

## ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Нелинейное развитие волны в пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, № 3.
2. Володин А. Г., Зельман М. Б. Трехволновое резонансное взаимодействие возмущений в пограничном слое.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 5.
3. Craik A. D. D. Nonlinear resonant instability in boundary layer.— J. Fluid Mech., 1971, v. 50, pt 2.
4. Козлов В. В., Рамазанов М. П. Образование трехмерных структур в течении Пуазейля при резонансном взаимодействии. Препринт № 11—83. ИТПМ СО АН СССР, 1983.
5. Козлов В. В., Левченко В. Я., Сарик В. С. Образование трехмерных структур при переходе в пограничном слое. Препринт № 10—83. ИТПМ СО АН СССР, 1983.
6. Качанов Ю. С., Levchenko V. Ya. The resonant interaction of disturbances at laminar transition in a boundary layer.— J. Fluid Mech., 1984, v. 138, p. 209.
7. Зельман М. Б., Масленникова И. И. Резонансное возбуждение пространственных возмущений в пограничном слое.— В кн.: Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982.
8. Гольдштик М. А., Лифшиц А. М., Штерн В. П. Число Рейнольдса перехода в плоском канале.— ДАН СССР, 1983, т. 273, № 1.
9. Герценштейн С. Я., Штемлер Ю. М. Нелинейное развитие возмущений в пограничных слоях и их устойчивость.— ДАН СССР, 1977, т. 236, № 6.
10. Herbert T. Subharmonic three-dimensional disturbances in unstable plane shear flows. AIAA Paper N 83—1759.
11. Nayfeh A. H., Bozaty A. N. Nonlinear wave interactions in boundary layers. AIAA Paper N 79—1496.
12. Saric W. S., Reynolds G. A. Experiments on the stability of nonlinear waves in boundary layer.— In: Laminar-Turbulent Transition: IUTAM Symposium. Stuttgart, 1979.

Поступила 16/III 1984 г.

УДК 536.24.02

## СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С СЕКЦИОНИРОВАННОЙ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНОЙ

*В. В. Сапелкин*

*(Жуковский)*

Во многих работах [1—7] теплообмен потоков жидкости с твердыми телами при резком изменении граничных условий рассматривался при априорном задании температуры поверхности или теплового потока на ней по ступенчатому или синусоидальному закону. При этом факторы, вызывающие такое изменение граничных условий, во внимание не принимались. Поэтому более полным представляется рассмотрение задачи с учетом переноса тепла в твердом теле, т. е. как сопряженной. Так, в [8, 9] в сопряженной постановке исследовано влияние на температуру поверхности тела и коэффициент теплоотдачи секционированного вдува в пограничный слой, причем в [9] задача рассматривалась как нестационарная.

В данной работе методом конечных разностей исследуется влияние скачкообразного изменения в продольном направлении теплофизических свойств плоской пластины на параметры нестационарного теплообмена с омывающей ее жидкостью.

**1. Постановка задачи.** Пусть в моменты времени, предшествующие начальному ( $t < 0$ ), секционированная пластина длиной  $L$  и толщиной  $2b$  имела температуру  $T_0$ , отличную от температуры набегающего потока  $T_\infty$ . Координаты  $x$  и  $y$  направим соответственно вдоль и перпендикулярно к пластине. Для простоты рассмотрим пластину, состоящую в направлении потока из двух секций, теплофизические свойства которых различны. Тепловой контакт секций идеальный. Нестационарность создается в результате мгновенного введения при  $t = 0$  пластины в поток. Поскольку задача симметрична относительно плоскости  $y = -b$ , достаточно рассмотреть пластину толщиной  $b$ , внешняя поверхность которой теплоизолирована. Считаются выполненными следующие предположения: жидкость несжимаемая; теплофизические свойства жидкости и пластины не зависят от температуры; режим течения ламинарный; пластина достаточно тонка, чтобы пренебречь градиентом температуры поперек пластины.

