

Отсюда видно, что при переходе к пределу безграничной жидкости получается простой результат (2.4), а в допредельной ситуации порождение волн оказывается несколько меньшим. Для колеблющегося шара суммирование рядов при том же условии при  $\omega_0 \leq N \sqrt{1 - r_0^2/z_0^2}$  приводит к формуле (2.6).

Таким образом, суммарная эффективность генераторов внутренних волн пульсирующего и осциллирующего типов в горизонтальном волноводе, как и в пределе безграничной жидкости, оказывается практически одинаковой. Имеются большие различия в распределении энергии по модам. Максимум мощности потерь приходится на более высокие моды в случае осциллирующих источников.

Отметим, что при свободной верхней границе волновода дополнительно будут образовываться поверхностные волны. Что касается внутренних волн, то различие с рассмотренным выше случаем «твердой крышки» при  $r_0, z_0 \ll H$  мало.

Использованное при расчетах моделирование колеблющихся тел простыми распределениями массовых источников перестает быть удовлетворительным при увеличении амплитуды колебаний. Однако в противоположном предельном случае очень больших амплитуд ( $a \gg r_0$ ) становится возможным другое упрощенное моделирование — и вновь результаты достаточно просты [8].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hendershott M. C. Impulsively started oscillations in a rotating stratified fluid. — J. Fluid Mech., 1969, v. 36, pt 3.
2. Hurley D. G. The emission of internal waves by vibrating cylinders. — J. Fluid Mech., 1969, v. 36, pt 4.
3. Hurley D. G. A general method for solving steady-state internal gravity waves problems. — J. Fluid Mech., 1972, v. 56, pt 4.
4. Rehm R. G., Radt H. S. Internal waves generated by a translating oscillating body. — J. Fluid Mech., 1975, v. 68, pt 2.
5. Кочин Н. Е. Плоская задача об установившихся колебаниях тел под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости; Теория волн, вынуждаемых колебаниями тела под свободной поверхностью тяжелой несжимаемой жидкости. Собр. соч. — М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1949, т. 2.
6. Городцов В. А., Теодорович Э. В. Черенковское излучение внутренних волн равномерно движущимися источниками. Препринт № 183. — М.: Ин-т пробл. мех. АН СССР, 1981.
7. Городцов В. А., Теодорович Э. В. Плоская задача для внутренних волн, порождаемых движущимися сингулярными источниками. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, № 2.
8. Городцов В. А., Теодорович Э. В. Излучение внутренних волн при периодическом движении источников. — ПМТФ, 1983, № 4.

Поступила 6/VI 1985 г.

УДК 532.526.4 : 536.24

### К РАСЧЕТУ ЗАКРУЧЕННОЙ ГАЗОВОЙ ЗАВЕСЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Э. П. Волчков, Н. А. Дворников, В. И. Терехов

(Новосибирск)

Эффективность закрученной газовой завесы в цилиндрическом канале и тепло-массообмен в таких условиях экспериментально изучались в [1—3], где установлен ряд характерных особенностей по сравнению с незакрученной завесой, обусловленных вращением периферийной части потока. В частности, в [1] показано, что увеличение параметра вдува инертного газа  $m = \rho_s w_s / \rho_0 w_0$  при закрутке в отличие от незакрученной завесы приводит к интенсификации процессов массообмена. В то же время потоки с частичной периферийной закруткой отличаются от полностью закрученных течений. Главное отличие состоит в том, что при периферийной закрутке потока вдоль стенки развивается типичный струйный профиль циркуляции, в котором есть две характерные зоны — пристенная и внешняя. В пристенной части профиля циркуляции ( $y <$

$< \delta_m$ , рис. 1), как и в полностью закрученных потоках за счет взаимодействия со стенкой, имеет место уменьшение циркуляции ( $d\Gamma/dr < 0$ ), что в свою очередь приводит к интенсификации процессов тепломассопереноса. В струйной части пограничного слоя ( $\delta_m < y < \delta$ ) циркуляция по радиусу возрастает ( $d\Gamma/dr > 0$ ) и наблюдается подавление турбулентного обмена центробежными силами, что может снизить тепловые потоки от ядра течения к стенке [4]. Это явление широко используется для тепловой защиты стенок и стабилизации дуг в плазменных реакторах [5]. Итак, величина теплового потока в каналах с периферийной закруткой определяется в основном двумя факторами — интенсификацией теплообмена в пристенной части пограничного слоя и подавлением в его внешней части. Соответственно в зависимости от конкретных условий вращение периферийного потока может привести как к увеличению, так и к уменьшению коэффициентов турбулентного тепломассообмена на поверхности канала.

В данной работе проведен анализ динамики и тепломассообмена для потока с пристенной закрученной завесой при  $m < 1$ . Учет всех указанных выше факторов в значительной мере осложняет расчет параметров закрученной завесы. Поэтому для получения конечных аналитических выражений при решении принят ряд упрощающих предположений, однако здесь учтены основные факторы, определяющие процесс развития вращающейся струи в цилиндрическом канале.

