

намическое поле слабое. Сравнение в сечении  $x = 0,31$  значений  $T$ ,  $p$ ,  $c_{N_2}$ ,  $c_{H_2O}$ ,  $c_{O_2}$ ,  $c_{Ar}$ , полученных при расчете с замороженными реакциями, с результатами данных расчетов дает различие, не превышающее одного процента. Однако указанные реакции существенны для компонентов с малыми концентрациями: меняют значения последних в несколько раз.

В результате проведенных расчетов для принятой геометрии выяснено:

- а) слабое влияние реакций с участием компонентов, содержащих атомы азота, на газодинамические параметры течения;
- б) сильное влияние газодинамического и кинетического факторов на процесс горения.

Результаты расчетов по предложенной методике при соответствующем выборе источниковых членов и кинетической схемы, по-видимому, могут быть использованы при проектировании внутренних каналов гиперзвуковых воздухозаборников со сверхзвуковыми камерами сгорания.

*Поступила в редакцию  
10/XI 1978  
после доработки —  
3/X 1979*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М. Я. Иванов, А. И. Крайко, В. В. Михайлов. ЖВММФ, 1972, 12, 2.
2. М. Я. Иванов, И. И. Смагин. Численные методы механики сплошной среды, 1978, 9, 6.
3. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1971.
4. В. К. Баев, В. И. Головичев и др. ФГВ, 1973, 9, 6.
5. Е. В. Ступченко, С. А. Лосев, А. И. Осипов. Релаксационные процессы в ударных волнах. М., Наука, 1965.
6. В. Н. Кондратьев. Определение констант скорости газофазных реакций. М., Наука, 1973.
7. В. Н. Кондратьев. Константы скорости газофазных реакций. М., Наука, 1970.
8. Д. Хиклен. РТК, 1967, 5, 1.
9. Р. Коллрек, Л. Д. Ацето. РТК, 1973, 11, 5.
10. Р. С. Тюльпанов, С. А. Михальчук. Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение гетерогенных и газовых систем. Черноголовка, 1977.
11. D. L. Bainch, D. D. Drysdale et al. Evaluated Kinetic Data for High Temperature Reactions. V. 2, Butterworths, 1973.

#### О СТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ В ОДНОМЕРНОМ ПОТОКЕ ГАЗОВ

*H. P. Боброва, Р. С. Буркина, В. Н. Вилюнов*

*(Томск)*

**1. Постановка задачи.** Анализ процессов, сопровождающих стационарное горение в потоке газов, требует решения системы нелинейных дифференциальных уравнений теплового баланса и диффузии.

В одномерной постановке при  $Le = 1$  задача отыскания физико-химических параметров полуограниченного потока сводится к решению только одного уравнения

$$d(\lambda dT/dx)/dx - u_m c dT/dx + \rho^n c^n (T_{\max} - T)^n A \times \exp(-E/RT)/Q^{n-1} = 0 \quad (1.1)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad T = T_0, \quad (\lambda dT/dx)_{x=0} = u_m c (T_r - T_{\max}); \\ x \rightarrow \infty & \quad T \rightarrow T_{\max}, \quad dT/dx \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

или

$$\begin{aligned} x = 0 \quad T = T_0 \quad (\lambda dT/dx)_{x=0} &= q_s; \\ x \rightarrow \infty \quad T \rightarrow T_{\max} \quad dT/dx &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $T$  — температура;  $T_{\max}$  — максимальная температура в потоке;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  — соответственно коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность;  $A$  — предэкспонент;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $E$  — энергия активации;  $T_0$ ,  $u_m$  — температура и массовая скорость втекающего потока газа;  $T_r = T_0 + Qa_0/c$  — температура адиабатического пламени;  $a_0$  — концентрация втекающего газа;  $q_s$  — тепловой поток в холодную смесь;  $x$  — пространственная координата.