Безразмерные уравнения задачи имеют следующий вид:

$$(1.1) \quad \Theta_{,\mu} + (\text{Pr} \varphi \delta + B \xi \delta \mu \delta_\tau) \Theta_\mu - 2 \text{Pr} \xi \varphi_\mu \delta \Theta_\xi = B \xi \delta^2 \Theta_\tau;$$

$$(1.2) \quad \Theta = \Theta_0 = 0, \quad \tau = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad 0 \leq \mu \leq 1;$$

$$(1.3) \quad \Theta = \Theta_\infty = 0, \quad \tau > 0, \quad \xi = 0, \quad 0 \leq \mu \leq 1;$$

$$(1.4) \quad \Theta = \Theta_\infty = 0, \quad \tau > 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \mu = 1;$$

$$(1.5) \quad \Theta = \Theta_w(\xi, \tau), \quad \tau > 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad \mu = 0;$$

$$(1.6) \quad c \rho_w(\xi) \frac{\partial \Theta_w}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \lambda_w(\xi) \frac{\partial \Theta_w}{\partial \xi} \right) + \gamma \xi^{-1/2} \frac{1}{\delta} \left( \frac{\partial \Theta}{\partial \mu} \right)_{\mu=0};$$

$$(1.7) \quad \lambda_w(\xi) \frac{\partial \Theta_w}{\partial \xi} = \text{Bi}_H \Theta_w, \quad \tau > 0, \quad \xi = 0;$$

$$(1.8) \quad \lambda_w(\xi) \frac{\partial \Theta_w}{\partial \xi} = \text{Bi}_K \Theta_w, \quad \tau > 0, \quad \xi = 1;$$

$$(1.9) \quad \Theta_w = \Theta_{w0} = 1, \quad \tau = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1;$$

$$(1.10) \quad \lambda_w(\xi) = \begin{cases} \lambda_{w1}, & 0 \leq \xi \leq \xi^*, \\ \lambda_{w2}, & \xi^* < \xi \leq 1, \end{cases} \quad c \rho_w(\xi) = \begin{cases} c \rho_{w1}, & 0 \leq \xi \leq \xi^*, \\ c \rho_{w2}, & \xi^* < \xi \leq 1. \end{cases}$$

Здесь  $\Theta = (T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty)$ ;  $\Theta_w = (T_w - T_\infty)/(T_0 - T_\infty)$ ;  $\xi = x/L$ ;  $\mu = \eta/\delta(\tau)$ ;  $\eta = 0,5y \sqrt{U_\infty/\nu x}$ ;  $\tau = a^*t/L^2$ ;  $\text{Re} = U_\infty L/\nu$ ;  $\text{Pr} = \nu/a_f$ ;  $\gamma = 0,5(L/b)(\lambda_f/\lambda^*) \sqrt{\text{Re}}$ ;  $B = 4(a^*/a_f)\text{Re}^{-1}$ ;  $\text{Bi} = \alpha L/\lambda^*$ ;  $\delta(\tau)$  — безразмерная толщина теплового пограничного слоя, определяемая из условия гладкого сопряжения для температуры на внешней границе пограничного слоя, которое в безразмерной форме имеет вид

$$(1.11) \quad \left| \frac{1}{\delta} \frac{\partial \Theta}{\partial \mu} \right| \leq \varepsilon, \quad 0 < \xi \leq 1, \quad \mu = 1.$$

Индексы обозначают:  $f$  — параметры жидкости;  $0$  — начальное состояние;  $n$  и  $k$  — параметры при  $\xi = 0$  и  $\xi = 1$  соответственно;  $w$  — параметры пластины;  $\infty$  — параметры набегающего потока;  $*$  — характерные значения параметров;  $1$  и  $2$  — параметры в каждой секции пластины;  $\eta$ ,  $\xi$ ,  $\tau$  — дифференцирование по соответствующим переменным. Функция  $\tau$  и ее производная находятся из решения задачи Блазиуса [10]. С помощью переменной  $\mu$  обеспечивается автоматическое увеличение шага сетки во времени по координате  $\eta$  при постоянном числе узлов, но при этом значение функции  $\delta(\tau)$  и ее производной по времени необходимо уточнять на каждом временном шаге [11].