**1. Интегральные соотношения энергии и импульсов для закрученной завесы.** Рассмотрим пристенную закрученную струю, развивающуюся в цилиндрическом канале при наличии в центре его спутного незакрученного потока. Схема течения представлена на рис. 1. Струя вдувается через щель высотой  $s$  и имеет начальный угол закрутки  $\varphi_s$ . При малых параметрах вдува ( $m < 1$ ) за счет взаимодействия струи с основным течением угол закрутки потока у стенки будет достаточно быстро уменьшаться по длине канала.

Основные определяемые параметры рассматриваемой задачи — распределение температуры адиабатической поверхности (эффективности завесы), а также тепловых и массовых потоков при наличии тепломассообмена на стенке. Для вращающейся пристенной струи неизвестна величина — изменение угла закрутки потока на стенке по длине канала. Поэтому в рассматриваемом случае необходимо совместное решение интегральных уравнений импульса, момента количества движения и энергии.

Легко показать, что интегральное соотношение энергии для закрученной газовой завесы на адиабатической поверхности ( $q_w = 0$ ) совпадает с аналогичной зависимостью для завесы в отсутствие закрутки [6]

$$(1.1) \quad d(\theta \delta_T^{**})/dz = 0.$$

Уравнение (1.1) получено при условии постоянства продольной скорости в ядре течения  $w_0 = \text{const}$ . Здесь  $\theta = (T_0 - T_w^*)/(T_0 - T_s)$  — эффективность газовой завесы, а  $T_s$ ,  $T_0$  и  $T_w^*$  — температура газа в щели, ядре течения и на адиабатической поверхности. Толщина потери энергии определяется

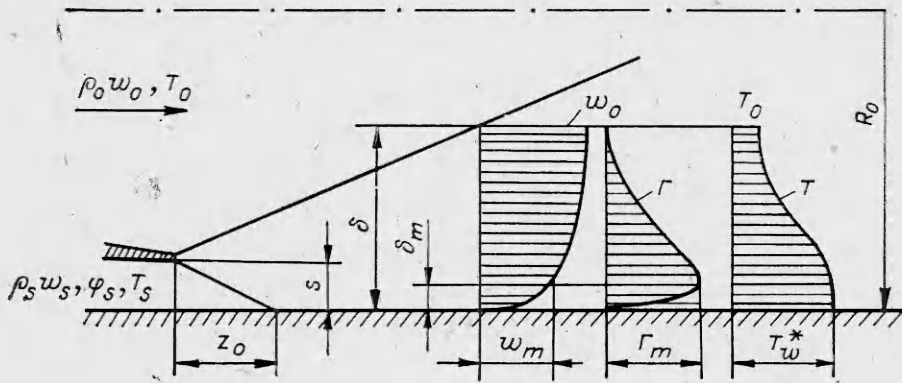
$$(1.2) \quad \delta_T^{**} = \int_0^{\delta_T^*} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} (1 - \eta) \left(1 - \frac{y}{R_0}\right) dy_s$$

где  $\eta = (T - T_w^*)/(T_0 - T_w^*)$  — безразмерная температура в пограничном слое.

Подобным образом из дифференциального уравнения движения в окружном направлении с учетом граничных условий в ядре течения  $r = R_0 - \delta$ ,  $w = w_0$ ,  $\Gamma = vr = 0$ ,  $u = 0$ ,  $\tau_\varphi = 0$  и на стенке канала  $r = R_0$ ,  $w = 0$ ,  $u = 0$ ,  $v = 0$ ,  $\tau_\varphi = \tau_{\varphi w}$  можно получить интегральное уравнение сохранения момента количества движения

$$(1.3) \quad \frac{d}{dz} \int_0^\delta \rho w \Gamma \left(1 - \frac{y}{R_0}\right) dy = \tau_{\varphi w} R_0.$$

Отсюда, пренебрегая потерями на трение о поверхность канала в окруж-



Р и с. 1

ном направлении  $\tau_{\varphi w} = 0$ , для безградиентного течения ( $dw_0/dz = 0$ ) из (1.3) имеем

$$(1.4) \quad d(\bar{\Gamma}_m \delta_{\varphi}^{**})/dz = 0.$$

Здесь  $\bar{\Gamma}_m = \Gamma_m/\Gamma_s$ ;  $\Gamma_s = v_s R_0$  — циркуляция потока в щели при  $s \ll R_0$ ;  $w, v, u$  — продольная, окружная и радиальная компоненты скорости.

Толщина потери момента количества движения определяется выражением

$$(1.5) \quad \delta_{\varphi}^{**} = \int_0^{\delta_{\varphi}} \frac{\rho w}{\rho_0 w_0} \frac{\Gamma}{\Gamma_m} \left(1 - \frac{y}{R_0}\right) dy.$$

Сопоставление экспериментальных распределений температур и циркуляций в струйной части пограничного слоя закрученной газовой завесы показало [3], что эти профили подобны между собой и могут быть описаны струйными зависимостями, в частности, формулой Шлихтинга

$$\Gamma/\Gamma_m = 1 - \eta = (T - T_0)/(T_w^* - T_0) = (1 - \xi^{1.5})^2 \\ (\xi = (R_0 - r)/\delta = y/\delta).$$

