

УДК 532.526.4

ВЛИЯНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА СТРУКТУРУ ПРИСТЕННОГО ТЕЧЕНИЯ С ДВУМЕРНЫМ ВЫСТУПОМ

В. В. Ларичкин, С. Н. Яковенко*

Новосибирский государственный технический университет, 630092 Новосибирск

* Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты физического и численного экспериментов по изучению влияния глубины погружения в развитый турбулентный пограничный слой двумерного препятствия квадратного сечения на протяженность области отрывного течения. Численное моделирование основано на решении осредненных уравнений Навье — Стокса с использованием $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности. В экспериментах визуализировано пристенное течение, измерены поля средних скоростей и пульсаций. Определены зоны течения, в которых результаты численного моделирования согласуются с экспериментальными данными. Показано, что с уменьшением глубины погружения двумерного препятствия в турбулентный пограничный слой длина области рециркуляционного течения в ближнем следе увеличивается.

Ключевые слова: турбулентный пограничный слой, двумерное препятствие, эксперимент, численное моделирование.

Введение. Исследование отрыва потока от поверхности обтекаемого тела и образующегося в результате этого отрывного течения имеет важное теоретическое и прикладное значение. Отрывные течения возникают в проточных трактах различных технических устройств, при обтекании ветровым потоком наземных сооружений, при движении летательных аппаратов, автомобилей, поездов.

Особый интерес представляет исследование обтекания различных выступов и надстроек, которые являются конструктивными элементами или специально установленными объектами, например, для интенсификации процессов смешения и горения. Сложность и многообразие встречающихся в реальных условиях отрывных течений требуют детального изучения их характерных областей: зон отрыва, смещения, присоединения, возвратного течения, области восстановления пограничного слоя (рис. 1).

В настоящее время существует большое количество экспериментальных работ, посвященных исследованию отрывного обтекания дву- и трехмерных препятствий на плоской и криволинейной поверхностях. В одних случаях (см., например, [1]) изучались свойства возмущений малых амплитуд, развивающихся в окрестности двумерного препятствия на пластине, расположенного в ламинарном пограничном слое, в других (см., например, [2]) исследовалось воздействие двумерного элемента шероховатости на развитый пограничный слой. В то же время не исследовалось влияние на отрывную область глубины погружения препятствия в сдвиговой поток.

Следует отметить, что математическое решение задачи описания турбулентных отрывных течений вблизи плохообтекаемых тел связано с большими трудностями. В настоя-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 99-05-64143, 00-15-96164) в рамках Интеграционного проекта № 1 (2000 г.) СО РАН.

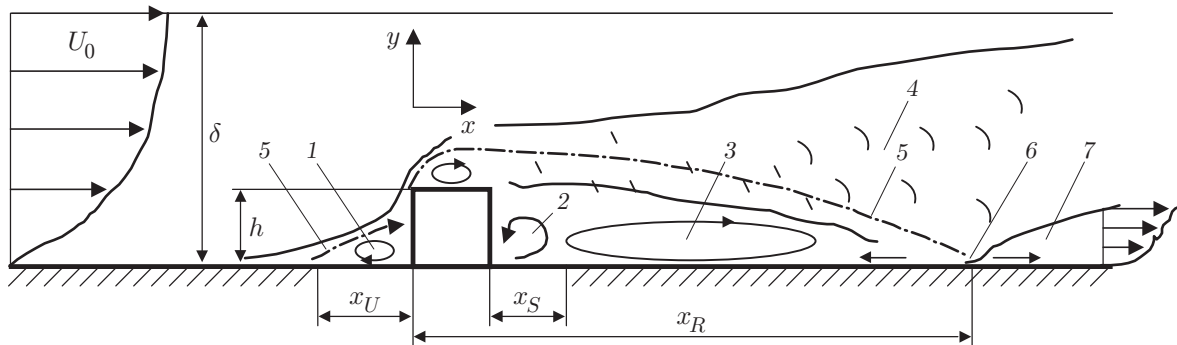


Рис. 1. Схема течения при обтекании препятствия на плоской поверхности:

1 — зона рециркуляции перед препятствием, 2 — зона малого вихря за препятствием, 3 — большая зона рециркуляции за препятствием, 4 — слой смешения, 5 — линия тока $\psi = 0$, 6 — зона присоединения потока к стенке, 7 — восстанавливающийся пограничный слой

шее время сформировалось три основных направления расчетов отрывных течений: 1) приближенные расчеты с использованием интегральных и асимптотических методов [3, 4]; 2) использование нестационарной вихревой модели невязкой жидкости [5]; 3) численные исследования путем решения уравнений Навье — Стокса или Рейнольдса [6–10]. При решении некоторых задач, например связанных с отрывом потока вблизи уступов, используется метод крупных частиц [11]. В то же время в теории отрывных течений остается много нерешенных вопросов. Проводились расчеты двумерных [3, 7, 10] и трехмерных [8, 9] турбулентных течений вблизи препятствий на плоской поверхности, однако результаты этих расчетов с недостаточной точностью согласуются с данными измерений. Это обстоятельство предопределило цель настоящего исследования и комплексный подход к решению задачи — физический и численный эксперимент.

