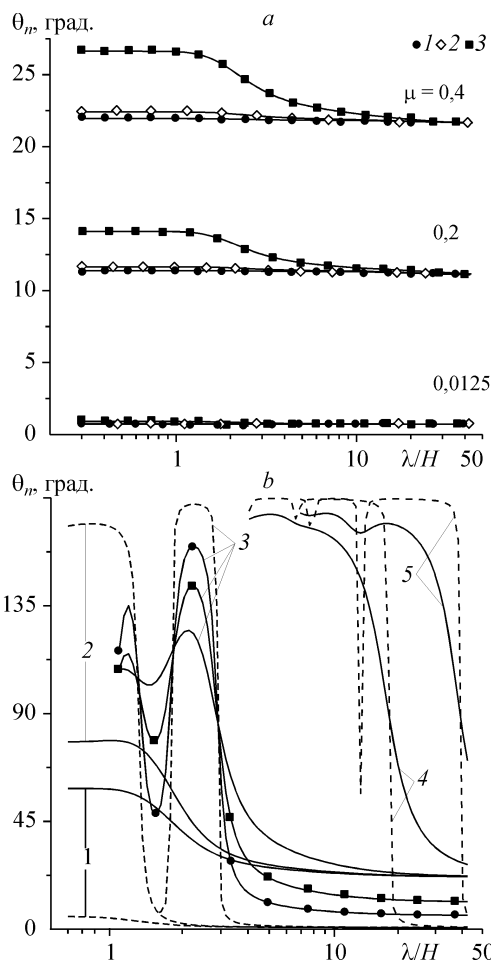


Рис. 3. Фазовое отставание вертикального смещения от давления.  $a$  —  $V/C_t^0 = 0,1$  (1),  $0,2$  (2),  $0,5$  (3),  $b$  —  $V/C_t^0 = 0,9$  (1),  $1$  (2),  $1,52$  (3),  $5$  (4),  $10$  (5). Для  $V/C_t^0 = 1,52$  (семейство линий (3),  $\mu = 0,1$  (темные кружки),  $0,2$  (темные квадратики),  $\mu = 0,0125$  (сплошные линии),  $0,4$  (штриховые).

от давления. Для  $V/C_t^0 < 0,5$  (см. рис. 3, *a*) фазовый угол в основном определяется коэффициентом потерь и слабо зависит от длины волны и скорости ее распространения. Для  $V/C_t^0 > 1,5$  (см. рис. 3, *b*) фаза изменяется на  $180^\circ$  при переходе через каждый резонанс. С ростом вязкостных потерь кривые становятся более плавными, при этом фаза в длинноволновой части возрастает, а в коротковолновой — уменьшается.

## II. АМПЛИТУДНЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ДЕФОРМАЦИИ ПОДАТЛИВОЙ СТЕНКИ

Используя результаты расчета податливости, полученные в предыдущей главе, рассчитаем параметры деформации твердого податливого покрытия (с  $E > 10^5$  Па) в турбулентном потоке. Примем в расчет только действие пульсаций давления, направленных перпендикулярно к поверхности покрытия. Влияние пульсаций касательных напряжений может быть рассчитано аналогичным путем, однако априори ясно, что их действие в десятки и сотни раз слабее. Давление основного течения на боковые стенки волны деформации, важное для мягких податливых покрытий, которое пропорционально [1, 6]

$$p_s \approx \rho(V - C)^2 \frac{\eta_{rms}}{\lambda},$$

где  $C$  — скорость распространения свободных колебаний, здесь также не будет учитываться, ввиду абсолютной малости величины деформации поверхности  $\eta_{rms}$  относительно длины волны.

Деформация покрытия рассчитана в предположении его безинерционности, т. е. не учтен переходный период установления колебаний. Однако для покрытий из материала с коэффициентом потерь  $\mu > 0,1$  это не очень существенно [19], поскольку переходный период резко уменьшается с ростом коэффициента потерь.