Из сопоставления (1.2) и (1.5) вытекает, что при одинаковых толщинах теплового и динамического пограничных слоев ( $\delta_T = \delta_{\varphi} = \delta$ ) совпадают и интегральные масштабы ( $\delta_T^{**} = \delta_{\varphi}^{**}$ ). Учитывая этот факт, после интегрирования (1.1) и (1.4) получим

$$(1.6) \quad \Gamma_m/\Gamma_s \equiv \theta_{\varphi} = \theta = \delta_{T_s}^{**}/\delta_T^{**} = \delta_{\varphi_s}^{**}/\delta_{\varphi}^{**},$$

где  $\theta_{\varphi} = \Gamma_m/\Gamma_s$  — изменение максимальной циркуляции по длине канала;  $\delta_{T_s}^{**} = \delta_{\varphi_s}^{**} = ms(1 - s/2 R_0) \approx ms$  — интегральные параметры на срезе щели.

Из соотношения (1.6) следует важный вывод о том, что максимальное значение циркуляции в пограничном слое закрученной завесы  $\Gamma_m/\Gamma_s$  уменьшается по длине канала так же, как и безразмерная температура адиабатической стенки, если пренебречь потерей закрутки потока на трение, т. е. в этом случае учитывается изменение циркуляции  $\Gamma_m$  по длине канала только за счет перемешивания закрученного периферийного потока с незакрученным основным. Тогда достаточно просто найти изменение угла закрутки потока на стенке, величина которого также определяет интенсивность процессов переноса в пограничном слое. Полагая, что профиль циркуляции в пристенной части ( $y < \delta_m$ ), как и профили продольной компоненты скорости, описывается единой степенной зависимостью (это рав-

ноСИЛЬНО ПОСТОЯНСТВУ УГЛА ЗАКРУТКИ ПО ТОЛЩИНЕ ДАННОЙ ЗОНЫ), ИЗ (1.6) ИМЕЕМ

$$(1.7) \quad \operatorname{tg} \varphi_m / \operatorname{tg} \varphi_s = \frac{\Gamma_m}{\Gamma_s} \frac{w_s/w_0}{(\delta_m/\delta)^n} = \theta_\varphi (\delta/\delta_m)^n (w_s/w_0),$$

где  $\varphi_m$  и  $\varphi_s$  — угол закрутки на стенке в рассматриваемом сечении и на срезе щели, а  $n$  — показатель в степенном законе распределения скорости  $w/w_0 = (y/\delta)^n$ . При закрутке завесы величина  $n$  отличается от значения для стандартного пограничного слоя  $n_0 = 1/7$  и зависит от интенсивности воздействия массовых сил на турбулентный перенос.

Для определения изменения эффективности газовой завесы и максимальной циркуляции по длине канала воспользуемся методом, развитым в [6] для газовых завес на пластине, и используем его при анализе закрученной завесы. Учитывая, что уравнение сохранения импульса в продольном направлении для закрученного потока по форме совпадает с интегральным уравнением импульсов при отсутствии закрутки [7], выражение для эффективности завесы запишем аналогично выражению для течения на пластине [6]:

$$(1.8) \quad \theta = \left[ 1 + 0,25 (\beta/\beta_0)^{1,25} \operatorname{Re}_s^{-0,25} \frac{1}{\pi^2 s} \int_{z_0}^z \Psi_\varphi \Psi_K \Psi_T (\mu_w/\mu_0)^{0,25} dz \right]^{-0,8}.$$

Здесь  $z_0$  — длина начального участка, где  $\theta = 1$ ;  $\operatorname{Re}_s = \rho_s w_s s / \mu_s$ .

С учетом подобия циркуляций и температур в закрученной завесе выражение для угла закрутки по длине канала имеет сходный с (1.8) вид

$$(1.9) \quad \operatorname{tg} \varphi_m = \operatorname{tg} \varphi_s \left[ 1 + 0,25 (\beta/\beta_0)^{1,25} \frac{1}{ms} \left( \frac{w_0}{w_s} \right)^{1,25} \left( \frac{\delta_m}{\delta} \right)^{1,25n} \operatorname{Re}_s^{-0,25} \times \right. \\ \left. \times \int_{z_0}^z \Psi_T \Psi_K \Psi_\varphi \left( \frac{\mu_w}{\mu_0} \right)^{0,25} dz \right]^{-0,8}.$$

Влияние вращения периферийной части потока на эффективность завесы и затухание закрутки в (1.8) и (1.9) сказывается через отношение коэффициентов  $\beta/\beta_0$  и относительные функции трения, обусловленные увеличением вектора скорости за счет закрутки ( $\Psi_\varphi$ ), а также через влияние массовых сил на турбулентный перенос. Согласно [7], последние величины определяются соотношениями

$$(1.10) \quad \Psi_\varphi = 1/\cos \varphi_m^{0,75};$$

$$(1.11) \quad \Psi_K = \left\{ 1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**}}{R_0} \sin^2 \varphi_m \frac{\delta_m}{\delta} \left[ 1 + \frac{\psi - 1}{2(\psi n + 1)} \right] \right\}^{0,162}.$$

Выражение (1.11) справедливо для пограничного слоя на вогнутой поверхности при наличии закрученной завесы. Функция неизотермичности записывается в (1.8), (1.9) обычным образом [6]:  $\Psi_T = [2/(\sqrt{\psi} + 1)]^2$ , где  $\psi = T_w^*/T_0$  — температурный фактор.