В [1] получены предельные случаи ( $u_m \ll 1$  и  $u_m \gg 1$ ) решения (1.1), (1.2) для неактивированной реакции ( $E \ll RT_r$ ). Авторами [2] уравнения (1.1), (1.3) интегрировались численно. В [3] метод исследования задачи, применявшаяся в [1], успешно развит для отыскания параметров задачи при протекании активированной реакции ( $E \gg RT_r$ ).

В настоящей работе решение (1.1)–(1.3) для  $E/RT_r \gg 1$  найдено методом сращиваемых асимптотических разложений. Получены приближенные аналитические выражения для  $T_{\max}$ ,  $T'_0$  и  $q_s$  в режимах горения и отрыва, хорошо согласующиеся с данными численного интегрирования. Полученные решения также позволяют количественно оценить результаты приближенного анализа [3].

**2. Режим горения.** Рассматривается случай  $u_m/u_0 \sim 0(1)$  ( $u_0$  — скорость распространения пламени по газу с  $T = T_0$ ). Структура области горения в этом режиме характеризуется сравнительно небольшой зоной интенсивных химических реакций и более протяженной зоной прогрева. Соответственно на температурном профиле можно выделить узкий интервал высоких температур в окрестности  $T_{\max}$  (согласно терминологии метода сращиваемых асимптотических разложений назовем его внутренней областью) и область, где и скорость реакции, и тепловыделение не высоки и, следовательно, температуры ниже (внешняя область).

Характерными масштабами температуры во внутренней области является семеновский интервал  $RT_r^2/E$ , во внешней области — разность  $(T_r - T_0)$ . Отношение масштавов  $(RT_r^2/E)/(T_r - T_0) = \theta_0^{-1} = \epsilon \ll 1$ . Этот факт дает возможность использовать малую величину в качестве параметра разложения при построении решения.

Безразмерные переменные выберем в соответствии с характерными масштавами:  $u = (T_r - T)/(T_r - T_0)$ ,  $v = (T_r - T)/(RT_r^2/E) = u/\epsilon$ . Для теплового потока в обеих зонах масштавом будет  $cu_0(T_r - T_0)$ .

С учетом введенных переменных, а также обозначений

$$p = q/cu_0(T_r - T_0), \quad q = \lambda dT/dx, \quad w = u_m/u_0 \sim 0(1),$$

$$B = \lambda a_0^{n-1} \rho^n A \exp(-E/RT_r)/cu_0^2 \theta_0^{n+1}, \quad \gamma = (T_r - T_{\max})/(T_r - T_0),$$

$$\sigma = (T_r - T_0)/T_r, \quad p_s = q_s/cu_0(T_r - T_0),$$

задача (1.1)–(1.3) для внешней области принимает вид

$$pdः/du + wp - Be^{-(n+1)}(u - \gamma)^n \exp[-u/\epsilon(1 - \sigma u)] = 0, \quad (2.1)$$

$$u = 1 \quad p = w\gamma, \quad (2.2)$$

$$u = 1 \quad p = p_s, \quad (2.3)$$

а для внутренней области

$$pdः/dv + \epsilon wp - B(v - \gamma/\epsilon)^n \exp[-v/(1 - \epsilon\sigma v)] = 0, \quad (2.4)$$

$$v = \gamma/\epsilon \quad p = 0, \quad (2.5)$$

$$v = 0 \quad p = 0. \quad (2.6)$$

Проиллюстрируем решение задачи в случае граничных условий (2.2), (2.5). Для (2.3), (2.6) построение решения проводится аналогично. Уравнение (2.1) значительно упрощается, если пренебречь слагаемым, содержащим экспоненту. Принимая во внимание, что  $u_0^2 \sim 0(\varepsilon^{n+1})$  и, следовательно,  $B \sim 0(1)$ . Тогда внешняя задача сводится к решению

$$dp/du + w = 0, \quad (2.7)$$

$$u = 1 \quad p = w\gamma. \quad (2.8)$$

Будем искать  $\gamma$  в виде асимптотического разложения, регулярного в обеих областях

$$\gamma = \mu_0(\varepsilon)\gamma_0 + \mu_1(\varepsilon)\gamma_1 + \dots \quad (2.9)$$