Для расчета величины деформации используем энергетический спектр пульсаций давления  $P(\omega)$  [16], полученный экстраполяцией экспериментально измеренных спектров датчиками с различным диаметром чувствительной поверхности, при устремлении диаметра датчика к нулю

$$\frac{P(\omega)V}{\tau_w \delta^*} = \frac{70}{1 + \exp(3,9(f\delta^*/V)^{0,62})},$$

здесь  $\delta^* = v \exp(0,41V/U_\tau - 2,1)/8U_\tau$  — толщина вытеснения [17],  $U_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$  — динамическая скорость,  $\tau_w = 0,03\rho V^2(Vl/v)^{-1/5}$  — касательное трение на стенке. Эта формула имеет универсальный характер, поскольку пригодна как для водных, так и для воздушных потоков, по крайней мере, до значений  $f\delta^*/V = 3$ . Все расчеты проведены для  $l = 1$  м.

Пусть  $P(t) = \int_0^\infty \varphi_T(\omega, t) e^{i\omega t} d\omega$  — временная зависимость пульсационного давления на стенке, где  $\varphi_T(\omega, t)$  — Фурье плотность гармоник пульсаций давления.

Нам известен только энергетический спектр [18]

$$P(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi \langle |\varphi_T(\omega, t)|^2 \rangle}{T}, \quad (5)$$

т. е. временная корреляция квадрата гармоники за время осреднения  $T$ , причем

между  $\tau_w$  и  $P_{\text{rms}} = \left[ \int_0^{\infty} P(\omega) d\omega \right]^{0,5}$  выполняется связь:  $P_{\text{rms}} = K_r \cdot \tau_w$ , где  $K_r$  — коэффициент Крейчнана. В исследованном диапазоне скоростей потока от 5 до 55 м/с коэффициент Крейчнана, рассчитанный по формуле (5), изменяется от 2,716 до 2,784.

Хотя формула (5) описывает пульсации давления на твердой стенке, она может быть использована и для податливой стенки в качестве первого приближения, если величина снижения (увеличения) трения не слишком значительна.

Поскольку для безинерционного покрытия смещение поверхности пропорционально податливости, то корреляция смещения

$$\eta(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\pi \langle |C(\omega) \varphi_T(\omega, t)|^2 \rangle}{T} = |C(\omega)|^2 P(\omega).$$

Отсюда

$$\eta_{\text{rms}} = \sqrt{\eta^2} = \left[ \int_0^{\infty} |C_{\eta}(\omega)|^2 P(\omega) d\omega \right]^{1/2} \quad \text{и} \quad \zeta_{\text{rms}} = \sqrt{\zeta^2} = \left[ \int_0^{\infty} |C_{\zeta}(\omega)|^2 P(\omega) d\omega \right]^{1/2}.$$

Компоненты скорости поверхности  $u = i\omega\zeta$  и  $v = i\omega\eta$ , тогда

$$u_{\text{rms}} = \sqrt{u^2} = \left[ \int_0^{\infty} |C_{\zeta}(\omega)|^2 \omega^2 P(\omega) d\omega \right]^{1/2} \quad \text{и} \quad v_{\text{rms}} = \sqrt{v^2} = \left[ \int_0^{\infty} |C_{\eta}(\omega)|^2 \omega^2 P(\omega) d\omega \right]^{1/2}.$$

Рассчитаем теперь диссипацию энергии внутри покрытия за 1 период, ограничившись только смещениями, перпендикулярными к стенке

$$W_1 = \int_0^{\text{период}} P(t) d\eta(t).$$

Усредненная за период колебания диссипация энергии одной гармоники вертикальных деформаций

$$W_{\omega} = \text{Im}(C_{\eta}) P(\omega) = |C_{\eta}| \sin \Theta_{\eta} P(\omega).$$

За 1 секунду покрытие делает  $\omega/2\pi$  колебаний на частоте  $\omega$ , поэтому скорость диссипации энергии внутри покрытия на единицу площади его поверхности

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \text{Im}(C_{\eta}) P(\omega) \omega d\omega.$$

Силы трения турбулентного течения за 1 секунду совершают на единице площади стенки работу

$$W_0 = \tau_w U.$$

На рис. 4 показано отношение энергии, диссипирующей внутри стенки, к общей энергии, рассеиваемой в водном потоке из-за трения. При увеличении толщины покрытия это отношение вначале возрастает, а затем выходит на насыщение. Так, покрытия с толщиной 5 и 10 мм имеют практически одинаковые отношения  $W/W_0$ , за исключением пиков, где покрытия резонансным образом