**2. Уравнения в конечных разностях.** Краевую задачу (1.1) — (1.11) аппроксимируем следующей разностной схемой:

$$(2.1) \quad -A_{m,n} \Theta_{m,n-1}^{j+1} + C_{m,n} \Theta_{m,n}^{j+1} - B_{m,n} \Theta_{m,n+1}^{j+1} = F_{m,n};$$

$$(2.2) \quad \Theta_{0,n}^{j+1} = \Theta^{(\infty)j+1} = 0;$$

$$(2.3) \quad \Theta_{m,N}^{j+1} = \Theta^{(\infty)j+1} = 0;$$

$$(2.4) \quad \Theta_{m,0}^{j+1} = \Theta_m^{(w)j+1};$$

$$(2.5) \quad \Theta_{m,n}^0 = \Theta_{m,n}^{(0)} = 0;$$

$$(2.6) \quad -A_m^{(w)} \Theta_{m-1}^{(w)j+1} + C_m^{(w)} \Theta_m^{(w)j+1} - B_m^{(w)} \Theta_{m+1}^{(w)j+1} + D_m^{(w)} (\Theta_{m,1}^{j+1} - \Theta_m^{(w)j+1}) = F_m^{(w)};$$

$$(2.7) \quad \Theta_m^{(w)0} = \Theta_m^{(w0)} = 1;$$

$$(2.8) \quad \Theta_0^{(w)j+1} = \kappa_H \Theta_1^{(w)j+1} + \nu_H, \quad 0 \leq \kappa_H \leq 1;$$

$$(2.9) \quad \Theta_M^{(w)j+1} = \kappa_K \Theta_{M-1}^{(w)j+1} + \nu_K, \quad 0 \leq \kappa_K \leq 1;$$

$$(2.10) \quad p \Theta_{m,N}^{j+1} + k \Theta_{m,N-1}^{j+1} + l \Theta_{m,N-2}^{j+1} \leq \varepsilon \delta^{j+1}.$$

Коэффициенты в уравнениях (2.1), (2.6) и краевых условиях (2.8)—(2.10) определяются требованиями (аппроксимация, устойчивость, однородность и др.), предъявляемыми к разностной схеме. Для наших целей удобно использовать неявные однородные разностные схемы, удовлетворяющие принципам консервативности и монотонности.

В (2.1)—(2.10) индексы  $m$ ,  $n$ ,  $j$  отмечают узлы разностей сетки в направлениях  $\xi$ ,  $\mu$ ,  $\tau$  соответственно;  $M = \max(m)$ ,  $N = \max(n)$ .

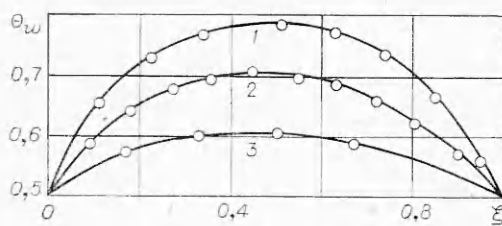
**3. Решение конечно-разностных уравнений.** Система разностных уравнений (2.1)—(2.10) имеет такой вид, что непосредственное применение для ее решения обычного метода прогонки не представляется возможным. Это связано с тем, что, во-первых, уравнения энергии и теплового баланса не могут быть решены автономно и, во-вторых, в направлении  $\xi$  для уравнения энергии решается начальная, а для уравнения теплового баланса краевая задачи.

В [12] для решения системы разностных уравнений вида (2.1)—(2.10) предложен метод продольно-поперечной прогонки, отличительной особенностью которого является вычисление прогоночных коэффициентов продольной (по индексу  $m$ ) прогонки с помощью поперечной (по индексу  $n$ ) прогонки.