Данная работа посвящена экспериментальному и численному исследованию дозвукового обтекания двумерных препятствий квадратного сечения на плоской поверхности, частично или полностью погруженных в развитый турбулентный пограничный слой, в отсутствие угла скольжения.

1. Методика эксперимента. Опыты проводились в малотурбулентной дозвуковой аэродинамической трубе Т-324 Института теоретической и прикладной механики СО РАН с рабочей частью квадратного сечения 1×1 м и длиной 4 м. В качестве моделей препятствий использовались деревянные цилиндры квадратного сечения (40×40 , 20×20 , 10×10 мм), расположенные на стенке рабочей части трубы на расстоянии 2,81 м от среза сопла или на пластине длиной 1,5 м на расстояниях 0,6 и 0,9 м от передней кромки. Подробное описание условий экспериментов и методики измерений приведено в работе [12]. Под двумерным препятствием понимается модель, упирающаяся в боковые стенки аэродинамической трубы (при этом отношение высоты рабочей части H к высоте препятствия h изменялось от 25 до 100, т. е. было достаточно большим). Эксперименты проводились при скоростях невозмущенного потока $U_0 = 25, 45$ м/с. Числа Рейнольдса, рассчитанные по высоте препятствия, находились в диапазоне $Re_h = 17\,000 \div 123\,000$. Во всех случаях в месте установки препятствия реализовывался равновесный турбулентный пограничный слой со степенным законом распределения скорости (с показателем степени, близким к $1/7$). Степень турбулентности невозмущенного потока составляла $\varepsilon_u \leq 0,08$ %.

Визуализация течения осуществлялась методом сажемасляной пленки, поля средних скоростей и их пульсаций в продольном направлении измерялись термоанемометрическим методом с помощью миниатюрного одноточечного датчика с учетом методических рекомендаций [13].

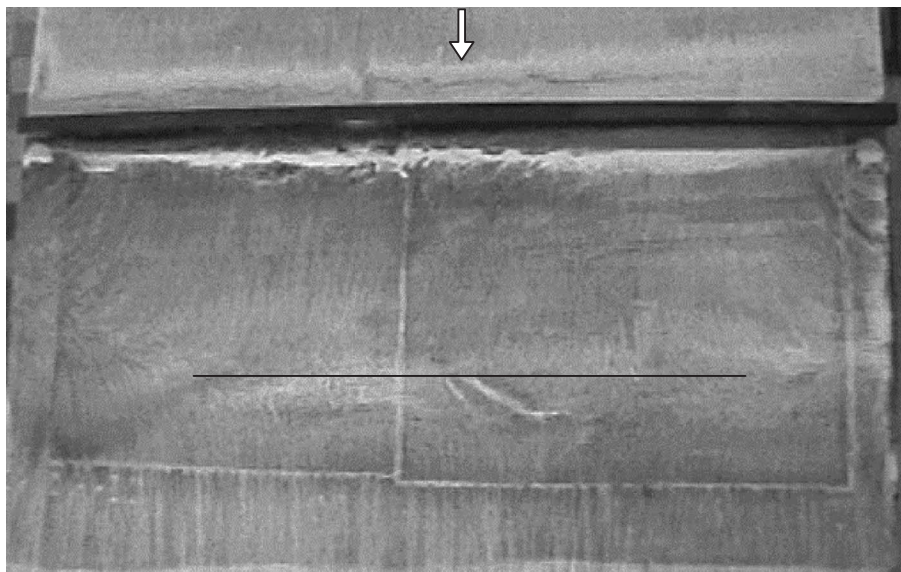


Рис. 2. Картина течения в окрестности двумерного выступа квадратного сечения ($h = 20$ мм, $h/\delta = 1,44$, $Re_h \approx 17\,000$)

2. Структура течения. На рис. 2 приведен пример картины визуализации течения при обтекании под нулевым углом скольжения двумерного препятствия квадратного сечения, частично погруженного в турбулентный пограничный слой. Видно, что на большей части канала течение квазидвумерное. Из анализа большого числа пристенных картин течения следует, что чем больше отношение H/h , т. е. удлинение, тем больше область квазидвумерности. В то же время влияние боковых стенок аэродинамической трубы, проявляющееся в наличии вблизи концов мощных вертикальных вихрей, сказывается на протяженности области рециркуляционного течения.