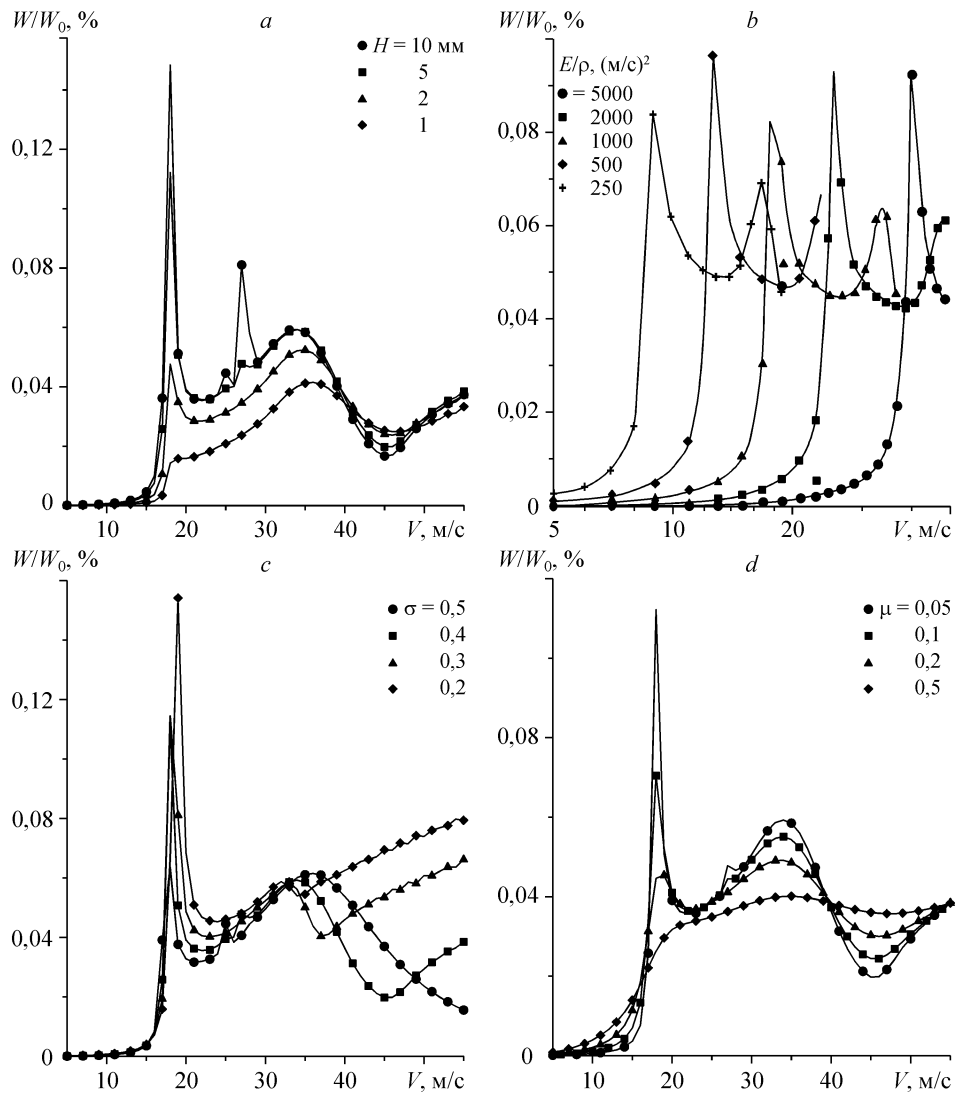


Рис. 4. Отношение энергии, рассеянной внутри покрытия, к вязким потерям движущей среды.

Вариации толщины покрытия (а),  $E/\rho$  (b), коэффициента Пуассона (с), коэффициента потерь (d) при  $E/\rho=10^3$  (м/с)<sup>2</sup> (а, с, d),  $H=5$  мм (b, с, d),  $\sigma=0,4$  (а, d),  $0,3$  (b),  $\mu=0,05$  (а, b, с).