В соотношениях (1.8), (1.9)  $\beta = \delta_T^*/\delta^{**}$  ( $\delta^{**}$  — толщина потери импульса в продольном направлении). При  $\operatorname{Re} \rightarrow \infty$  выражение для  $\beta$  при достаточно тонком пограничном слое  $\delta/R_0 \ll 1$  имеет такой же, как и для незакрученной завесы, вид [6]

$$(1.12) \quad \beta = \int_0^1 \bar{\rho} \omega d\xi / \int_0^1 \bar{\rho} \omega (1 - \omega) d\xi.$$

Для незакрученной завесы в изотермических условиях  $\bar{\rho} = \rho/\rho_0 \approx 1$  и  $\omega_0 = \xi^{1/7}$  из (1.12)  $\beta_0 = 9$ . В общем случае вращение завесы будет ска-

зываются на  $\beta$  через профиль продольной скорости, заполненность которого зависит от интенсивности воздействия массовых сил на турбулентный перенос.

**2. Влияние массовых сил на профиль продольной скорости в закрученной завесе.** Определим воздействие различных факторов на профиль продольной скорости. Выражение для продольной компоненты касательного напряжения в пространственном пограничном слое есть

$$(2.1) \quad \tau_z = \rho l_0^2 \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \left[ 1 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2} f.$$

Функция  $f$  в (2.1) учитывает влияние массовых сил на турбулентность в пограничном слое [8]. В закрученной газовой завесе, как указывалось выше, имеются две характерные зоны, в которых массовые силы оказывают противоположное воздействие. В пристенной части ( $0 < y < \delta_m$ ) циркуляция по радиусу падает, что приводит к интенсификации турбулентного обмена, при этом [8]

$$(2.2) \quad f = \sqrt{1 - (y/l_0)^2 \text{Ri}}.$$

Во внешней области ( $\delta < y < \delta_m$ )  $d\Gamma/dr > 0$  и имеет место подавление турбулентного переноса. Величина  $f$  в этой зоне рассчитывается [8] как

$$(2.3) \quad f_{\text{вн}} = 1 \sqrt{1 + (y/l_0)^2 \text{Ri}}.$$

Число Ричардсона в (2.2) и (2.3) есть [8]

$$(2.4) \quad \text{Ri} = \left( \frac{2\Gamma}{r^3} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\Gamma^2}{r^3} \right) / \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right)^2 \right].$$

Соответственно расчет характеристик пограничного слоя по уравнению (2.1) необходимо производить для двух областей — пристенной и внешней.

Однако, из-за того что толщина пристенной зоны значительно меньше внешней  $\delta_m/\delta \ll 1$ , влияние пристенной зоны на внешнюю незначительно, а расчет распределения скорости по толщине последней можно производить только с учетом процессов подавления турбулентного обмена в струйной части пограничного слоя.

Тогда уравнение (2.1) преобразуем к виду

$$(2.5) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \xi} = \frac{\partial \omega_0}{\partial \xi} \sqrt{\frac{\Psi_\varphi \Psi_R \Psi_T}{\rho f f_{\text{вн}}}}.$$

Профиль скорости в стандартном пограничном слое  $\omega_0 = \xi^{1/7}$ .

Функция, отражающая увеличение градиента скорости течения во внешней части завесы, согласно (2.1), равна

$$f_\varphi = \left[ 1 + \left( \frac{1}{r} \frac{d\Gamma}{dr} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \frac{1}{\cos \varphi_m}$$

а влияние массовых сил на процесс подавления турбулентного обмена в этой зоне описывается формулой (2.3). В первом приближении можно принять, что  $f_\varphi \approx \Psi_\varphi$ , возможная погрешность при такой записи здесь несущественна, поскольку для завесы характерно быстрое затухание закрутки и  $\Psi_\varphi \approx f_\varphi \rightarrow 1$ .

Выражение (2.4) можно привести к виду [7]

$$(2.6) \quad \text{Ri} \approx \frac{\delta \sin^2 \varphi_m}{R_0} \left[ 1 - \frac{\psi - 1}{4(\psi_n + 1)} \right].$$

Тогда принимая  $(y/l_0)^2 \approx (\delta/l_0)^2 = 1/c_0^2$ , выражение для функции подавления турбулентности во внешней части слоя (2.3) с учетом (2.6) запи-

сывается как

$$(2.7) \quad f_{\text{вн}} = 1 / \sqrt{1 + \frac{\delta \sin^2 \varphi_{\text{тл}}}{R_0 c_0^2} \left[ 1 - \frac{\psi - 1}{4(\psi + 1)} \right]}.$$

Можно принять [9], что во внешней части пограничного слоя  $c_0 \approx 0,09$ .