Переменную  $p$  также представим в виде асимптотических рядов:  
во внешней области

$$p = g_0(\varepsilon)f_0(u) + g_1(\varepsilon)f_1(u) + \dots, \quad (2.10)$$

во внутренней области

$$p = G_0(\varepsilon)F_0(v) + G_1(\varepsilon)F_1(v) + \dots \quad (2.11)$$

Подставим внешнее разложение  $p$  (2.10) совместно с (2.9) в (2.7),  
(2.8)

$$p = w[1 - u + \mu_0(\varepsilon)\gamma_0 + \mu_1(\varepsilon)\gamma_1 + \dots]. \quad (2.12)$$

Чтобы получить аналогичное представление  $p$  во внутренней области, требуется оценить величину  $B$  в этой области. Представим  $B$  в виде ряда. Для этого разложим  $u_0$  по степеням  $\varepsilon$ .

$$u_0 = \varepsilon^{(n+1)/2}(M_0 + \varepsilon M_1 + \dots),$$

подставим в выражение для  $B$  и результат разложим в окрестности горячей границы.

$$\begin{aligned} B = B_r^0(1 - 2\varepsilon M_1/M_0 + \dots) &\{1 + (\partial \ln B^0/\partial u)_r [v\varepsilon - \mu_0(\varepsilon)\gamma_0 - \dots] + \\ &+ (1/2B_r^0)(\partial^2 B^0/\partial u^2)_r [v\varepsilon - \mu_0(\varepsilon)\gamma_0 - \dots]^2 + \dots\}, \quad (2.13) \\ B^0 = \lambda a_0^{n-1} \rho^n A \exp(-E/RT_r)/cM_0^2. \end{aligned}$$

Индексом  $r$  помечены параметры на горячей границе. Теперь подставим внутреннее разложение  $p$  (2.11) совместно с (2.9) и (2.13) во внутреннюю задачу (2.4), (2.5):

$$\begin{aligned} G_0^2 F_0 dF_0/dv + G_0 G_1 d(F_0 F_1)/dv + G_1^2 F_1 dF_1/dv + \dots + \varepsilon G_0 w F_0 + \varepsilon G_1 w F_1 + \\ + \dots - B_r^0 e^{-v} \{(v - \gamma_0)^n + \varepsilon [(v - \gamma_0)^{n+1} (\partial \ln B^0/\partial u)_r - (\sigma v^2 + \\ + 2M_1/M_0) (v - \gamma_0)^n - n\gamma_1(\mu_1/\varepsilon)(v - \gamma_0)^{n-1}] + 0(\varepsilon^2, \mu_1, \mu_1^2/\varepsilon^2, \mu_2/\varepsilon) = 0, \quad (2.14) \end{aligned}$$

$$F_i(\gamma) = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

При записи этих соотношений также учитывалось, что  $\mu_0(\varepsilon) = \varepsilon$ . Это равенство вытекает из оценки третьего члена уравнения (2.14) величиной  $0(1)$ .

Последовательное сравнение порядков слагаемых уравнения (2.14) дает:

$$G_0(\varepsilon) = 1, \quad G_1(\varepsilon) = \varepsilon, \quad \mu_1(\varepsilon) = \varepsilon^2. \quad (2.16)$$

С помощью равенств (2.14)–(2.16) задача отыскания функций  $F_i$  ( $i = -0, 1$ ) в разложении (2.11) сводится к интегрированию двух уравнений:

$$\begin{aligned} F_0 dF_0/dv - B_r^0 e^{-v} (v - \gamma_0)^n = 0, \quad F_0(\gamma_0) = 0; \\ d(F_0 F_1)/dv = -w F_0 + B_r^0 e^{-v} [(v - \gamma_0)^{n+1} (\partial \ln B^0/\partial u)_r - \\ - (\sigma v^2 + 2M_1/M_0) (v - \gamma_0)^n - n\gamma_1(v - \gamma_0)^{n-1}], \quad F_1(\gamma_0) = 0. \end{aligned}$$