взаимодействуют с пульсациями давления (см. рис. 4, а). Так, при скорости  $V \approx 18$  м/с, где  $V \approx C_t$  наблюдается максимум податливости (см. рис. 1, а). При скорости течения меньшей  $C_t$  покрытие практически не взаимодействует с течением, а в диапазоне  $C_t < V < 2C_t$  энергия, поглощаемая покрытием, составляет  $(4 \div 6) \cdot 10^{-4}$  долю от энергии, рассеиваемой вне покрытия. Для покрытия с толщиной 1 мм первый пик уже не наблюдается и отношение  $W/W_0$  плавно увеличивается до второго резонанса ( $V \sim 36$  м/с).

Поскольку влияние модуля упругости материала покрытия и его плотности входят в расчетные формулы в виде отношения  $E/\rho$ , то дальнейший анализ проводится не для раздельного влияния  $E$  и  $\rho$  на деформационные и энергетические параметры, а только для отношения  $E$  к  $\rho$ . На рис. 4, b видно, что с уменьшением  $E/\rho$  первый пик энергопоглощения эквидистантно сдвигается в сторону низких частот. Второй максимум имеет в 2 раза меньшую амплитуду.

С уменьшением коэффициента Пуассона первый пик  $W/W_0$  растет по величине и сдвигается в сторону больших скоростей (см. рис. 4, *c*). Второй пик имеет противоположные тенденции, однако они менее выражены. Основное различие наблюдается на больших скоростях, где покрытия, изготовленные из материала с меньшим коэффициентом Пуассона, имеют большое  $W/W_0$ .

Рост коэффициента потерь материала покрытия приводит к сглаживанию кривых (вплоть до полного отсутствия пиков) и уменьшению значений  $W/W_0$ , как показано на рис. 4, *d*.

Произведенный анализ показал, что при течении водного потока над податливой стенкой поглощение энергии внутри стенки по отношению к потере энергии из-за трения составляет ничтожную часть:  $W/W_0 \approx (4\div 6) \cdot 10^{-4}$ . Анализ произведен при вариации параметров покрытия и турбулентного течения, где их взаимодействие максимально. Таким образом, объяснение механизма снижения трения поглощением энергии внутри покрытия представляется необоснованным.

Рассчитаем теперь среднеквадратичное значение безразмерной величины вертикальной деформации

$$\eta^+ = \frac{\eta_{\text{rms}} U_\tau}{\nu}$$

и среднеквадратичные значения нормальной и продольной компонент скорости движения стенки, отнесенных к динамической скорости,

$$v^+ = \frac{v_{\text{rms}}}{U_\tau} \quad \text{и} \quad u^+ = \frac{u_{\text{rms}}}{U_\tau}.$$

При увеличении толщины покрытия  $\eta^+$  увеличивается до значения, сопоставимого с толщиной вязкого подслоя, как показано на рис. 5, *a*. Однако на скорости, соответствующей первому максимуму взаимодействия (см. рис. 4, *a* на  $V \approx 18$  м/с),  $\eta^+$  составляет всего лишь несколько единиц вязкого масштаба. Максимум  $\eta^+$  приходится на диапазон скоростей потока, соответствующих второму и последующим резонансам (ср. с рис. 4, *a*).