Из (2.5) определим показатель степени  $n$  в законе изменения продольной скорости  $\omega = \xi^n$ , принимая, что во внешней части пограничного слоя  $\rho \approx 1$ :

$$(2.8) \quad n = n_0 \xi^{n_0 - n} \sqrt{\Psi_K \Psi_T / f_{\text{вн}}}.$$

Поскольку во внешней части пограничного слоя  $\xi^{n_0 - n} \rightarrow 1$ , (2.8) преобразуется:

$$(2.9) \quad n = n_0 \sqrt{\Psi_K \Psi_T / f_{\text{вн}}}.$$

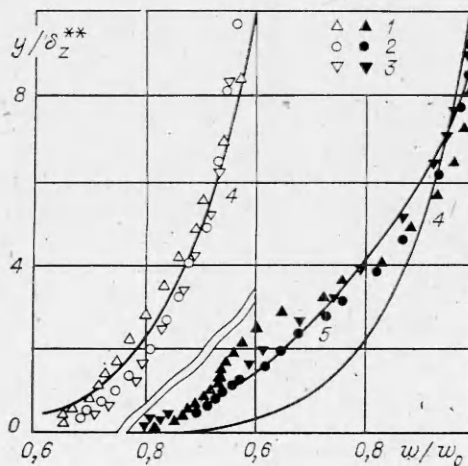
Несмотря на достаточно сильные упрощения, зависимость (2.9) удовлетворительно отражает влияние массовых сил на заполненность профиля скорости в пограничном слое закрученной газовой завесы. На рис. 2 представлены экспериментальные данные [10, 11] по распределению аксиальной компоненты скорости при наличии незакрученной (светлые точки) и закрученной  $\varphi_s = 74^\circ$  (темные) завес. Параметр вдува  $m = 0,5$ , а расстояния от среза щели  $z/s = 48; 93; 147$  (точки 1—3).

Известно [10], что в незакрученной газовой завесе неравномерность профиля скорости в начальных сечениях, вызванная вдувом, быстро исчезает вниз по потоку и распределение скорости принимает вид обычного степенного профиля для турбулентного пограничного слоя. Это подтверждается и данными рис. 2 (светлые точки), где линией 4 нанесена расчетная зависимость для стандартного пограничного слоя  $n_0 = 1/7$ .

Подобную картину следовало бы ожидать и при закрутке завесы. Тем более, что эффективность смешения пристенной струи с основным потоком за счет закрутки, казалось, должна бы быть выше. Однако, как следует из рис. 2, превалирующее влияние в этом случае оказывает подавление турбулентности во внешней части пограничного слоя, что приводит к меньшей заполненности профиля продольной скорости.

Согласно расчету для закрученной завесы, при  $m = 0,5$ ,  $\varphi_s = 74^\circ$  и  $z/s \approx 100$  показатель степени в степенном законе скорости (2.9)  $n \approx 0,26$  и слабо изменился по длине канала. Линией 5 на рис. 2 нанесен расчетный профиль для этих условий. Как видно, опытные точки и расчетная кривая совпадают между собой и отклоняются от зависимости для стандартного пограничного слоя.

Результаты расчетов по формулам (1.10), (1.11), (2.7) и (2.9) при  $\delta/R_0 = 0,1$  приведены в таблице, откуда следует, что закрутка завесы приводит к заметному изменению трения, интенсивности подавления турбулентного обмена  $f_{\text{вн}}$  и коэффициента  $\beta$ . Однако комплекс  $(\beta/\beta_0)^{1,25} \Psi_K \Psi_T (\mu_w/\mu_0)^{0,25}$ , определяющий эффективность завесы согласно выражениям (1.8), (1.9), изменяется незначительно. Подобная тенденция отмечена и при других соотношениях  $\delta/R_0$  для неизотермических течений. Этот



Р и с. 2

$\varphi_m$ , град	$\Psi_\varphi$	$\Psi_R$	$f_{BH}$	$n$	$\beta/\beta_0$	$(\beta/\beta_0)^{1,25} \times \Psi_\varphi \Psi_R$
0	1	1	1	0,142	1	1
10	1,01	1,02	0,85	0,156	0,93	0,94
20	1,05	1,06	0,64	0,184	0,83	0,87
30	1,11	1,11	0,49	0,214	0,74	0,85
45	1,29	1,18	0,37	0,25	0,66	0,91
60	1,68	1,24	0,31	0,28	0,61	1,12

важный факт позволяет значительно упростить анализ эффективности и динамики закрученной завесы и проводить расчет величин в первом приближении без учета неизотермичности, закрутки, массовых сил и других факторов.

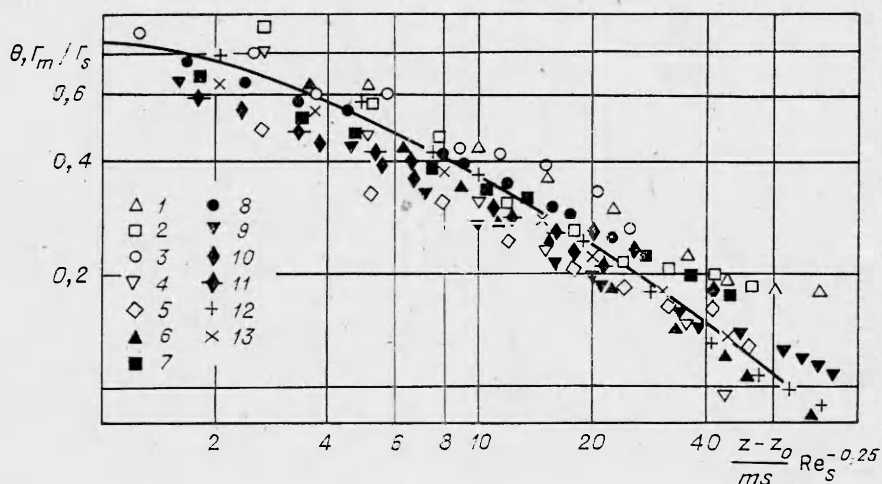
Тогда зависимости (1.8), (1.9) примут вид