Их решениями будут соответственно

$$F_0(v) = \sqrt{2B_r^0 \Phi_{0n}(\gamma_0, v)}, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} F_1(v) &= [1/F_0(v)] \left\{ w \int_{\gamma_0}^v [w - F_0(t)] dt - w^2 (v - \gamma_0) - B_r^0 [n \gamma_1 \Phi_{0n-1}(\gamma_0, v) - \right. \\ &\quad \left. - (\partial \ln B^0 / \partial u)_r \Phi_{0n+1}(\gamma_0, v) + \sigma \Phi_{2n}(\gamma_0, v) + 2M_1/M_0 \Phi_{0n}(\gamma_0, v)] \right\}, \\ \Phi_{kn}(\gamma_0, v) &= \int_{\gamma_0}^v t^k (t - \gamma_0)^n e^{-t} dt, \end{aligned} \quad (2.18)$$

и тогда разложение  $p$  во внутренней области перепишется в виде:

$$p = F_0(v) + \epsilon F_1(v) + \dots \quad (2.19)$$

Выражения (2.12), (2.17)–(2.19) содержат неизвестные величины  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$ ,  $B_r^0$ ,  $M_0$ ,  $M_1$ , необходимые для записи результирующего решения. Их определение осуществляется посредством сращивания разложений (2.12) и (2.19). Сращивание первых слагаемых дает

$$w = \exp(-\gamma_0/2) \sqrt{2B_r^0 \Gamma(n+1)}, \quad (2.20)$$

где помимо  $\gamma_0$  есть неизвестная величина  $B_r^0$ . Однако, положив  $w = 1$ ,  $\gamma = 0$ , как это имеет место в задаче о стационарном распространении фронта пламени в гомогенной газообразной горючей смеси [4], получим  $B_r^0 = 1/2\Gamma(n+1)$ . Тогда из (2.20) следует

$$\gamma_0 = 2 \ln(1/w),$$

а из (2.13)

$$M_0 = [2\Gamma(n+1) a_0^{n-1} \lambda_r \rho_r^n A \exp(-E/RT_r)/c_r]^{1/2}.$$

Сращивание вторых слагаемых дает:

$$M_1 = (M_0/2)[2I(n) + (n+1)(\partial \ln B^0 / \partial u)_r - \sigma(n+2)(n+1)],$$

$$\gamma_1 = 2[I(n, w) - I(n)] + 4\sigma \ln w (n+1 - \ln w),$$

где

$$\begin{aligned} I(n) &= \int_0^\infty \left[ 1 - \sqrt{\int_0^v t^n e^{-t} dt / \Gamma(n+1)} \right] dv; \\ I(n, w) &= \int_{-2 \ln w}^\infty [1 - F_0(v)/w] dv. \end{aligned}$$

Итак, необходимые функции  $\mu_i$  и коэффициенты  $\gamma_i$  ( $i = 0, 1$ ) определены. В размерном виде приближенные формулы для  $T_{\max}$  и  $q_s$  запишутся в виде

$$T_{\max} = T_r - q_s/cu_m, \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} q_s &= cu_m (2RT_r^2/E) \ln(u_0/u_m) + 2(R^2 T_r^4 c^2 u_m / a_0 Q E^2) \{I(n, w) - I(n) - \\ &\quad - 2[(T_r - T_0)/T_r] \ln(u_0/u_m) [n+1 + \ln(u_0/u_m)]\}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Для граничных условий (2.3), (2.6)

$$\begin{aligned} T_{\max} &= T_r; \\ q_s &= Qa_0 (u_0 - u_m) [1 - I(n) RT_r^2 c / E Q a_0]. \end{aligned}$$