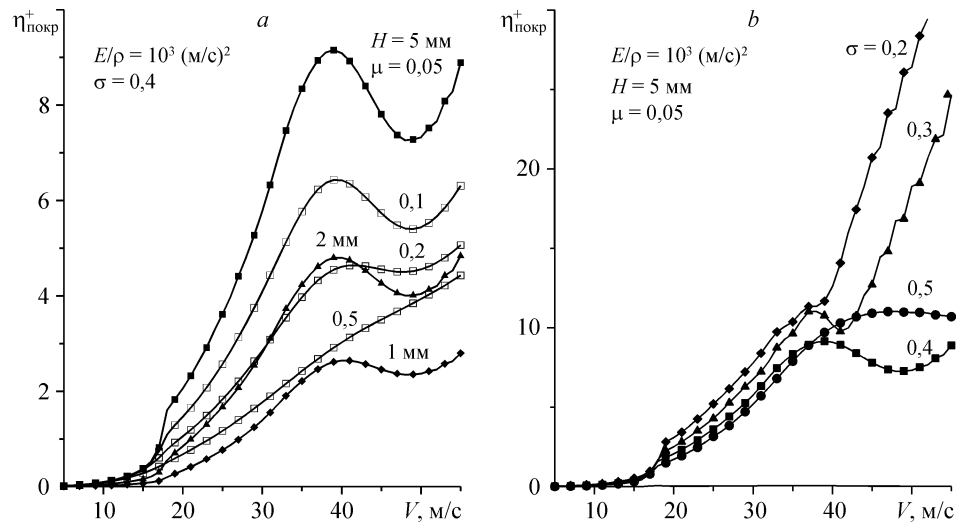


Рис. 5. Безразмерное среднеквадратичное вертикальное смещение поверхности покрытия. Вариации толщины покрытия и коэффициента потерь (*a*), коэффициента Пуассона (*b*). Различная толщина при  $\mu = 0,05$  (*a*, темные значки), различные коэффициенты потерь при  $H = 5$  мм (*a*, светлые значки).

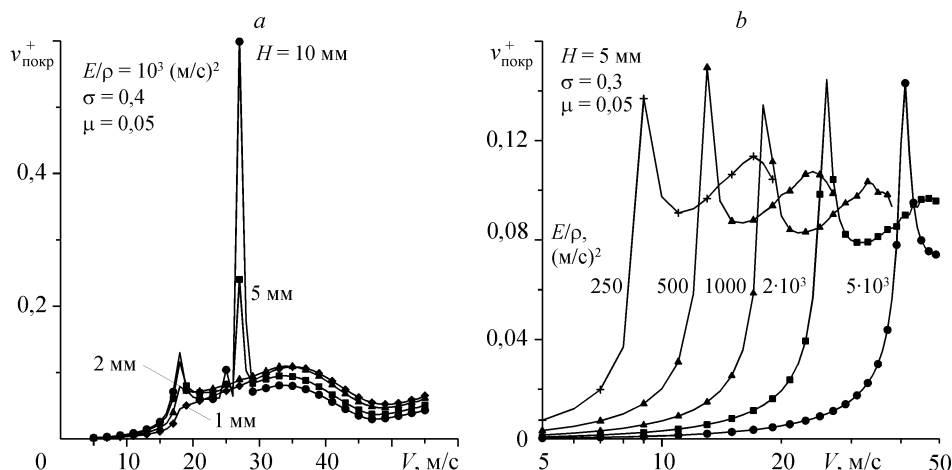


Рис. 6. Безразмерная вертикальная скорость смещения поверхности податливого покрытия. Вариации толщины покрытия (а),  $E/\rho$  (b).

Рост коэффициента потерь уменьшает  $\eta^+$  и сглаживает колебания, как показано на рис. 5, а кривыми, помеченными светлыми квадратами. Вариация коэффициента Пуассона сильнее всего сказывается при высоких скоростях течения. На рис. 5, b это соответствует  $V > 40$  м/с.

Компонента нормальной скорости поверхности покрытия  $v_{\text{покр}}^+$  имеет несколько пиков. Наибольший пик наблюдается на частоте второго резонанса, который резко уменьшается с уменьшением толщины покрытия (рис. 6, а). Так, на толщинах 1 и 2 мм второй пик уже практически не наблюдается. Скорость движения стенки при  $H > 2$  составляет 8–12 % от величины  $U_\tau$  при скорости течения от 17 до 40 м/с. Однако второй пик достигает очень большого значения  $v_{\text{покр}}^+ \approx 0,6$ . До второго резонанса  $v_{\text{покр}}^+$  убывает с ростом  $H$ , а выше его наблюдается инверсия — скорость стенки растет с уменьшением толщины покрытия.

Увеличение отношения  $E/\rho$  приводит к сдвигу кривых в сторону больших скоростей, как показано на рис. 6, b. При этом форма кривых изменяется незначительно.