На рис. 3, 4 представлены профили средних скоростей и интенсивности среднеквадратичных пульсаций на различных относительных расстояниях x/h от препятствия вверх и вниз по потоку. Сравнение распределений средних скоростей и их пульсаций при наличии и отсутствии выступа показывает, что препятствие в пограничном слое существенно трансформирует форму профилей. При приближении потока к препятствию из-за тормозящего действия вблизи обтекаемой поверхности значения средних скоростей существенно уменьшаются, на профиле появляется перегиб, указывающий на отход линий тока от поверхности и образование отрывного течения, при этом увеличиваются пульсации скорости. За выступом формируется широкая отрывная зона, за которой идет восстановление турбулентного пограничного слоя, что в целом соответствует схеме, представленной на рис. 1.

Анализ спектрограмм возмущений в следе за препятствием при различных значениях координат x и y свидетельствует об отсутствии когерентных структур типа вихревой дорожки Кармана, что согласуется с данными работы [13]. По-видимому, это связано с сильной стохастизацией течения вследствие взаимодействия оторвавшихся от препятствия сдвиговых слоев с плоской поверхностью.

3. Численное моделирование. Для математического описания структуры турбулентного течения вокруг двумерного препятствия использовались осредненные по ансамблю реализации уравнения неразрывности и Навье — Стокса, которые позволяют вычислить среднее давление и компоненты вектора средней скорости. Система уравнений турбулентного переноса для двумерного нестационарного течения несжимаемой жидкости имеет

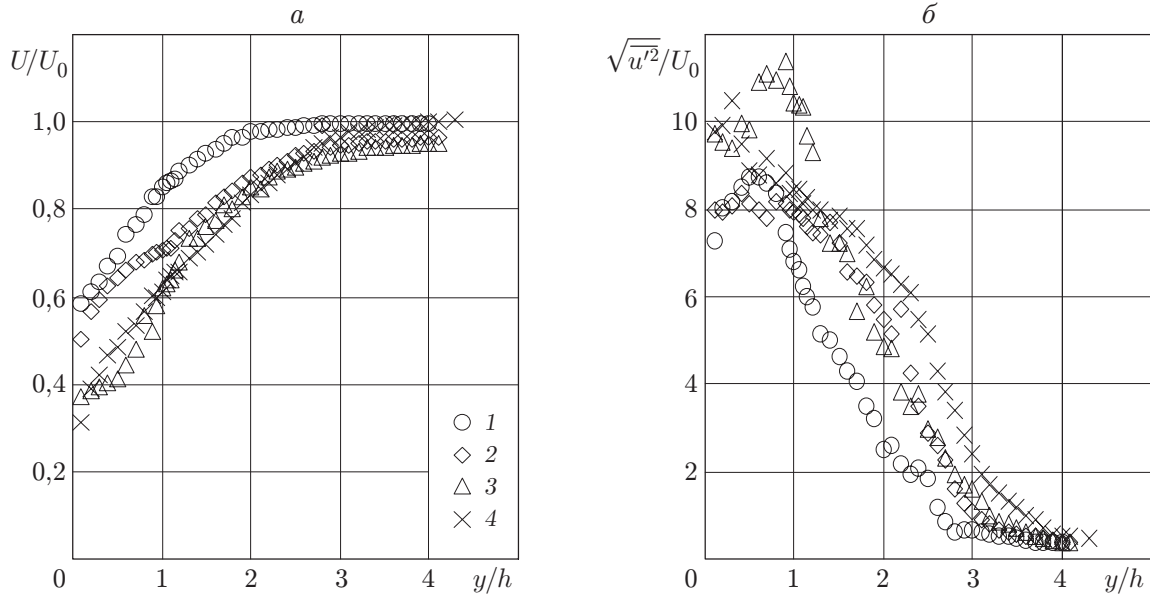


Рис. 3. Профили средней скорости (а) и пульсаций продольной компоненты скорости (б) перед двумерным препятствием ($h = 20$ мм, $z/L = 0,5$, $L = 1$ м):
 1 — $x/h = -15$; 2 — $x/h = -4,5$; 3 — $x/h = -3$; 4 — $x/h = -1,5$

ВИД

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[2\nu_{eff} \frac{\partial U}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_{eff} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right),$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[2\nu_{eff} \frac{\partial V}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_{eff} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{2}{3}k \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(kU)}{\partial x} + \frac{\partial(kV)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_k \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_k \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k - \varepsilon,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon U)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon V)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k},$$

где U, V — компоненты вектора скорости вдоль осей x, y соответственно; $\nu_{eff} = \nu + \nu_t$, $\nu_k = \nu + \nu_t/\sigma_k$, $\nu_\varepsilon = \nu + \nu_t/\sigma_\varepsilon$ — коэффициенты эффективной диффузии; $\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$ — коэффициент турбулентной вязкости.