**3. Режим отрыва.** Чтобы в этом режиме обычное понятие распространения пламени не теряло смысла, т. е. чтобы при  $T > T_0$  существова-

вали зоны интенсивной химической реакции и прогрева, необходимо выполнение следующего условия:

$$(T_g - T'_0)/(RT_g^2/E) \ll 1, \quad (3.1)$$

где  $T'_0$  — температура, при которой  $u_0$  сравнивается с  $u_m$ . При этом условии в случае активированной реакции существует три характерные области изменения температуры: а) зона интенсивной химической реакции в окрестности  $T_{\max}$  (правая внутренняя область с характерным масштабом  $RT_g^2/E$ ), б) зона прогрева (внешняя область с масштабом  $T_g - T'_0$ ), в) зона самоподогрева в окрестности  $T_0$ , где повышение температуры обусловлено, в основном протеканием реакции, а кондукционный перенос тепла ввиду малости градиента температуры несуществен (левая внутренняя область с масштабом  $RT'_0/E$ ).

В качестве параметра разложений, как и в режиме горения, можно взять  $\varepsilon$ . Введем безразмерные переменные для температуры во внешней области:  $u = (T_g - T)/(T_g - T'_0)$ , в правой внутренней области:  $v = vu/\varepsilon$ , в левой внутренней области:  $V = (vu - 1)/\varepsilon(1 - \sigma v)^2$ , где  $v = (T_g - T'_0)/(T_g - T_0)$ . Для теплового потока в первых двух зонах масштабом будет  $cu_0(T_g - T'_0)$ , в третьей ввиду малости градиента температуры —  $cu_0(T_g - T'_0)\varepsilon^{-(n+1)} \exp[-1/\varepsilon(1 - \sigma)]$ .

Ниже изложено построение решения для граничных условий (1.2). Задание на границе условий (1.3), как отмечено в [3], не вносит существенных корректиров в решение ввиду экспоненциальной малости  $\gamma$  в режиме отрыва. Постановка внешней задачи в исследуемом режиме отличается от выполненной в режиме горения лишь отсутствием граничных условий в явном виде. В связи с этим, интегрируя (2.7), имеем

$$p = C - wi, \quad (3.2)$$

где постоянная интегрирования  $C$  находится из условий сращивания.

В правой внутренней области задача сводится к решению уравнения

$$vpdp/dv + \varepsilon wp - (B/v)(v - \gamma/\varepsilon)^n \exp[-v/(1 - \varepsilon\sigma v)] = 0 \quad (3.3)$$

с условием

$$v = \gamma/\varepsilon, \quad p = 0. \quad (3.4)$$

В левой внутренней области, пренебрегая экспоненциально малыми слагаемыми, имеем

$$wP - (B/v)[1 + V[1 - \sigma v]^2 e - \gamma^n \exp\{-V/[(1 - \sigma)^2/(1 - \sigma v)^2] - V\sigma(1 - \sigma)\varepsilon\}] = 0, \quad (3.5)$$

$$V = 0 \quad P = \varepsilon^{n+1} \exp[1/\varepsilon(1 - \sigma)] w\gamma/v. \quad (3.6)$$

Искомые величины  $\gamma$ ,  $v$  представим в виде всюду регулярных асимптотических разложений

$$\gamma = \varepsilon^{-(n+1)} \exp[-1/\varepsilon(1 - \sigma)][\gamma_0 + \mu_1(\varepsilon)\gamma_1 + \dots], \quad (3.7)$$

$$v = m_0 + m_1 v_1(\varepsilon) + \dots \quad (3.8)$$

В правой внутренней области используются разложения переменной  $p$  (2.11) и величины  $B$  (2.13). В левой внутренней области  $P$  и  $B$  представлены в виде рядов

$$P = H_0(V)h_0(\varepsilon) + H_1(V)h_1(\varepsilon) + \dots,$$

$$B = B_0^0 [1 + (\partial \ln B^0 / \partial u)_0 (1 - \sigma v)^2 V\varepsilon/v + (1/2B_0^0) (\partial^2 B^0 / \partial u^2)_0 \times \\ \times (1 - \sigma v)^4 \varepsilon^2/v^2 + 0(\varepsilon^2)] [1 - 2\varepsilon M_1/M_0 + 0/\varepsilon^2], \quad (3.9)$$

$$B_0^0 = \lambda_0 a_0^{n-1} \rho_0' A \exp(-E/RT_g)/c_0 M_0^2. \quad (3.10)$$

Индексом 0 помечены параметры на холодной границе.