Продольная компонента скорости поверхности покрытия  $u_{\text{покр}}^+$  (рис. 7) имеет характер поведения, несколько отличающийся от  $v_{\text{покр}}^+$ , что соответствует поведению

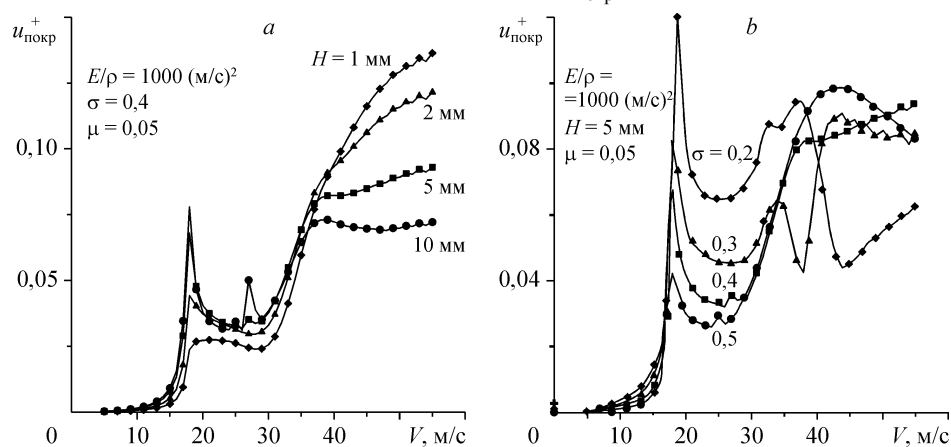


Рис. 7. Безразмерная среднеквадратичная скорость смещения поверхности податливого покрытия в продольном направлении.

Вариации толщины покрытия (а), коэффициента Пуассона (b).

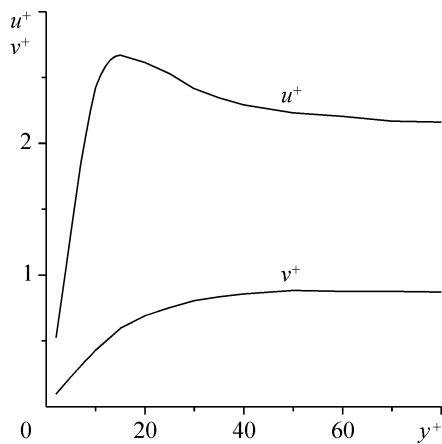


Рис. 8. Профили продольной и нормальной к поверхности компонент пульсационной скорости в пограничном слое около твердой поверхности.

График взят из работы [20].

податливостей в соответствующих направлениях (см. рис. 2). При уменьшении толщины покрытия первый и второй резонансные пики сглаживаются, и  $u_{\text{покр}}^+$  увеличивается с ростом скорости течения, превышая при этом значение нормальной компоненты  $v_{\text{покр}}^+$ . Здесь, так же как и для  $v_{\text{покр}}^+$ , на больших скоростях  $u_{\text{покр}}^+$  растет с уменьшением толщины покрытия.

Продольная компонента скорости поверхности стенки увеличивается с уменьшением коэффициента Пуассона, причем первый пик взаимодействия увеличивается в  $\approx 3$  раза при изменении  $\sigma$  от 0,5 до 0,2 (см. рис. 7, b).

Произведенный расчет нормальной и продольной компонент скорости движения поверхности податливого покрытия позволяет оценить механизм действия покрытия, основанный на изменении реинольдсовых напряжений в погранслое. Напряжения Рейнольдса есть корреляция пульсационных скоростей вдоль и поперек стенки

$$\tau = \rho \left\langle \left( u + u'_{\text{покр}} \right) \left( v + v'_{\text{покр}} \right) \right\rangle,$$

где  $u$  и  $v$  есть продольная и нормальная компоненты пульсаций скорости невозмущенного течения,  $u'_{\text{покр}}$  и  $v'_{\text{покр}}$  — возмущения, вносимые стенкой. Поведение  $u$  и  $v$  в пограничном слое около твердой стенки показано на рис. 8, взятом из работы [20]. Пульсации скорости равны нулю на стенке и для  $u^+$  достигают максимальной величины  $u^+ \approx 2,7$  при  $y^+ \sim 15$ , а  $v^+ \approx 1$  при  $y^+ > 40$ .