Порождение энергии турбулентности имеет вид

$$P_k = \nu_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right].$$

В уравнениях (1) ρ — плотность; x, y — горизонтальная и вертикальная координаты; t — время; ν — молекулярная вязкость.

Вязкий подслоя явно не разрешался вследствие высоких чисел Рейнольдса Re_h , поэтому в модели отсутствуют поправки на учет влияния стенки (низких чисел Рейнольдса) и граничные условия вблизи твердых поверхностей определяются в виде степенных законов стенки

$$U_\tau(x_n) = \alpha x_n^{1/4}, \quad U_n = 0, \quad \frac{\partial k}{\partial x_n} = 0, \quad \varepsilon(x_n) = \frac{2C_\mu^{3/4} (k(x_n))^{3/2}}{\gamma x_n}, \quad \gamma = 0,4,$$

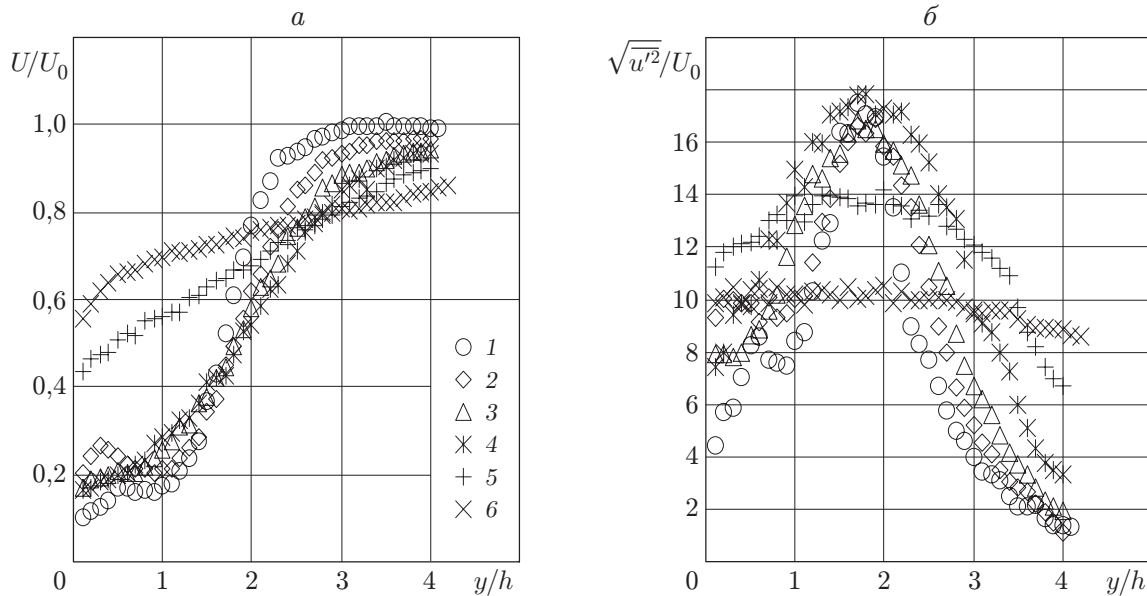


Рис. 4. Профили средней скорости (а) и пульсаций продольной компоненты скорости (б) за двумерным препятствием ($h = 20$ мм, $z/L = 0,5$, $L = 1$ м):

1 — $x/h = 2$; 2 — $x/h = 4$; 3 — $x/h = 8$; 4 — $x/h = 12$; 5 — $x/h = 25$; 6 — $x/h = 50$

где U_n , U_τ — нормальная и касательная к стенке компоненты вектора средней скорости; ось координат x_n направлена по нормали к стенке ($x_n = x$, $U_n = U$, $U_\tau = V$ на вертикальных поверхностях препятствия; $x_n = y$, $U_n = V$, $U_\tau = U$ на подстилающей горизонтальной поверхности и верхней поверхности препятствия).

Данные на входной границе (вверх по потоку) задавались на основе: 1) экспериментальных результатов данной работы и [12]; 2) экспериментов [13]; 3) расчета развитого турбулентного пограничного слоя на плоской пластине (без препятствий), имеющего заданную толщину (см., например, [14]). Следует отметить, что экспериментальные данные работ [12, 13] получены на одной и той же аэродинамической трубе Т-324 при сходных условиях набегающего потока. Экспериментальные профили скорости и продольной интенсивности турбулентности в пограничном слое на плоской пластине [13] аппроксимировались аналитическими функциями

$$U(y) = U_0(y/\delta)^{1/5}, \quad y < \delta, \quad U(y) = U_0, \quad y \geq \delta, \quad (2)$$

$$\sqrt{\langle u^2 \rangle}(y) = U_0 \{ 0,0008 + 0,07(y/\delta)^{-1/9} \exp[-0,00081(y/\delta)^4] \}.$$

Кинетическая энергия турбулентности находилась из изотропного соотношения $k(y) = 1,5\langle u^2 \rangle(y)$, а вязкая диссипация

$$\varepsilon(y) = C_\mu^{1/2} k(y) \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{5} C_\mu^{1/2} k(y) \frac{U(y)}{y/\delta}, \quad y < \delta, \quad \varepsilon(y) = \frac{1}{5} C_\mu^{1/2} k(y), \quad y \geq \delta$$

из условия локального равновесия $P_k(y) = \varepsilon(y)$ вне вязкого подслоя.