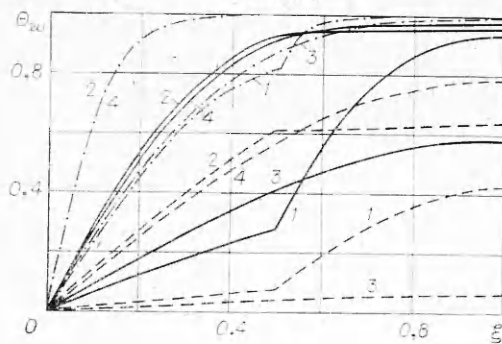
Для решения рассматриваемой задачи, из-за того что теплофизические свойства каждой из секций пластины могут меняться в широких пределах, была использована модификация алгоритма [12]. В этом случае для повышения точности вычислений применялся потоковый вариант [13] продольной прогонки.

**4. Результаты расчетов.** Алгоритм реализован в виде программы на языке ФОРТРАН, и по ней на ЭВМ БЭСМ-6 проведена серия расчетов. Проверка алгоритма и выбор параметров разностной схемы проводились из решения сопряженной задачи стационарного теплообмена ламинарного пограничного слоя со сплошной пластиной, торцы которой поддерживаются при постоянной температуре [14]. На фиг. 1 показаны результаты расчетов (сплошные кривые) и данные работы [14] (точки). Параметры задачи выбирались следующие:  $Pr = 1,0$ ,  $\Theta_w(0) = \Theta_w(1) = 0,5$ ,  $\gamma = 10,0$  (кривая 1),  $\gamma = 5,0$  (кривая 2),  $\gamma = 2,0$  (кривая 3). Видно, что в широком диапазоне параметра сопряженности  $\gamma$  результаты практически совпадают; отличие не превышает 1%.

Результаты расчетов исходной краевой задачи приведены на фиг. 2—4. Расчеты проводились для четырех пластин, состоящих по потоку из



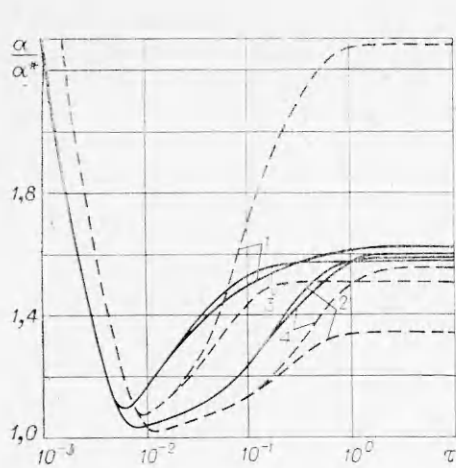
Фиг. 1



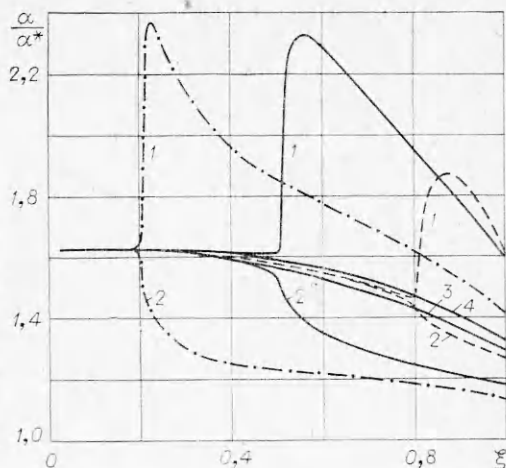
Фиг. 2

двух секций:  $\Pi_1$  — медь—сталь,  $\Pi_2$  — сталь—медь, а также для сплошных медной  $\Pi_3$  ( $\lambda = 395 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ ,  $c_p = 3,4 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3\cdot\text{К}$ ) и стальной  $\Pi_4$  ( $\lambda = 53 \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$ ,  $c_p = 3,95 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3\cdot\text{К}$ ) пластин (кривые 1—4). Длина пластин составляла  $L = 1 \text{ м}$ , полутолщина  $b = 0,01 \text{ м}$ . Параметры потока принимались равными  $Re = 10^3$ ,  $Pr = 0,688$ . В качестве характерных параметров выбирались параметры меди, при этом  $B = 0,01375$ ,  $\gamma = 0,1281$ . Предполагалось, что левый торцпластины мгновенно принимает температуру набегающего потока  $Bi_n = \infty$ , а правый теплоизолирован  $Bi_k = 0$ .