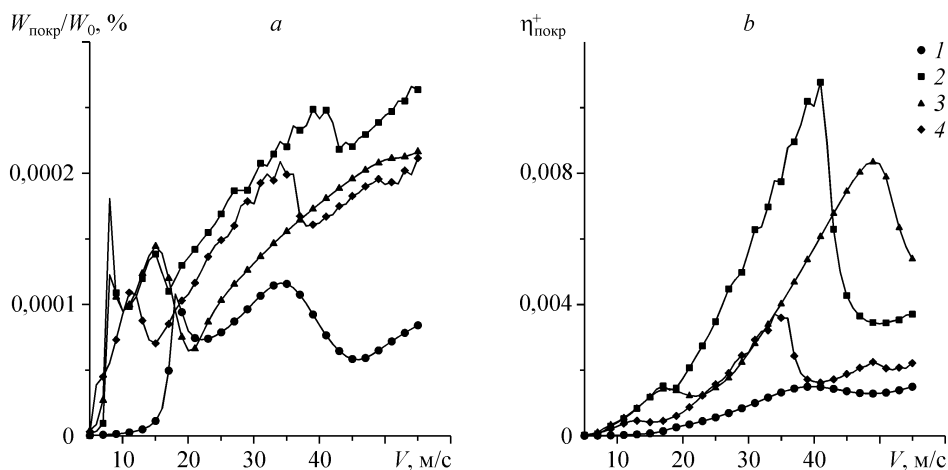


Рис. 9. Характеристики взаимодействия воздушного потока с податливым покрытием: отношение энергий, диссипированных внутри покрытия и на его поверхности (a), безразмерное среднеквадратичное смещение поверхности в вертикальном направлении (b).

$H = 5$  (1, 2), 10 (3), 2 (4) мм,  $E/\rho = 10^3$  (1),  $2 \cdot 10^2$  (2, 3),  $10^2$  (4) (м/с)<sup>2</sup>,  $\sigma = 0,4$  (1–4), 0,3 (2),  $\mu = 0,1$  (1, 3), 0,05 (2, 4).

На рис. 9 показаны деформационные и энергетические параметры взаимодействия податливого покрытия с турбулентным воздушным потоком. Проварьированы толщина покрытия, модуль упругости, коэффициент Пуассона и коэффициент потерь. Основные закономерности деформационных и энергетических характеристик такие же, как и при течении водной среды. Так, потеря энергии внутри покрытия и величина деформации возрастают при увеличении толщины покрытия и уменьшении модуля упругости материала покрытия. Однако  $W/W_0$  и  $\eta^+$  при обтекании покрытия воздухом примерно на три порядка меньше, чем для воды. При обтекании воздухом покрытие поглощает в себе только  $\approx 10^{-6}$  часть общей энергии, рассеиваемой течением, а величина смещений поверхности покрытия в тысячи раз меньше толщины вязкого подслоя.

#### ВЫВОДЫ

При расчете податливости покрытия была использована двумерная модель его стационарной деформации бегущей плоской волной давления. Показано, что значение продольной деформации может быть достаточно большим и даже превышать значение вертикальной деформации, что обязательно должно быть учтено в теоретических моделях, объясняющих механизм снижения трения податливыми покрытиями.

Поскольку покрытие диссипирует в себе очень малую часть энергии, рассеиваемой в потоке ( $\approx 10^{-4}$  для воды и  $10^{-6}$  для воздуха), то гипотеза, объясняющая снижение трения податливым покрытием отъемом турбулентной энергии из потока, представляется несостоятельной.

Как возмущения скорости, вносимые покрытием, затухают при удалении от стенки, пока не известно, однако можно с твердой уверенностью сказать, что их величина сопоставима (и даже превышает при приближении к стенке) пульсации скорости основного течения. Приведенные расчеты показывают, что величина рейнольдсовых напряжений может меняться весьма значительно, что может приводить к снижению сопротивления трения.