Построение решений сформулированных задач (3.3)–(3.6) проводится аналогично выполненному в режиме горения. Так, подстановка (3.7)–(3.10) в (3.5), (3.6) для первых двух слагаемых рядов (3.7)–(3.9) дает

$$h_0(\varepsilon) = 1, \quad \mu_1(\varepsilon) = h_1(\varepsilon) = v_1(\varepsilon) = \varepsilon,$$

$$H_0(V) = (B_0^0/wm_0) \exp [-V(1-\sigma m_0)^2/(1-\sigma)^2], \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} H_1(V) &= H_0(V) \{ [(\partial \ln B^0/\partial u)_0/m_0 + n + 2\sigma m_1/(1-\sigma m_0)(1-\sigma)^2] \times \\ &\quad \times (1-\sigma m_0)^2 V - \sigma(1-\sigma m_0)^4/(1-\sigma)^3 V^2 - 2M_1/M_0 - m_1/m_0 \}, \\ \gamma_0 &= B_0^0/w^2, \quad \gamma_1 = -2M_1 B_0^0/(M_0 w^2). \end{aligned} \quad (3.42)$$

Последующее сращивание (3.9) с (3.2) позволяет определить  $C$

$$C = w. \quad (3.43)$$

Отметим, что сращивание в данном случае осуществлялось по промежуточной переменной  $V' = v(u-1)/\Pi(\varepsilon)(1-\sigma v)^2$ , где  $\Pi(\varepsilon) \rightarrow 0$ ,  $\Pi(\varepsilon)/\varepsilon \rightarrow \infty$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ . При этом процедура сращивания возможна лишь при выполнении условия

$$m_0 > \sigma. \quad (3.44)$$

Подставляя (2.11), (3.7), (3.8) в (3.3), (3.4), получим

$$G_0(\varepsilon) = 1, \quad G_1(\varepsilon) = \varepsilon, \quad (3.45)$$

$$F_0(v) = (1/m_0) \sqrt{2B_0^0 \Phi_{0n}(0, v)},$$

$$\begin{aligned} F_1(v) &= [B_0^0/m_0^2 F_0(v)] [\Phi_{0n+1}(0, v) (\partial \ln B^0/\partial u)_r/m_0 - \sigma \Phi_{0n+2}(0, v) - \\ &\quad - 2(M_1/M_0 + m_1/m_0) \Phi_{0n+1}(0, v)] - [w/m_0 F_0(v)] \int_0^v F_0(t) dt. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Сращивание (2.11) и (3.2) с учетом (3.13), (3.45) и (3.46) позволяет найти

$$m_0 = 1/w,$$

$$m_1 = [I(n) + (n+1)(\partial \ln B^0/\partial u)_r/2](1-1/w).$$

Величины  $B_0^0$ ,  $M_0$ ,  $M_1$  определены при исследовании режима горения;  $B_0^0$  по известному  $M_0$  определяется из (3.10).

В размерном виде приближенные формулы для  $T'_0$ ,  $T_{\max}$  и  $q_s$  в режиме отрыва записываются в виде

$$\begin{aligned} T'_0 &= T_r - u_0 Q a_0 / u_m c - (R T_r^2 / E) [I(n) + (n+1)(\partial \ln B^0/\partial u)_r/2] (1 - u_0/u_m), \\ T_{\max} &= T_r - q_s / c u_m, \\ q_s &= \bar{Q} \lambda_c a_c^n \rho_c^n A \exp(-E/R T_0) / c_0 u_m. \end{aligned}$$

Для граничных условий (1.3)  $T_{\max} = T_r$ , и, следовательно, двухчленные выражения для  $T'_0$  и  $q_s$  совпадают с приведенными выше.