$$(2.10) \quad \theta = \left(1 + 0,25 \frac{z - z_0}{ms} Re_s^{-0,25}\right)^{-0,8};$$

$$(2.11) \quad tg \varphi_m / tg \varphi_s = \left[1 + 0,25 \frac{z - z_0}{ms} \left(\frac{w_0}{w_s}\right)^{1,25} \left(\frac{\delta_m}{\delta}\right)^{1,25n} Re_s^{-0,25}\right]^{-0,8}.$$

Слабое влияние закрутки на эффективность тепловой завесы, рассчитанной с учетом длины начального участка, показано экспериментально в [2].

На рис. 3 представлено обобщение экспериментальных данных [2] по эффективности закрученной завесы (темные точки) и затуханию циркуляции по длине канала (светлые). Опытные данные на рис. 3 соответствуют следующим условиям проведения эксперимента: 1 —  $\varphi_s = 58^\circ$ ,  $m = 0,3$ ; 2 —  $58^\circ$ , 0,5; 3 —  $58^\circ$ , 0,9; 4 —  $74^\circ$ , 0,3; 5 —  $74^\circ$ , 0,5; 6 —  $58^\circ$ , 0,3; 7 —  $58^\circ$ , 0,5; 8 —  $58^\circ$ , 0,9; 9 —  $74^\circ$ , 0,3; 10 —  $74^\circ$ , 0,5; 11 —  $74^\circ$ , 0,9; 12 —  $0^\circ$ , 0,3; 13 —  $0^\circ$ , 0,5. Точки 12, 13 — опыты по эффективности для незакрученной завесы. В опытах [2] измерялись углы закрутки потока на стенке, поэтому определение экспериментальных данных по затуханию максимальной циркуляции производилось с использованием выражения (1.7). При этом полагалось, что  $n = 1/7$  и  $\delta_m/\delta = 0,21$ ; последнее получено из решения интегрального уравнения импульса для закрученной завесы [7]. Длина начального участка вследствие ее малости в расчетах принималась равной  $z_0 = 0$ . Результаты опытов для угла закрутки и тепловой эффективности совпадают между собой, что свидетельствует о подобии процессов переноса тепла и момента импульса в закрученных завесах. Эти же данные совпадают с опытными точками для незакрученной завесы и результатами рас-



Р и с. 3



чета по формуле (2.10) (линия на рис. 3), что подтверждает возможность использования для расчета упрощенных зависимостей (2.10) и (2.11).

**3. Тепломассообмен в пограничном слое с закрученной завесой.** Коэффициент тепломассообмена на поверхности при наличии закрученной завесы может быть определен по формуле

$$(3.1) \quad St = \Psi St_0 = \Psi_\varphi \Psi_R \Psi_T St_0.$$

Здесь  $St = q_w / \rho_0 w_0 c_p (T_w - T_w^*)$ ;  $\Psi_\varphi$ ,  $\Psi_R$ ,  $\Psi_T$  — относительные коэффициенты тепломассообмена, обусловленные влиянием закрутки потока, центробежных сил и неизотермичности. Эти величины в силу аналогии трения и тепломассообмена в закрученном потоке [7] совпадают с подобными зависимостями для трения (1.10) и (1.11). Число Стентона в стандартных условиях рассчитывается по формуле

$$(3.2) \quad St_0 = 0,0128 Re_T^{** - 0,25} Pr^{-0,75} \left( \frac{\mu_w}{\mu_0} \right)^{0,25},$$

где  $Re_T^{**} = \rho w_0 \delta_T^{**} / \mu_0$ , а толщина потери энергии  $\delta_T^{**}$  определяется согласно (1.2). Число Рейнольдса находится из решения интегрального соотношения энергии и для  $q_w = \text{const}$  имеет вид

$$(3.3) \quad Re_T^{**} = 0,0306 Re_z^{0,8} (\Psi_\varphi \Psi_R \Psi_T)^{0,8} Pr^{-0,6} \left( \frac{\mu_w}{\mu_0} \right)^{0,2}.$$