Первые попытки рассчитать на суперкомпьютере параметры турбулентного течения над податливой стенкой [21] использовали экзотические модели покрытия, имеющие очень малое отношение к реальности. В дальнейших расчетах необходимо использовать расчет деформации для простейшей схемы реального покрытия, предложенный в настоящей статье, и производить поиск снижения сопротивления в диапазоне параметров, в котором покрытие и течение максимальным образом взаимодействуют друг с другом.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Benjamin T.B. Effects of a flexible boundary on hydrodynamic stability // J. Fluid Mech. — 1960. — Vol. 9. — P. 513–532.
2. Kramer M.O. Boundary layer stabilization by distributed damping // J. Amer. Soc. Navel. Engng. — 1960. — Vol. 72. — P. 25–33.
3. Gad-el-Hak M. An optical technique for measuring the flow-induced motion of a compliant surface // Flow-Induced Vibrations / Eds. M.P. Paidoussis and A.J. Kalinowcki. — 1984. — Vol. 5. — P. 9–22. — ASME, New York.
4. Lee T., Fisher M. and Schwarz W.H. Investigation of the stable interaction of a passive compliant surface with a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. — 1993. — Vol. 257. — P. 373–401.
5. Семенов Б.Н. Анализ деформационных характеристик вязкоупругих облицовок. Гидродинамика и акустика пристенных и свободных течений / Под ред. Б.П. Миронова. — Новосибирск, Изд-во ИТФ СО АН СССР, 1981. — С. 57–76.
6. Duncan J.H. The response of an incompressible, viscoelastic coating to pressure fluctuations in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. — 1986. — Vol. 171. — P. 339–633.

7. Кулик В.М., Родякин С. В. Измерение комплексной податливости покрытий из эластичных материалов // Инж.-физ. журнал. — 2002. — Т. 75, № 2. — С. 108–111.
8. Кулик В.М. Волновые свойства податливого покрытия // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12, № 3. — С. 387–405.
9. Кулик В.М., Семенов Б.Н., Морозова С.Л. Измерение динамических свойств вязкоупругих материалов // Теплофизика и аэромеханика. — 2007. — Т. 14, № 2. — С. 219–230.
10. Kulik V.M., Rodaykin S. V., Lee I., Chun H.H. Deformation of a viscoelastic coating under the action of convective pressure fluctuations // Experiments in fluids. — 2005. — Vol. 38, № 5. — P. 648–655.
11. Кулик В.М. Плоская волна деформации в изотропном слое вязкоупругого материала // ПМТФ. — 2006. — Т. 47, № 3. — С. 104–111.
12. Кулик В.М. Вынужденные колебания слоя вязкоупругого материала под действием конвективной волны давления // ПМТФ. — 2007. — Т. 48, № 2. — С. 90–97.
13. Козлов Л.Ф., Цыганюк А.И., Бабенко В.В. и др. Формирование турбулентности в сдвиговых течениях. — Киев: Наукова думка, 1985. — 284 с.
14. Семенов Б.Н. Об интерференционной форме взаимодействия вязкоупругой границы на пристенную турбулентность // Влияние полимерных добавок и упругости поверхности на пристенную турбулентность. — Новосибирск: Наука, 1978. — С. 57–74.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987. — С. 248.
16. Блюдзе Ю.Г., Докучаев О.Н. Измерение пульсаций скорости и давления в турбулентных пограничных слоях // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. — 1969. — № 5. — С. 175–182.
17. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 711 с.
18. Смоляков А.В., Ткаченко В.М. Измерение турбулентных пульсаций. — Л.: Энергия, 1980. — 264 с.
19. Kulik V.M., Rodaykin S.V., Suh Sung-Bu, Lee I., Chun H.H. The response of compliant coating to nonstationary disturbances // Physics of Fluids. — 2005. — Vol. 17, No. 8. — P. 088104 (1-4).
20. Laufer J. The structure of turbulence in fully developed pipe flow // NACA Rep., No. 1174, 1954.
21. Xu S., Rempfer D., Lumley J. Turbulence over a compliant surface: numerical simulation and analysis // J. Fluid Mech. — 2003. — Vol. 478. — P. 11–34.

*Статья поступила в редакцию 9 апреля 2008 г.*