**4. Результаты и их анализ.** Построенные приближенные формулы для  $T_{\max}$ ,  $T'_0$  и  $q_s$  являются двухчленными асимптотическими разложениями функций, определяющих физико-химические параметры процесса.

Точность полученных соотношений проверялась сравнением с данными численного интегрирования задачи (1.1)–(1.3) по разностной схеме, аналогичной [2]. Некоторые результаты сравнения приведены в таблице. Рассчитанные значения  $p_s = p_0 + \varepsilon p_1$  и  $\gamma$  (2.9) отвечают режиму горения в случае задания граничных условий (1.3) и (1.2) соответственно. Значения  $t$  отвечают режиму отрыва. Расчет выполнен при  $n = 1$ ,  $I(1) = 1,344$ ,  $\sigma = 0,5$ ,  $B = B_r^0 = \text{const}$ ,  $w = 0,5$  в режиме горения и

$\Theta_0$	$\varepsilon p_1/p_0, \%$	$(p' - p_s)/p', \%$	$\varepsilon \gamma_1/\gamma_0, \%$	$(\gamma' - \gamma)/\gamma', \%$	$\varepsilon m_1/m_0, \%$
4	-33,6	10,3	-67,2	43,7	16,8
8	-16,8	1	-33,6	10,2	3,4
12	-11,2	0,1	-22,4	4,3	5,6

$w = 1,5$  в режиме отрыва. Штрихом помечены результаты численного решения. Заметна быстрая сходимость приближенных формул к численному решению с ростом  $\Theta_0$ .

Сопоставление полученных результатов с данными приближенного анализа [3] показывает, что выражения для  $T_{\max}$ ,  $q_s$  и  $T'_0$  из [3] — первые приближения выполненного решения. Сравнение первого и второго приближения приведено в таблице. Видно, что вторые слагаемые в полученных решениях для реальных  $\Theta_0$  вносят измеримые поправки.

В заключение поясним смысл условия (3.14), которое в размерных величинах может быть записано в виде

$$u_m < T_r u_0 c / Q a_0. \quad (4.1)$$

Найденное условие конкретизирует вытекающее из физических соображений условие существования зон прогрева и химической реакции (3.1). Нарушение (4.1) означает переход из режима отрыва в вырожденный режим.

Поступила в редакцию  
22/V 1979

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. М. Зайдель, Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1962, 4.
2. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко. Докл. АН СССР, 1963, 152, 1.
3. Б. И. Хайкин, Э. Н. Руманов. ФГВ, 1975, 11, 5.
4. В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев. ПММ, 1972, 36, 4.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ РЕЖИМОВ АВТО- И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ ПОРОХА

B. N. Симоненко, B. E. Зарко, K. P. Куценогий  
(Новосибирск)

В соответствии с выводами феноменологической теории [1] при горении пороха в самоподдерживающемся режиме в некоторой области изменения параметров  $k$  и  $r$  должна наблюдаться собственная частота колебаний скорости горения  $f_0$ , определяемая соотношением

$$f_0 = \sqrt{k} / 2\pi r \cdot u^2 / \chi. \quad (1)$$

Здесь  $u$  — скорость горения;  $\chi$  — температуропроводность;  $k = \beta(T_s - T_0)$ ;  $\beta = \partial \ln u / \partial T_0$ ;  $T_s$  и  $T_0$  — температуры поверхности и начальная;  $r = \partial T_s / \partial T_0$ .

Экспериментальное обнаружение собственных частот колебаний скорости горения могло бы послужить прямым критерием проверки адекватности теоретической модели изучаемому явлению.

Отдельные сообщения о существовании резонансного отклика скорости горения на периодические возмущения потока излучения содер-