На выходной границе вниз по потоку задавались нулевые производные по нормали к границе для всех искомых величин, что соответствует области течения, в которой влияние препятствия либо не сказывается, либо сказывается слабо. На верхней границе течения также задавались нулевые градиенты по нормали к ней и нулевая вертикальная скорость. Такая постановка соответствует пренебрежимо малому влиянию препятствия на верхней

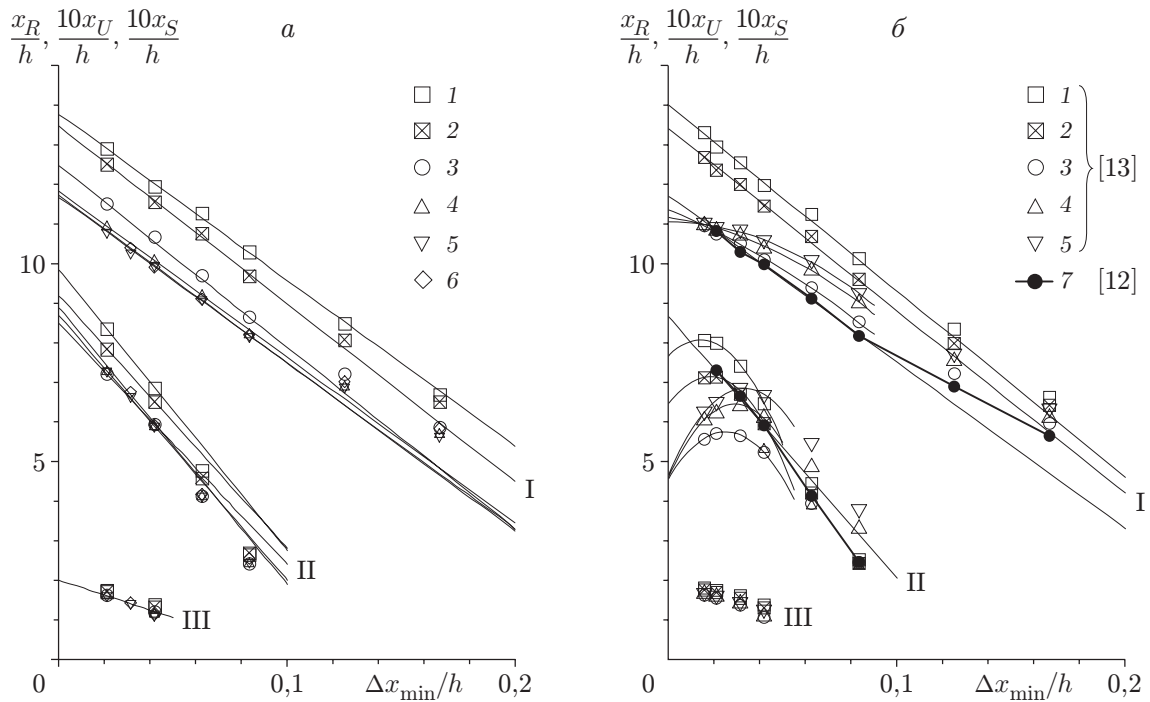


Рис. 5. Экстраполяция длин зон рециркуляции при измельчении сетки:
 а — входные профили, полученные в расчете без препятствия; б — входные профили, полученные по данным работ [12, 13]; I — x_R/h ; II — $10x_U/h$; III — $10x_S/h$; 1 — $\delta/h = 0,35$, 2 — $\delta/h = 0,55$, 3 — $\delta/h = 2,25$, 4 — $\delta/h = 7,0$, 5 — $\delta/h = 10,0$, 6 — $\delta/h = 14,0$, 7 — $\delta/h \approx 2,25$

границе, расположенной в области свободного невозмущенного потока вдали от стенок аэродинамической трубы.

Численный алгоритм реализации приведенной $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности, в котором используется релаксация по времени для рассматриваемой стационарной задачи, подробно описан в [10]. Численное решение определяющей системы уравнений (1) с граничными условиями, сформулированными выше, выполнено для условий описанного эксперимента и данных работы [12] при различном отношении высоты препятствия к толщине набегающего пограничного слоя перед препятствием h/δ .