На фиг. 2 показано распределение температуры пластины



Фиг. 3



Фиг. 4

по ее длине в различные моменты времени:  $\tau=0,0519$  (штрихпунктирные),  $\tau = 0,3014$  (сплошные) и  $\tau = 1,1821$  (штриховые кривые). Характерным для распределения температуры по длине секционированных пластин  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  является излом кривых в точке контакта секций ( $\xi = \xi^* = 0,5$ ). Аналогичные кривые для сплошных пластин  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$  монотонны.

Изменение во времени относительного локального коэффициента теплоотдачи для  $\xi = 0,4$  (сплошные кривые) и  $\xi = 0,6$  (штриховые) представлено на фиг. 3. В качестве характерного масштаба принят коэффициент теплоотдачи при заданной постоянной температуре поверхности [10]

$$\alpha^* x / \lambda_f = 0,332 \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,33}.$$

Кривые изменения коэффициента теплоотдачи имеют минимум, величина которого  $(\alpha/\alpha^*)_{\min}$  и соответствующий ему момент времени  $\tau_{\min}$  зависят от координаты  $\xi$  и теплофизических свойств пластины. Такое поведение нестационарного коэффициента теплоотдачи ранее обнаружено как теоретически, так и экспериментально для свободной и вынужденной конвекции в [12, 15—17]. Это связано с тем, что в начальные моменты доминирующее влияние на теплообмен между жидкостью и твердым телом оказывает теплопроводность (левая ветвь кривых относительно минимума), а при больших временах — вынужденная конвекция (правая ветвь кривых), влияние которой проявляется тем позднее, чем дальше вниз по потоку расположена рассматриваемая точка. Этим объясняется, что с ростом  $\xi$  момент времени  $\tau_{\min}$  увеличивается, а  $(\alpha/\alpha^*)_{\min}$  уменьшается. Величина минимума коэффициента теплоотдачи и соответствующее ему время для каждой пары пластин  $\Pi_1, \Pi_3$  и  $\Pi_2, \Pi_4$  одинаковы, а при переходе от первой ко второй паре пластин  $(\alpha/\alpha^*)_{\min}$  уменьшается, а  $\tau_{\min}$  значительно увеличивается. При  $\tau > \tau_{\min}$  локальные коэффициенты теплоотдачи монотонно возрастают до своих стационарных значений.

Начиная с некоторого времени (тем меньшего, чем больше  $\xi$ ) кривые локальных коэффициентов теплоотдачи для каждой из вышеуказанных пар пластин расслаиваются, и в дальнейшем характеристики теплообмена каждой из пластин различны.

Распределение стационарных коэффициентов теплоотдачи по длине пластины дано на фиг. 4. Стационарные коэффициенты теплоотдачи в первой секции ( $\xi \leq \xi^*$ ) пластин  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  близки как между собой, так и к коэффициентам теплоотдачи в тех же точках сплошных пластин  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$ . Во второй секции секционированных пластин распределение коэффициентов теплоотдачи отличается между собой и от распределения коэффициентов теплоотдачи на таком же участке сплошных пластин. Так, для  $\xi^* = 0,5$  (сплошные кривые) коэффициент теплоотдачи за точкой  $\xi = \xi^*$  для секционированной пластины  $\Pi_1$  резко возрастает, достигает максимума, пос-

ле чего монотонно уменьшается. Для секционированной пластины  $\Pi_2$  за точкой  $\xi = \xi^*$  коэффициент теплоотдачи резко уменьшается. Аналогичное распределение коэффициентов теплоотдачи по длине секционированных пластин  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  имеет место и при других  $\xi^*$  ( $\xi^* = 0,2$  — штрихпунктирные,  $\xi^* = 0,8$  — штриховые линии). С ростом  $\xi^*$  величина максимума коэффициента теплоотдачи на пластине  $\Pi_1$  уменьшается, а для пластины  $\Pi_2$  наблюдается ослабление уменьшения коэффициента теплоотдачи.