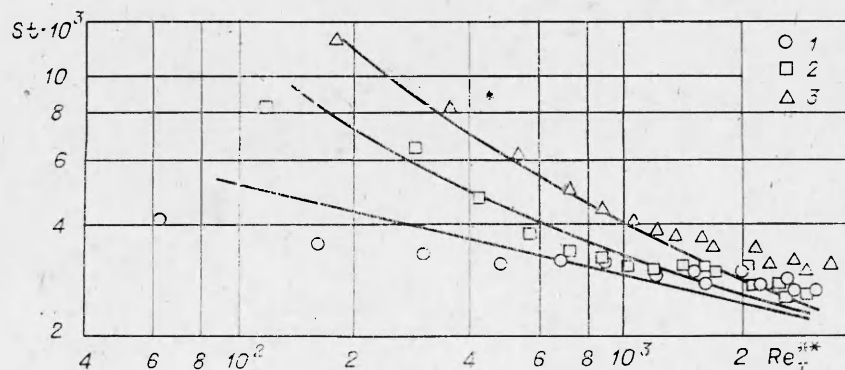
Совместное решение (3.1)–(3.3) и (1.10), (1.11) дает расчетную зависимость для коэффициента тепломассообмена

$$(3.4) \quad St = 0,0306 Re_z^{-0,2} \left\{ \cos \varphi_m^{-0,75} \left[ 1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta_T^{**}}{R_0} \sin \varphi_m \frac{\delta_m^{**}}{\delta} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left( 1 + \frac{\psi - 1}{2(\psi_n + 1)} \right) \right] \right\}^{0,162} \Psi_T^{0,8} \left( \frac{\mu_w}{\mu_0} \right)^{0,2} Pr^{-0,6}.$$

Значение угла закрутки потока на стенке, входящее в уравнение (3.4), рассчитывается из соотношений (1.9) или (2.11).

На рис. 4 представлены данные по теплообмену в условиях, близких к изотермическим в закрученной завесе [2] для  $m = 0,5$  и  $\varphi_s = 0; 58; 74^\circ$  (точки 1–3), линии — расчет по формуле (3.4). Как видно, расчет удовлетворительно отражает увеличение теплоотдачи при возрастании угла закрутки. Причем это превышение для начальных сечений канала составляет 200–300%, а вниз по потоку закрутка затухает и ее влияние уменьшается.

На рис. 5 показано обобщение экспериментальных данных по тепломассообмену для изотермических, сильно неизотермических, незакрученных и полностью закрученных потоков. Расчет тепломассообмена в полностью закрученных потоках также можно производить по уравнению



Р и с. 4



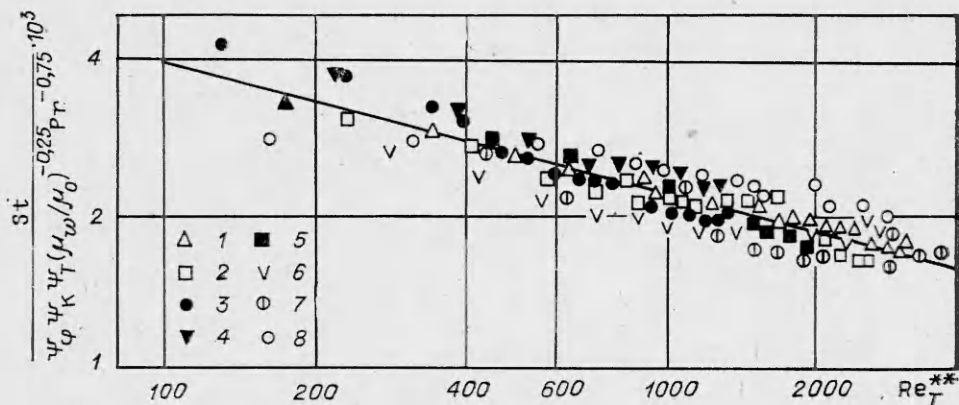


Рис. 5

(3.4), используя при этом экспериментально найденные локальные значения угла закрутки потока на стенке,  $Re_z = \rho_0 \omega_0 z / \mu$  и  $\delta_T^{**}$ . Опытные данные на рис. 5 соответствуют следующим условиям: полностью закрученные потоки [12]: 1 —  $\psi = 7$ ,  $\varphi = 32^\circ$ ; 2 —  $7$ ,  $45^\circ$ ; 3 —  $7$ ,  $0^\circ$ ; частично закрученные потоки [1]: 4 —  $\psi = 7$ ,  $\varphi_s = 58^\circ$ ,  $m = 0,8$ ; 5 —  $7$ ,  $74^\circ$ ,  $0,68$ ; квазиизотермическая завеса [2]: 6 —  $\psi = 1,2$ ,  $\varphi_s = 58^\circ$ ,  $m = 0,5$ ; 7 —  $1,2$ ,  $58^\circ$ ,  $0,9$ ; 8 —  $1,2$ ,  $0^\circ$ ,  $0,5$ .

Экспериментальные данные на рис. 5 приведены к стандартным условиям при помощи соотношения

$$St_0 = St / [\Psi_\phi \Psi_K \Psi_T (\mu_w / \mu_0)^{0,25} Pr^{-0,75}].$$

Как видно, в такой обработке результаты экспериментов обобщаются между собой и совпадают с расчетной зависимостью для стандартного пограничного слоя (3.2), что свидетельствует о приемлемости допущений, принятых при анализе сложных рассматриваемых явлений.