Для каждого значения h/δ проведена серия расчетов на неравномерных сетках, сгущающихся вблизи препятствия и отличающихся друг от друга минимальным интервалом $\Delta x_{\min} = \min(x_{i+1} - x_i; y_{j+1} - y_j)$, а именно $h/\Delta x_{\min} = 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64$. Расчеты показывают (см. также [8, 10]), что погрешности вычислений уменьшаются при увеличении количества узлов разностной сетки и локализуются на верхней грани препятствия. Результаты этих расчетов можно использовать для более точного определения протяженности зон рециркуляции x_R, x_S, x_U (см. рис. 1). Имея достаточное количество точек, можно экстраполировать зависимости, показанные на рис. 5, на случай бесконечно мелкой (недоступной для ресурсов компьютера) сетки при $(\Delta x_{\min}/h) \rightarrow 0$.

На рис. 5 показаны экстраполяции длин зон рециркуляции для двух вариантов задания входных граничных условий. Изогнутость экстраполяционных кривых для входных профилей, интерполирующих данные [13] для пограничного слоя на плоской пластине, связана с отсутствием измерений вблизи подстилающей поверхности. Кроме того, известно, что распределения средних и пульсационных характеристик поля скорости в вязком подслое и буферной зоне отличаются от распределений в логарифмическом слое и области следа. Поэтому неопределенность данных измерений вблизи стенки может привести к неточности соотношений (2).

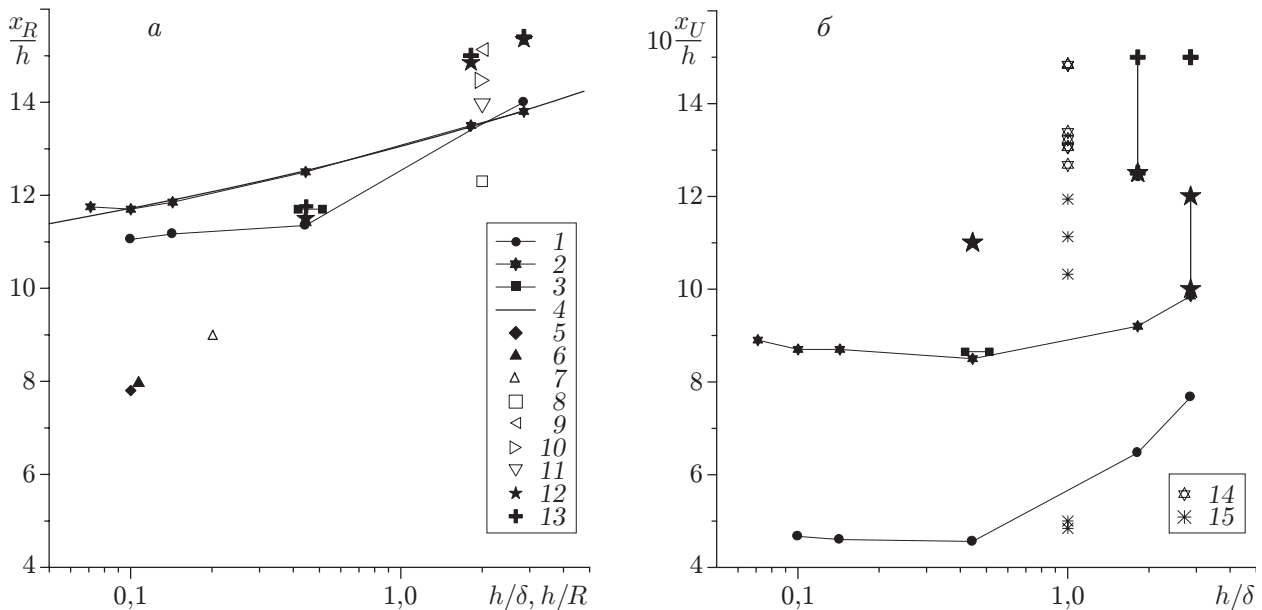


Рис. 6. Зависимости длин зон рециркуляции за выступом (а) и перед выступом (б) от относительной толщины турбулентного пограничного слоя:

1–4 — расчеты настоящей работы при $h/H = h/W = 0$ (1 — входные профили, полученные в расчете без препятствия, 2, 3 — входные профили, полученные по данным работ [13, 12], 4 — интерполяционная кривая); 5–15 — данные экспериментов: 5 — $h/R = 0,100$, $h/W \approx h/(2\pi R) = 0,016$ [15]; 6 — $h/R = 0,107$, $h/W \approx 0,017$ [2]; 7 — $h/R = 0,201$, $h/W \approx 0,032$ [2]; 8 — $h/H = 0,078$ [7]; 9–11 — $h/W = 0,025$ [16] (9 — $h/H = 0,067$, 10 — $h/H = 0,051$, 11 — $h/H < 0,028$); 12, 13 — $h/W = 0,02$ [12] (12 — $h/H = 0,04$, $h/\delta < 2,25$, $U_0 = 45$ м/с; 13 — $h/H = 0,02$, $h/\delta = 2,25$, $U_0 = 25$ м/с); 14, 15 — $h/H = 0,5$, $h/W = 0,042 \div 0,500$ [17] (14 — сажемасляная визуализация в течении воздуха, 15 — визуализация кристаллами в течении воды)