Описанный характер распределения коэффициента теплоотдачи по длине секционированной пластины объясняется резким изменением градиента температуры пластины в месте скачка ее теплофизических свойств. Это приводит к перестройке профилей температуры в пограничном слое ниже по потоку от места скачка теплофизических свойств, выражающейся в резком увеличении коэффициента теплоотдачи для пластины  $\Pi_1$  и уменьшении для пластины  $\Pi_2$ .

Характер распределения стационарного коэффициента теплоотдачи вдоль поверхности тел, теплофизические свойства которых резко меняются по потоку, качественно отличается от аналогичных распределений для многослойных тел, теплофизические свойства которых резко меняются в направлении, перпендикулярном потоку. В последнем случае, как показано в [18], из решения сопряженной задачи стационарного теплообмена при поперечном обтекании двухслойного цилиндра кривая коэффициента теплоотдачи располагается между аналогичными кривыми, полученными для сплошных цилиндров, теплофизические свойства которых совпадают со свойствами каждого из слоев. Это позволяет по решению задачи для сплошных тел получить верхнюю и нижнюю оценки для коэффициента теплоотдачи многослойных тел, что невозможно, как это следует из фиг. 4, для секционированных по потоку тел.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Moretti P. M., Kays W. M. Heat transfer to a turbulent boundary layers with varying free-stream velocity and varying surface temperature. An experimental study.— *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1965, v. 8, N 9.
2. Себеси, Смит, Мозинскис. Решение уравнений несжимаемого турбулентного пограничного слоя с теплообменом.— *Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача*, 1970, № 2.
3. Sebeci T., Smith A. M. O. Analysis of turbulent boundary layers. N. Y.: Acad. Press, 1974.
4. Колина Н. П. Влияние ступенчатого изменения температуры поверхности на теплообмен при ламинарном течении в пограничном слое. Аэродинамическое нагревание при сверхзвуковых скоростях.— *Тр. ЦАГИ*, 1971, вып. 1315.
5. Астафин В. С., Королев И. О., Рязанцев Ю. С. О температуре потока в канале со скачком температуры на стенке.— *Изв. АН СССР. МЖГ*, 1979, № 5.
6. Галин И. М., Грошев А. И. Влияние продольной турбулентной диффузии на закономерности теплообмена в трубе.— *Теплоэнергетика*, 1979, № 5.
7. Алексин В. А., Совершенный В. Д. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий.— В кн.: *Турбулентные течения*. М.: Наука, 1977.
8. Нили. Влияние переменной температуры поверхности на теплоотдачу в частично пористой плоской пластине.— *Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. А. Энергетические машины и установки*, 1973, № 4.
9. Зинченко В. И., Путятин Е. Н., Трофимчук Е. Г. Расчет характеристик сопряженного теплообмена при резком изменении граничных условий.— В кн.: *Теплообмен-VI. Материалы 6-й Всесоюз. конф. по тепло-массообмену*. Минск, 1980, т. 1, ч. 2.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
11. Пасконов В. М. Об одном алгоритме для решения задач пограничного слоя.— В кн. *Вычислительные методы и программирование*. М.: Изд-во МГУ, 1967, вып. 7.
12. Санелкин В. В. Сопряженная задача нестационарного теплообмена между ламинарным пограничным слоем и пластиной с внутренними источниками тепла.— *ТВТ*, 1981, № 6.
13. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
14. Диденко О. И. Расчет теплообмена между пластиной, подогреваемой с торцов, и омываемым ее потоком жидкости.— *Теплофизика и теплотехника*, 1973, вып. 23.