Таким образом, получены простые зависимости для расчета динамических и тепловых характеристик неизотермических закрученных завес. Установлена аналогия между эффективностью завесы и затуханием ее угла закрутки по длине канала. Вращение завесы заметно влияет на закон трения, профиль продольной скорости и коэффициент  $\beta$ . Однако совместно эти факторы слабо сказываются на эффективности вращающихся газовых завес. Закрутка пристенной струи при этом вызывает интенсификацию процессов турбулентного теплопереноса к поверхности в начальных сечениях канала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Волчков Э. П., Спотарь С. Ю., Терехов В. И. Массообмен на выгорающей поверхности в условиях закрученной газовой завесы. — В кн.: Структура пристенного пограничного слоя. Новосибирск, 1978.
2. Дворников И. А., Лебедев В. П., Шишкин Н. Е. Закрученная газовая завеса в цилиндрическом канале. — В кн.: Структура пристенного пограничного слоя. Новосибирск, 1978.
3. Шишкин Н. Е. Распределение температуры и скорости газа в трубе при струйном смешении в закрученном потоке. — В кн.: Вихревой эффект и его промышленное применение. Куйбышев: КуАИ, 1981.
4. Сухович Е. П. Конвективный теплообмен при турбулентном смешении ограниченных коаксиальных струй. — Изв. СО АН СССР, 1978, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
5. Электродуговые генераторы с межэлектродными вставками / М. Ф. Жуков, А. С. Аньшаков, И. М. Засыпкин и др. — Новосибирск: Наука, 1981.
6. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972.
7. Волчков Э. П., Дворников И. А., Терехов В. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое закрученного потока. Препринт № 107—83. — Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1983.

8. Дворников Н. А., Терехов В. И. О переносе импульса и тепла в турбулентном пограничном слое на криволинейной поверхности. — ПМТФ, 1984, № 3.
9. Рейнольдс А. Дж. Турбулентные течения в инженерных приложениях. — М.: Энергия, 1979.
10. Волчков Э. П. Пристенные газовые завесы. — Новосибирск: Наука, 1985.
11. Волчков Э. П., Лебедев В. П., Шишкин Н. Е. Экспериментальное исследование газовой завесы в трубе. — Изв. СО АН СССР, 1983, № 3. Сер. техн. наук, вып. 1.
12. Волчков Э. П., Спотарь С. Ю., Терехов В. И. Турбулентный массообмен в начальном участке трубы при закрутке потока. — В кн.: 6-я Всесоюз. конф. по тепломассообмену. Минск, 1980, т. 1, ч. 3.

Поступила 3/VI 1985 г.

УДК 669.18 : 532.529

## О ДИНАМИКЕ ПОВЕДЕНИЯ ЗАРОДЫША ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В ГЕТЕРОФАЗНЫХ СРЕДАХ

В. Н. Попов, А. Н. Черепанов

(Новосибирск)

Задача о поведении зародыша газовой фазы в гетерофазной среде имеет важное значение при изучении процесса формирования газоусадочной пористости в сплавах, кристаллизующихся в интервале температур [1—4], а также при исследовании динамических и массообменных явлений в газожидкостных системах, движущихся через дисперсно-пористые среды [5—8]. Общее решение такой задачи в условиях неоднородности температурных и концентрационных полей и наличия конвективных движений жидкой фазы представляет собой сложную математическую проблему. Поэтому ниже ограничимся упрощенной математической моделью роста зародыша газового пузырька в однородной квазиравновесной гетерогенной зоне бинарного сплава [9], обобщая полученное решение на случай роста пузырька газа в изотермической дисперсно-пористой среде, насыщенной жидкостью.

Рассмотрим кристаллизацию бинарного сплава, содержащего растворенный газ. Объем, занимаемый сплавом, считаем достаточно малым, так что внутренним термическим сопротивлением вещества можно пренебречь по сравнению с внешним и рассматривать кристаллизацию сплава как объемную. Усадочными явлениями при кристаллизации будем пренебрегать, полагая, что возникновение пузырька связано с вытеснением растворенных газовых компонентов растущей твердой фазой, а движение расплава вызвано изменением радиуса газового пузырька за счет диффузии газа из межкристаллитной жидкости. Считаем также, что плотность пара внутри пузырька по сравнению с плотностью газа пренебрежимо мала; расстояние между центрами пузырьков много больше размера  $d_1$  дендритной (структурной) ячейки, а размер  $2r_p$  самого пузырька столь мал, что можно не учитывать конвективную диффузию газа к поверхности пузырька за счет его подъема. Уравнения неразрывности и переноса импульса в сферической системе координат, связанной с центром пузырька, имеют вид [9]

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_l u) = 0;$$

$$(2) \quad \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\mu f_l \ddot{r}_p}{K_p(f_l)} + \frac{u}{r^2} \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) - 2u \right],$$

где  $u$  — скорость движения жидкости;  $f_l$  — сечение жидкой фазы (пористость);  $p$  — давление в жидкости;  $K_p(f_l)$  — проницаемость гетерогенной зоны;  $\rho$  — плотность жидкости;  $\mu$  — динамическая вязкость жидкости;  $r$  — координата. Уравнения (1), (2) надлежит проинтегрировать при граничных условиях на поверхности пузырька ( $r = r_p$ ):

$$(3) \quad u = \dot{r}_p;$$

$$(4) \quad p = p_g - 2\sigma/r_p - 4\mu\dot{r}_p/r_p.$$

Здесь  $\dot{r}_p$  — скорость изменения радиуса пузырька;  $p_g$  — газовое давление