4. Результаты исследований. На рис. 6 приведены зависимости длин зон рециркуляции x_R и x_U от относительной толщины пограничного слоя. Значения x_R и x_U получены в результате описанной выше экстраполяции (см. рис. 5). Результаты расчетов и различных экспериментов, приведенные в работах [2, 12, 13, 15–17] для пограничного слоя с выступом и турбулентного течения в трубе с кольцевым выступом квадратного сечения, показаны в зависимости от отношения высоты препятствия h к толщине пограничного слоя δ (или к радиусу трубы R).

Помимо отношения h/δ на размеры областей рециркуляции могут также существенно влиять и другие параметры, например, коэффициент загромождения — отношение высоты препятствия к высоте канала h/H (или к радиусу трубы h/R). В [16] найдено, что величина x_R является убывающей функцией h/H (на рис. 6,а точки 9–11, полученные в этих экспериментах, соответствуют значениям $h/H = 0,067$; $0,051$; $h/H < 0,028$, при этом $h/\delta = 0,5$). Влияние параметра h/H на величину x_R начинает сказываться при $h/H > 0,04$, а при $h/H \approx 0,5$ величина x_R уменьшается почти в два раза по сравнению со случаем $h/H \approx 0$ [16].

Таким образом, меньшие значения x_R для течения в плоском канале при $h/H = 0,078$ [7] и течения в цилиндрической трубе при $h/R = 0,1$ [15], $h/R = 0,107$ и $h/R = 0,201$ [2] по сравнению со случаем $h/H \rightarrow 0$ обусловлены демпфирующим эффектом противоположных стенок. Следует отметить, что результаты настоящих измерений и приведенные в [12] данные получены при $h/H = 0,04$ и $h/H = 0,02$ (для $h/\delta = 0,35$; $0,55$ и $h/\delta = 2,25$ соответственно), т. е. влияние коэффициента загромождения на эти данные можно считать несущественным.

Анализ зависимости x_R/h от h/δ с учетом влияния коэффициента загромождения показывает, что протяженность зоны рециркуляции за препятствием увеличивается при уменьшении относительной толщины пограничного слоя. Подобный эффект зафиксирован также в [2, 12, 18]. Предполагается, что это связано с более интенсивным турбулентным перемешиванием в случае более толстого сдвигового слоя (натекающего на препятствие), т. е. имеющего более крупные энергосодержащие турбулентные вихри с диаметром порядка толщины пограничного слоя. В результате более сильное перемешивание, влияющее на зону рециркуляции через турбулентный слой смешения, который формируется над ней, обеспечивает более интенсивное разрушение рециркуляционного возвратного течения, вызванного значительным перепадом давления на препятствии. Подобное поведение наблюдается и при варьировании интенсивности турбулентности на входе (см., например, [9]): с увеличением интенсивности турбулентности длина зоны рециркуляции уменьшается.

Независимо от формы входных профилей и в подтверждение экспериментальных результатов настоящие расчеты хорошо описывают зависимость x_R/h от h/δ . Наблюдаемое на рис. 6 постоянство расчетных значений x_R/h при малых h/δ , полученное также в работе [18] для двумерного выступа квадратного сечения в пограничном слое с положительным градиентом давления (при $h/\delta < 0,15$), может быть объяснено следующим предположением. Когда характерный размер крупномасштабных турбулентных вихрей значительно превышает высоту зоны рециркуляции, последняя перестает изменяться при дальнейшем укрупнении этих вихрей.

Изменение расчетных значений длины зоны рециркуляции перед препятствием при изменении характерных размеров энергосодержащих турбулентных вихрей, по-видимому, имеет место только при $h/\delta > 1$, тогда как при $h/\delta < 1$ расчетные значения x_U/h практически постоянны (рис. 6). Кроме того, для зоны перед препятствием коэффициент загромождения и отношение h/W (величина, обратная удлинению) должны быть намного больше ($h/W > 0,5$), чем для зоны за препятствием ($h/W > 0,1$) [17], тогда эти параметры оказывают существенное влияние на величину x_U .