15. Солиман, Джонсон. Теплопередача в переходном режиме при обтекании турбулентным потоком плоской пластины, обладающей отличной от нуля теплоемкостью и содержащей переменный во времени источник тепла.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача, 1967, № 4.
16. Ванг, Чжун, Томас. Исследование нестационарного конвективного теплообмена в ламинарном пограничном слое с учетом теплоемкости и термического сопротивления стенки.— Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача, 1977, № 4.
17. Kemink R. G., Sparrow E. M. Heat transfer coefficients for melting about a vertical cylinder with or without subcooling and for open or closed containment.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1981, v. 24, N 10.
18. Sundén B. Conjugated heat transfer from circular cylinders in low Reynolds number flow.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1980, v. 23, N 10.

Поступила 11/III 1984 г.

УДК 532.526.011:518.5

## О СТРУКТУРЕ ТЕЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ЗАДНЕЙ КРОМКИ ПЛАСТИНЫ

В. В. Боголепов  
(Москва)

В [1—3] получены решения для окрестности задней кромки плоской пластины при больших, но докритических числах Рейнольдса  $Re_0$ , посчитанных по длине пластины  $l$  и параметрам набегающего потока, для дозвукового и сверхзвукового внешних потоков соответственно, которые описывают течения в переходной области протяженностью  $x \sim O(l Re_0^{-3/8})$  между известным течением Блазуса на плоской пластине и течением в следе [4]. Эти решения имеют особенность в следе за пластиной, которую удается преодолеть при используемых численных методах. Наличие особенности указывает на необходимость изучения течения в областях протяженностью  $x < l Re_0^{-3/8}$ .

В данной работе при использовании метода сращиваемых асимптотических разложений при  $Re_0 \rightarrow \infty$  исследовано течение около задней кромки пластины в области протяженностью  $l Re_0^{-3/4} < x < l Re_0^{-3/8}$ . Получено, что на таких длинах в области около пластины реализуется «компенсационный» режим течения [5], когда около пластины справедливы решения [1—3] для задней кромки пластины, а в следе за ней существует особенность прежнего вида. Показано, что в особой области при  $x \sim O(l Re_0^{-3/4})$  течение в первом приближении описывается уравнениями Навье — Стокса для несжимаемой жидкости. Численные решения получены для тонкой пластины и для пластины с толщиной в широком диапазоне изменения местного числа Рейнольдса  $Re = 0—100$ . Представлены картины линий тока, характеристики срывных зон, распределения газодинамических функций течения по поверхности обтекаемых тел.

1. При построении решений [1—3] для оценок функций течения в узкой области вблизи поверхности пластины учитывалось, что функции течения изменяются пропорционально расстоянию от поверхности пластины, течение вязкое, разрыв краевых условий в задней кромке пластины вызывает нелинейные возмущения функций течения. Тогда при использовании уравнений движения жидкости легко получить

$$(1.1) \quad u \sim x^{1/3}, \quad v \sim \epsilon x^{-1/3}, \quad \Delta p \sim x^{2/3}, \quad \delta \sim \epsilon x^{1/3}.$$

Здесь и в дальнейшем используются безразмерные переменные; для этого все линейные размеры относятся к  $l$ ; давление и энтальпия — к  $\rho_0 u_0^2$  и  $u_0^2$  соответственно; остальные функции течения — к своим значениям в невозмущенном набегающем потоке;  $\delta$  — толщина слоя смешения за кромкой пластины;  $\epsilon = Re_0^{-1/2}$ .

В рассматриваемом течении фиксировано начало образования слоя смешения  $x = 0$ , и поэтому соотношения (1.1) описывают особенность сразу за задней кромкой пластины. Соотношения (1.1) замыкаются условием взаимодействия течения в пристеночном слое с внешним дозвуковым или сверхзвуковым потоком  $\Delta p \sim \delta/x$ , и тогда получаются оценки для масштабов и функций течения пристеночной области (в [1—3] это область III)  $x \sim \epsilon^{5/4}$ ,  $y \sim \epsilon^{5/4}$ ,  $u \sim \epsilon^{1/4}$ ,  $v \sim \epsilon^{3/4}$ ,  $\Delta p \sim \epsilon^{1/2}$ .