Данные, приведенные на рис. 6, получены при использовании в вычислениях различных входных профилей для искомым функций (горизонтальной средней скорости, турбулентной кинетической энергии и скорости ее вязкой диссипации). Генерация этих профилей из численного решения задачи для турбулентного пограничного слоя на плоской пластине без препятствия дает большие размеры зон рециркуляции, чем в случае задания на входе экспериментальных профилей для U и $k = 1,5\langle u^2 \rangle$ (а также для диссипации ε , определенной с помощью локально-равновесной аппроксимации $P = \varepsilon$). Это различие частично связано с меньшей интенсивностью турбулентности в случае расчетных входных профилей. Кроме того, в последнем случае можно получить более гладкую зависимость x_R/h от h/δ . В частности, функция $x_R/h = 8,3 + 4,75(h/\delta)^{1/7}$ (линия 4 на рис. 6,а) хорошо описывает расчетную зависимость $x_R(\delta)$ вне области “насыщения” рассматриваемой функции.

Заклучение. Результаты проведенных исследований показали, что при обтекании двумерного препятствия, полностью или частично погруженного в турбулентный пограничный слой, существуют области квазидвумерного течения, размеры которых могут быть определены с использованием двумерных математических моделей. Зона присоединения оторвавшегося потока зависит от глубины погружения препятствия в пограничный слой. При $h/\delta \leq 0,5$ расстояние $x_R/h = 11 \div 12$, при $h/\delta > 0,5$ $x_R/h = 13 \div 15$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Klebanoff P. S., Tidstrom K. D. Mechanism by which a two-dimensional roughness element induces boundary-layer transition // Phys. Fluids. 1972. V. 15, N 7. P. 1173–1188.

2. **Schofield W. H., Logan E.** Turbulent shear flow over surface mounted obstacles // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1990. V. 112. P. 376–385.
3. **Турбулентные** сдвиговые течения / Под ред. Ф. Дурста, Б. Е. Лаундера, Ф. В. Шмидта, Дж. Г. Уайтлоу. М.: Машиностроение, 1982. Т. 1; 1983. Т. 2.
4. **Сычев В. В., Рубан А. И., Сычев В. В., Королев Г. Л.** Асимптотическая теория отрывных течений. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
5. **Гогиш Л. В., Степанов Г. Ю.** Отрывные и кавитационные течения: Основные свойства и расчетные модели. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.
6. **Белоцерковский О. М.** Вычислительный эксперимент. Прямое численное моделирование сложных течений газовой динамики на основе уравнений Эйлера, Навье — Стокса и Больцмана // Прямое численное моделирование течений газа. Численный эксперимент в газовой динамике. М.: Наука, 1978. С. 6–64.
7. **Benodekar R. W., Goddard A. J. H., Gosman A. D., Issa R. I.** Numerical prediction of turbulent flow over surface-mounted ribs // AIAA J. 1985. V. 23. P. 359–366.
8. **Murakami S., Mochida A.** 3-D numerical simulation of airflow around a cubic model by means of $k-\epsilon$ model // J. Wind Engng Indust. Aerodynamics. 1988. V. 31. P. 283–303.
9. **Paterson D. A., Apelt C. J.** Simulation of flow past a cube in a turbulent boundary layer // J. Wind Engng Indust. Aerodynamics. 1989. V. 35. P. 149–176.
10. **Курбацкий А. Ф., Яковенко С. Н.** Численное исследование турбулентного течения вокруг двумерного препятствия в пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 1996. Т. 3, № 2. С. 145–163.
11. **Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М.** Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
12. **Ларичкин В. В., Литвиненко М. В., Щербаков В. А.** Экспериментальное исследование турбулентного течения в окрестности двумерного препятствия в пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9, № 1. С. 73–85.
13. **Корнилов В. И., Меклер Д. К.** Исследование памяти турбулентного пограничного слоя на двумерные возмущения. Новосибирск, 1987. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 32-87).
14. **Курбацкий А. Ф., Яковенко С. Н.** Диффузия пассивной примеси от линейного источника в нейтральном атмосферном приземном слое // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35, № 4. С. 506–515.
15. **Logan E., Phataraphruk P.** Mean flow downstream of two-dimensional roughness elements // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1989. V. 2. P. 149–153.
16. **Durst F., Rastogi A. K.** Turbulent flow over two-dimensional fences // Turbulent shear flows-2. Berlin: Springer-Verlag, 1980. P. 218–232.
17. **Larousse A., Martinuzzi R., Tropea C.** Flow around surface-mounted, three-dimensional obstacles // Turbulent shear flows-8. Berlin: Springer-Verlag, 1993. P. 127–139.
18. **Nigim H. H., Cockrell D. J.** Effects caused by small discrete two-dimensional roughness elements immersed in turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 1985. V. 153. P. 17–30.

*Поступила в редакцию 2/X 2002 г.,
в окончательном варианте — 4/XI 2002 г.*